

## Programma trattato nell'anno accademico 2022-23

### Programma sintetico

- Equazioni dell'elettromagnetismo nel vuoto e nei mezzi, equazioni di Maxwell, potenziali elettrodinamici, scelta di gauge
- Legame tra elettromagnetismo microscopico e macroscopico
- Mezzi conduttori, dielettrici, magnetici, equazioni costitutive dei mezzi
- Termodinamica dei mezzi dielettrici
- Problema generale dell'elettrostatica; metodi di soluzione dell'equazione di Laplace/Poisson
- Leggi di conservazione nell'elettromagnetismo: energia, quantità di moto, momento angolare
- Onde elettromagnetiche nel vuoto e nei mezzi, equazione di Helmholtz, equazioni costitutive generalizzate, dispersione, modello di Lorentz/Drude
- Onde guidate e confinate (cenni)
- Campi di cariche in movimento, potenziali ritardati, irraggiamento da carica accelerata, potenziali di Liénard-Wiechert, reazione di radiazione
- Relatività speciale, principi, cinematica e dinamica, formulazione covariante delle equazioni dell'elettromagnetismo
- Formulazione lagrangiana dell'elettromagnetismo

### Programma dettagliato [con riferimenti ai paragrafi dello Zangwill (Z) o altri testi]:

Nota importante: questo programma dettagliato può subire piccole modifiche durante il corso. La versione definitiva verrà pubblicata alla fine del corso.

**L'interazione elettromagnetica, le basi generali:** cariche, equazioni di Maxwell e forza di Lorentz. Unità: sistema internazionale (SI, quello usato come default in questo corso) e CGS. Carica elettrica, definizione al livello fondamentale, carica elementare (proprietà intrinseca particelle, positiva e negativa, quantizzata). Additività carica elettrica. Espressione forza di Lorentz, definizione campo elettrico e magnetico. Equazioni di Maxwell nel vuoto. Permittività elettrica e permeabilità magnetica de vuoto (una sola costante indipendente da misurare). Densità di carica elettrica, densità di volume, superficiale e lineare. Densità di cariche puntiformi espressa mediante delta di Dirac. Densità media di carica elettrica per particelle quantistiche (utile per trattazione semiclassica). Corrente elettrica. Densità di corrente  $J$ , densità per unità di superficie o di linea. Modello del fluido o più fluidi per legame tra  $J$  e densità e velocità.  $J$  di cariche puntiformi mediante delta di Dirac.  $J$  media di particella quantistica. Conservazione della carica, equazione di continuità. Simmetria delle quantità elettromagnetiche per inversione spaziale o temporale. Teorema di Helmholtz (senza dimostrazione). [Z2.1, Z2.1.1, Z2.2.2, Z2.2.6, Z1.5.1, Z1.5.4, Z2.6, Z15.1, Z15.2, Z15.2.1, Z1.9, si consiglia comunque di leggere anche tutto il Z1 e tutto il Z2.2]. Potenziali elettromagnetici (scalare e vettore), trasformazioni di gauge, condizioni di gauge di Coulomb e Lorenz, corrispondenti equazioni dei potenziali, [Z15.3, Z15.3.1, Z15.3.2, Z15.3.3].

**Elettromagnetismo nei materiali, basi generali:** Legame tra campi microscopici (fondamentali) e campi macroscopici: la media spaziale di Lorentz, definizione come convoluzione, commutazione con derivate, validità equazioni di Maxwell ed equazioni potenziali per campi macroscopici, differenza tra micro e macro per grandezze quadratiche (o bilineari) come energia e forza. Trattazione macroscopica delle interfacce: estrapolazione

