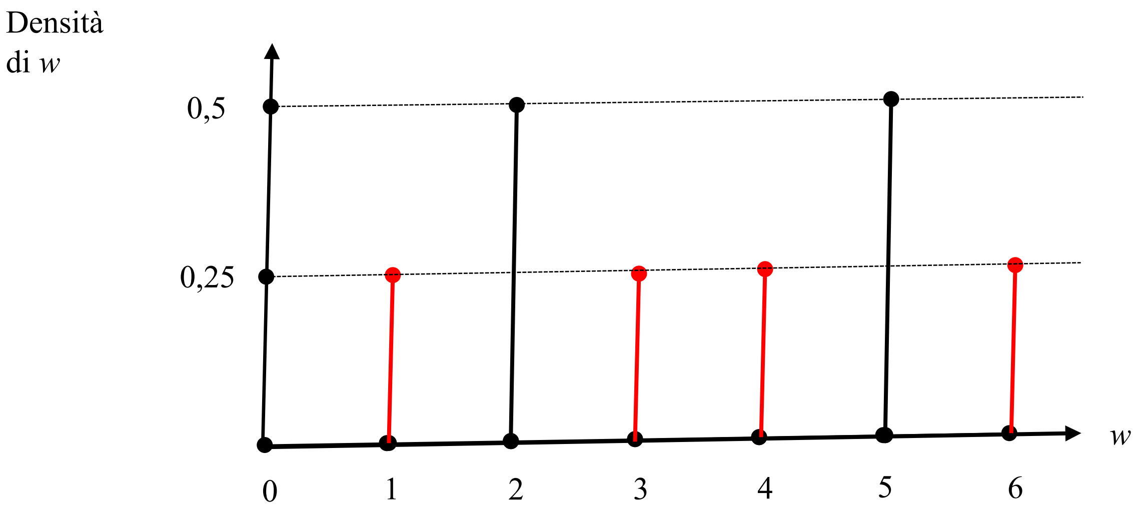
Esempio di verifica della dominanza stocastica di 2° ordine

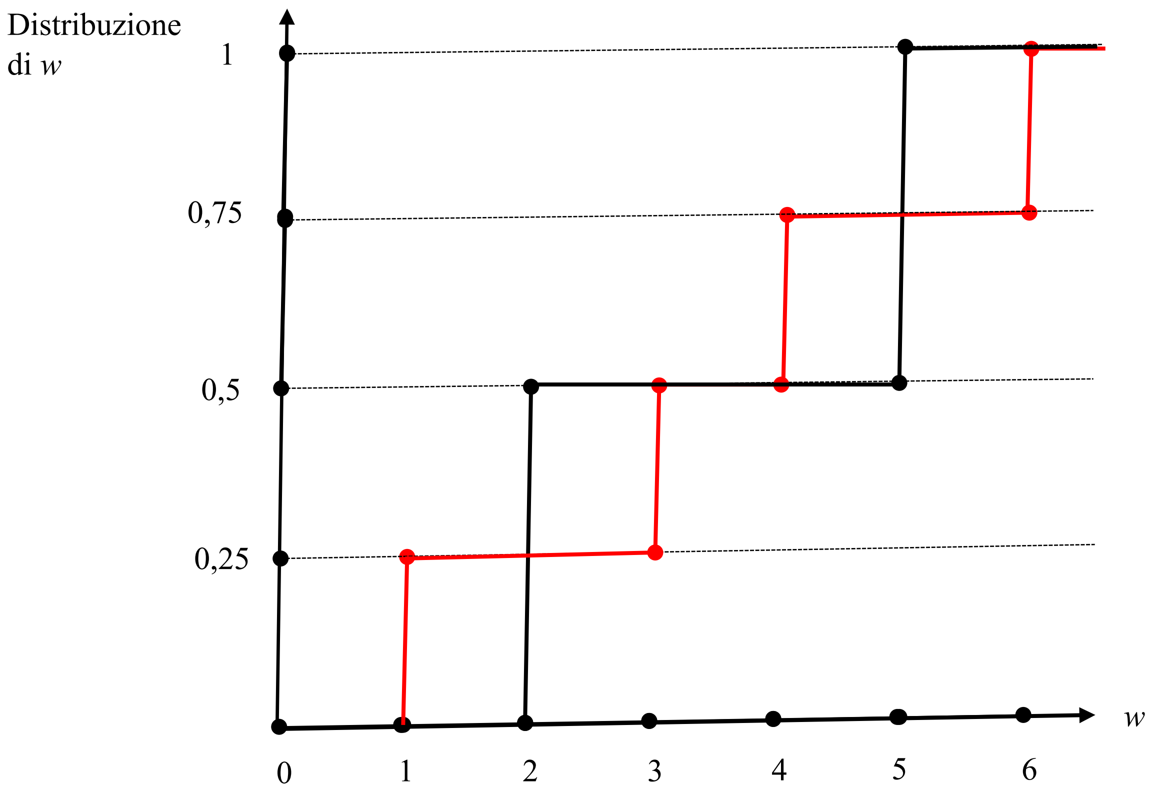
Considera due lotterie i cui premi sono distribuiti come segue:

- la **lotteria 1** assegna probabilità del **50%** a $w = 2$ e $w = 5$.
- La **lotteria 2** assegna una probabilità del **25%** a $w = 1$, $w = 3$, $w = 4$ e $w = 6$.

Una delle due domina stocasticamente l'altra secondo il criterio del 2° ordine, e se sì, quale?

Soluzione





Vogliamo calcolare la **differenza tra l'area sottostante** alla distribuzione della **lotteria 2** e quella sottostante alla distribuzione della **lotteria 1** **<u>per ogni possibile valore di *w*</u>**.

Per $w \leq 1$, la differenza tra le due aree è zero, essendo entrambe le aree pari a zero. Invece, per $w = 2$ la differenza è $1 \times 0{,}25 = 0{,}25$, e tra $w = 1$ e $w = 2$ la differenza cresce linearmente in w con coefficiente di 0,25, essendo pari a $0{,}25 \times (w - 1)$.

Tra $w = 2$ e $w = 3$, la differenza tra le due aree decresce linearmente da 0,25 fino a 0, cioè è pari a $0{,}25 - 0{,}25 \times (w - 2) = 0{,}75 - 0{,}25 \times w$.

Tra $w = 2$ e $w = 3$, la differenza tra le due aree resta costante (e pari a zero), poiché le due aree crescono nella stessa misura per ogni aumento di w.

Tra $w = 4$ e $w = 5$, la differenza tra le due aree cresce di nuovo linearmente da 0 fino a 0,25, cioè è pari a $0{,}25 \times (w - 4)$.

Tra $w = 5$ e $w = 6$, la differenza tra le due aree decresce di nuovo linearmente da 0,25 fino a 0, cioè è pari a $0{,}25 - 0{,}25 \times (w - 5) = 1 - 0{,}25 \times w$.

Infine, per $w \geq 6$, la differenza tra le due aree resta costante e pari a zero.

Quindi la lotteria 2 è dominata dalla lotteria 1 secondo il criterio di dominanza del 2° ordine, essendo differenza tra le due aree (debolmente) **positiva** **<u>per ogni possibile valore di *w*</u>**, cioè positiva oppure zero, come mostra il seguente grafico: