

Seconda prova intercorso — CANALE 1 (a.a. 2021/2022) — 11/01/2022

NOME E COGNOME: _____ MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1

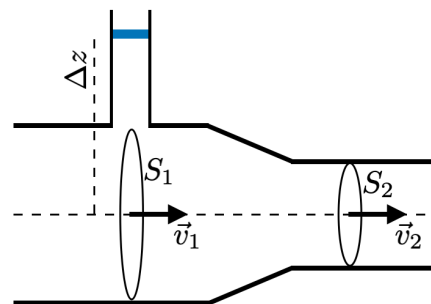
Si consideri un tubo a sezione variabile come mostrato in figura nel quale scorre acqua. Le due sezioni del tubo sono $S_1 = 200 \text{ cm}^2$ e $S_2 = 50 \text{ cm}^2$ mentre la velocità v_1 è 2 m/s. L'acqua risale nel tubo verticale di $\Delta z = 10.0 \text{ m}$.

(a) Quanto vale la pressione nel punto 2 se il tubo verticale è aperto?

RISPOSTA [5pt]: $p_2 =$ _____

(b) Quanto vale la pressione nel punto 2 se il tubo verticale è chiuso?

RISPOSTA [3pt]: $p_2 =$ _____



SVOLGIMENTO ESERCIZIO 1

ESERCIZIO 2

In un recipiente di capacità termica C contenente 1.0 kg di ghiaccio alla temperatura di $-4.0 \text{ }^\circ\text{C}$ viene versata una massa di 3.0 kg di acqua alla temperatura di $40.0 \text{ }^\circ\text{C}$. Non vi è scambio di calore con l'ambiente circostante. I calori specifici dell'acqua e del ghiaccio sono rispettivamente 4186 J/kg/K e 2090 J/kg/K , mentre il calore latente di fusione del ghiaccio è $3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}$.

(c) Quale capacità termica deve avere il recipiente affinché all'equilibrio si sia fusa soltanto un $1/3$ della massa del ghiaccio?

RISPOSTA [5pt]: $C =$ _____

(d) Assumendo $C = 800 \text{ J/K}$, quale è la temperatura di equilibrio raggiunta dal sistema? **RISPOSTA [5pt]:** $T_{eq} =$ _____

SVOLGIMENTO ESERCIZIO 2

ESERCIZIO 3

Un gas perfetto compie un ciclo reversibile in senso antiorario passando per tre stati di equilibrio A, B e C: da A a B il gas si contrae a pressione costante; da B a C la pressione del gas aumenta a volume costante; da C a A il gas compie una trasformazione rettilinea nel piano di Clapeyron. I punti A e C giacciono inoltre su una isoterma.

- (a) Dopo aver disegnato il ciclo nel piano di Clapeyron, calcolare la variazione di energia interna del gas associata complessivamente alle prime due trasformazioni (tratto $A \rightarrow B \rightarrow C$)? **RISPOSTA [5pt]:** $\Delta U_{A \rightarrow B} + \Delta U_{B \rightarrow C} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (b) Sapendo che la temperatura $T_A = 3 T_B$, calcolare il lavoro totale compiuto dal gas in un ciclo come funzione della pressione p_A e volume V_A nello stato A. Esplicitare e giustificare il segno in accordo con il primo principio della termodinamica.

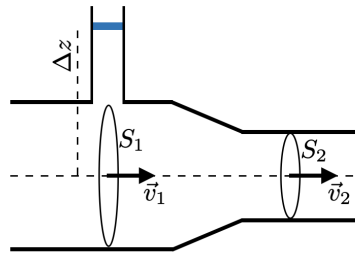
RISPOSTA [5pt]: $L(p_A, V_A) = \underline{\hspace{2cm}}$

SVOLGIMENTO ESERCIZIO 3

Seconda prova intercorso di Fisica Applicata

Dr. Chianese – Canale 1 – 11 Gennaio 2022

- 1) Si consideri un tubo a sezione variabile come mostrato in figura nel quale scorre acqua. Le due sezioni del tubo sono $S_1 = 200 \text{ cm}^2$ e $S_2 = 50 \text{ cm}^2$ mentre la velocità v_1 è 2 m/s. L'acqua risale nel tubo verticale di $\Delta z = 10.0 \text{ m}$.
- a) Quanto vale la pressione nel punto 2 se il tubo verticale è aperto?
- b) Quanto vale la pressione nel punto 2 se il tubo verticale è chiuso?



La pressione nel punto 1, p_1 e la pressione nel punto p_2 sono legate tramite l'equazione di Bernulli:

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2, \quad (1)$$

dove $z_1 = z_2$ sono le quote del tubo orizzontale, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'acqua, e v_1 e v_2 la velocità del fluido nei due punti, le quali sono legata dalla conservazione della portata volumetrica:

$$Q = S \cdot v = \text{costante} \quad \implies \quad S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad \implies \quad v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 = 8 \text{ m/s}. \quad (2)$$

Sostituendo in Eq. (1), si ottiene:

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2). \quad (3)$$

Bisogna quindi calcolare la pressione nel punto 1 attraverso la legge di Stevino tra il punto 1 ed il punto 0, alla sommità della colonna verticale. Nel caso in cui il tubo verticale è aperto (punto a), il fluido è a contatto con l'atmosfera e la sua pressione nel punto 0 è pari alla pressione atmosferica, $p_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$. Otteniamo quindi:

$$p_1 = p_0 + \rho g \Delta z = 1.99 \times 10^5 \text{ Pa}. \quad (4)$$

Sostituendo in Eq. (3) otteniamo:

$$p_2 = 1.69 \times 10^5 \text{ Pa}. \quad (5)$$

Nel caso in cui il tubo verticale è chiuso (punto b), alla sommità del tubo verticale vi è il vuoto e pertanto $p_0 = 0 \text{ Pa}$. Sostituendo questo valore in Eq. (4) e poi in Eq. (3), otteniamo:

$$p_2 = 6.8 \times 10^4 \text{ Pa}. \quad (6)$$

-
- 2) In un recipiente di capacità termica C contenente 1.0 kg di ghiaccio alla temperatura di $-4.0 \text{ }^\circ\text{C}$ viene versata una massa di 3.0 kg di acqua alla temperatura di $40.0 \text{ }^\circ\text{C}$. Non vi è scambio di calore con l'ambiente circostante. I calori specifici dell'acqua e del ghiaccio sono rispettivamente 4186 J/kg/K e 2090 J/kg/K , mentre il calore latente di fusione del ghiaccio è $3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}$.
- a) Quale capacità termica deve avere il recipiente affinché all'equilibrio si sia fusa soltanto un 1/3 della massa del ghiaccio?
- b) Assumendo $C = 800 \text{ J/K}$, quale è la temperatura di equilibrio raggiunta dal sistema?

Soluzione punto A

Indichiamo con $m_g = 1.0$ kg e $m_a = 3.0$ kg la massa del ghiaccio e dell'acqua, inizialmente poste alla temperatura $T_g = -4.0$ °C e $T_a = 40.0$ °C. Il recipiente è posto inizialmente a contatto termico con il solo ghiaccio, e la sua temperatura è uguale a T_g . Conosciamo anche la temperatura che il sistema recipiente + ghiaccio + acqua raggiungerà all'equilibrio, poichè il ghiaccio non fonde completamente: $T_{eq} = 0.0$ °C temperatura alla quale avviene il passaggio di stato da ghiaccio ad acqua. Per ottenere il valore della capacità termica del recipiente, dobbiamo risolvere la seguente equazione:

$$C (T_{eq} - T_g) + m_a c_a (T_{eq} - T_a) + m_g c_g (T_{eq} - T_g) + \frac{1}{3} m_g \lambda_{fusione} = 0. \quad (7)$$

Il terzo termine tiene conto del calore necessario per portare il ghiaccio dalla temperatura iniziale a quella in cui avviene il cambiamento di stato. Invertendo rispetto all'incognita C , otteniamo $C = 9.57 \times 10^4$ J / K.

Soluzione punto B

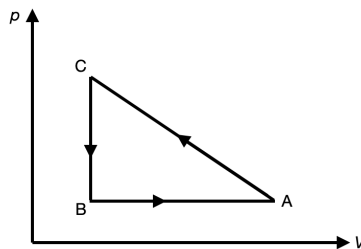
Calcolando le quantità di calore scambiate dai vari corpi, si ottiene che il calore assorbito dal ghiaccio è tale da fonderlo tutto. Questo vuole dire che la temperatura di equilibrio del sistema è maggiore di zero gradi, e l'equazione da risolvere è la seguente:

$$C (T_{eq} - T_g) + m_a c_a (T_{eq} - T_a) + m_g c_g (0.0 \text{ °C} - T_g) + m_g \lambda_{fusione} + m_g c_a (T_{eq} - 0.0 \text{ °C}) = 0. \quad (8)$$

L'ultimo termine tiene conto del calore necessario a portare la massa di ghiaccio, ormai diventata acqua, alla temperatura di equilibrio (da notare il differente calore specifico utilizzato). Risolvendo rispetto all'incognita T_{eq} , otteniamo $T_{eq} = 9.0$ °C.

- 3) Un gas perfetto compie un ciclo reversibile in senso antiorario passando per tre stati di equilibrio A, B e C: da A a B il gas si contrae a pressione costante; da B a C la pressione del gas aumenta a volume costante; da C a A il gas compie una trasformazione rettilinea nel piano di Clapeyron. I punti A e C giacciono inoltre su una isoterma.
- Dopo aver disegnato il ciclo nel piano di Clapeyron, calcolare la variazione di energia interna del gas associata complessivamente alle prime due trasformazioni (tratto $A \rightarrow B \rightarrow C$)?
 - Sapendo che la temperatura $T_A = 3T_B$, calcolare il lavoro totale compiuto dal gas in un ciclo come funzione della pressione p_A e volume V_A nello stato A. Esplicitare e giustificare il segno in accordo con il primo principio della termodinamica.
-

Seguendo la descrizione del testo, e successivamente definendo il senso di percorrenza del ciclo come antiorario si ottiene il seguente grafico del ciclo nel piano di Clapeyron.



La trasformazione $B - A$ è una isobara mentre quella $C - B$ è una isocora. La trasformazione rettilinea $A - C$ non è una trasformazione notevole. Dato che per i punti A e C passa *anche* una isoterma, sappiamo che $T_A = T_C$. Per un gas perfetto, la variazione di energia interna è proporzionale alla variazione di temperatura, quindi nel tratto $A - C$ essa è zero: $\Delta U_{AC} = n c_V (T_C - T_A) = 0$. Va ricordato che in un ciclo, la variazione di energia interna è nulla.

$$\Delta U_{ciclo} = 0 \quad \implies \quad \Delta U_{A-C} + \Delta U_{C-B} + \Delta U_{B-A} = 0 \quad \implies \quad \Delta U_{C-B} + \Delta U_{B-A} = 0. \quad (9)$$

Secondo la convenzione per cui il primo principio è $\Delta U = Q - L$, il lavoro di una trasformazione (ed in questo caso di un ciclo) percorso in senso antiorario è negativo. Il suo valore assoluto è data dall'area racchiusa dal ciclo, ovvero dall'area del triangolo rettangolo \overline{ABC} . Per calcolare il lavoro, conviene prima di tutto applicare l'equazione di stato dei gas perfetti ad ognuno dei punti di equilibrio per definire i corrispondenti parametri termodinamici in funzione di quelli del punto A, ovvero T_A , p_A e V_A . Otteniamo:

$$T_B = \frac{1}{3} T_A \quad \text{e} \quad T_C = T_A \quad (10)$$

$$V_B = \frac{1}{3} V_A \quad \text{e} \quad V_C = V_B = \frac{1}{3} V_A \quad (11)$$

$$p_B = p_A \quad \text{e} \quad p_C = 3p_A \quad (12)$$

Il valore assoluto del lavoro è quindi pari a:

$$|L| = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} (V_A - V_B) \cdot (p_C - p_B) = \frac{2}{3} p_A \cdot V_A, \quad (13)$$

da cui

$$L = -\frac{2}{3} p_A \cdot V_A, \quad (14)$$