campi "interni" ai materiali, descrizione come discontinuità (mediante funzioni a gradino di Heaviside), termini aggiuntivi per descrivere eccesso o doppio strato interfacciale (come delta di Dirac e/o come derivata di delta), equazioni di Maxwell e di continuità della carica come condizioni di raccordo. [Z2.3, Z2.3.1, Z2.3.2, Z2.3.3; i termini delle condizioni di raccordo interpretabili come un dipolo superficiale con collegato salto di potenziale sono discussi nei paragrafi Z4.3.1, Z4.3.2]. Equazioni costitutive per densità di carica e di corrente, suddivisione di cariche e correnti in termini liberi, di polarizzazione e di magnetizzazione, vettore P e M, campi D e H, equazioni costitutive dei mezzi "semplici", condizioni al bordo per D e H, cenni al vuoto quantistico in QED e alla polarizzazione del vuoto. [Z2.4, Z2.4.1, più intero Z2.5 da leggere solo se vi interessa].

**Elettrostatica.** Equazioni di Maxwell nel caso elettrostatico, formula integrale di Gauss, equazione di Poisson, formule integrali di Coulomb per campo elettrico o potenziale (inverse di eq. Maxwell o Poisson, derivate mediante teorema di Helmholtz), teorema di Earnshaw (assenza di minimi o massimi nel vuoto) sul potenziale [Z3.1, Z3.1.1, Z3.2, Z3.3, Z3.3.1, Z3.3.2, si consiglia anche la lettura di Z3.3.4, Z3.3.5, Z3.4, Z3.4.1, Z3.4.2, Z3.4.3, Z3.4.4 che richiamano concetti che dovrete già conoscere]. Formula integrale di Coulomb come operatore inverso del Laplaciano (a meno di costanti di proporzionalità), concetto di operatore (trasformata) integrale e suo nucleo (o kernel), funzione di Green associata ad un operatore differenziale e a date condizioni al contorno (o per un dato spazio funzionale), funzione di Green dell'equazione di Poisson/Laplace in spazio libero. Metodo della funzione di Green per risolvere equazioni differenziali con condizioni al contorno non omogenee, funzione di Green di Dirichlet o di Neumann, metodo delle cariche immagini per determinare la funzione di Green in particolari geometrie, cenni sul metodo delle autofunzioni. [Z8.4, Z8.4.1, Z8.4.2, Z8.5, Z8.5.1, Z8.5.2] Equazione di Laplace/Poisson: teorema di unicità della soluzione. [Z7.1, Z7.2, Z7.3, Z7.3.1] Metodo di separazione di variabili. Coordinate cartesiane, esempio del piano infinito, esempi con potenziale periodico (gabbia di Faraday) e non, della scatola a forma di parallelepipedo. Coordinate polari sferiche, sviluppo in armoniche sferiche. [Z7.4, Z7.4.1, Z7.5, Z7.5.1 trattato in modo diverso, Z7.7, Z4.5.2] Coordinate polari cilindriche, funzioni di Bessel, problema dello spigolo conduttore. [Z7.8, Z7.8.1, Z7.9, Z7.9.1] Metodo del potenziale complesso e delle funzioni analitiche, metodo delle trasformazioni conformi, esempio del campo al bordo di un condensatore finito. [Z7.10, Z7.10.1, Z7.10.2, Z7.10.4, Z7.10.6] Espansione in multipoli, calcolo esplicito dei termini di monopolo, dipolo e quadrupolo per il potenziale. Sviluppo in multipoli esterno ed interno (cenni). Campo elettrico per monopolo e dipolo. Il dipolo ideale o puntiforme, densità di carica espressa come derivata della delta di Dirac [Z4.1, Z4.1.1, Z4.2, Z4.2.1, Z4.2.2]. Parentesi matematica: tensori cartesiani e loro proprietà di trasformazione, pseudo-tensori, pseudo-tensore di Levi-Civita, tensori simmetrici a tracce nulle e tensori sferici [Z1.2, Z1.2.1, Z1.2.4, Z1.2.5, Z1.2.6, Z1.7, Z1.8, Z1.8.1]. Quadrupolo: passaggio da tensore normale a tensore a traccia nulla. Sviluppo completo in multipoli con tensori simmetrici a traccia nulla (formula senza derivazione). Sviluppo completo in multipoli con armoniche sferiche e relazione con sviluppo in tensori cartesiani. Relazione con soluzione equazione di Laplace in coordinate polari sferiche. Sviluppo in multipoli esterno ed interno. [Z4.4, Z4.4.1, Z4.7, Z4.5.3, Z4.6, Z4.6.1, Z4.6.2] Forze su distribuzioni di cariche, energia potenziale (interazione) per distribuzione di carica, lavoro elettrostatico infinitesimo, energia elettrostatica, formula con carica e potenziale e formula con campo elettrico, energia elettrostatica per due distribuzioni di carica, decomposizione in auto-energia e energia d'interazione, tensore dei sforzi elettrico. Richiami su energia potenziale, forze e momenti meccanici su monopolo, dipolo e quadrupolo immersi in campi esterni. [Z3.5, Z3.5.1, Z3.5.2, Z3.6, Z3.6.1, Z3.6.2, Z3.7, Z4.2.3, Z4.2.4, Z4.2.5]

**Elettrostatica dei conduttori.** Condizione di equilibrio sul campo elettrico macroscopico interno. Carica e potenziale interni. Carica superficiale. Teorema di Coulomb sul campo elettrico subito fuori un conduttore (assumendo eventuale dipolo superficiale costante). Conseguenza per potenziale esterno. Potenziale (o "voltage") di un conduttore. Problema generale dell'elettrostatica per N conduttori, decomposizione in N problemi di Dirichlet. Matrice di capacità per N conduttori, definizione, proprietà generali dei coefficienti. Matrice dei coefficienti di potenziale. Condensatore ideale e sua matrice di capacità, condensatore reale. Conduttore cavo e schermaggio elettrostatico. Sfera carica isolata, soluzione mediante eq. Laplace (lasciato come problema). [Z5.1, Z5.2, Z5.2.2, Z5.3, Z5.4, Z5.4.1, Z5.4.3 (con dimostrazioni diverse), Z5.4.4 (con definizioni diverse)] Cilindro infinito isolato, limite per raggio infinitesimo. Ruolo del filo conduttore di sezione trascurabile nell'elettrostatica dei conduttori. Sistema due sfere collegate, effetto punta. Messa a terra o a massa di un conduttore. Metodo fisico per fissare il potenziale, riserva di carica. [Z5.4.2, Example5.1 in Z5.2.1 (con un approccio un po' diverso)] Energia elettrostatica in presenza di conduttori, varie espressioni. Lavoro elettrostatico, energia elettrostatica come potenziale per spostamenti meccanici a cariche fissate. Energia elettrostatica modificata come potenziale per spostamenti meccanici a potenziali fissati, trasformazione di Legendre e significato fisico. Forze elettrostatiche su conduttori, derivazione con tensore degli sforzi, derivazione da energia elettrostatica normale o modificata. Sfera immersa in campo elettrico uniforme, dipolo indotto, polarizzabilità. Cenni su energia elettrostatica conduttore in campo uniforme, forze e momenti associati (senza derivazioni). [Z5.5, Z5.6, Z5.6.1, Z5.6.2, Z5.6.3 (qui la mia discussione è un po' diversa), vedi LE1.2 per approfondimenti]. Cenni agli effetti di schermaggio graduale in conduttori a livello microscopico (interfacce reali), teorie di campo medio, lunghezza caratteristica di schermaggio. [Z5.7, Z5.7.1]

**Elettrostatica dei dielettrici.** Polarizzazione e cariche di polarizzazione. Relazione tra dipolo totale e polarizzazione. Espressione microscopica polarizzazione come sviluppo in multipolo in mezzi molecolari [per questo argomento vedi Jackson 6.7]]. Espressione microscopica generale polarizzazione mediante corrente integrata nel tempo. Campo generato da polarizzazione, espressione di Coulomb e espressione come distribuzione di dipoli. Campo di una sfera uniformemente polarizzata. [Z6.1, Z6.2, Z6.2.1, Z6.2.2, J6.7, Z6.2.3, Z6.3] Approccio generale ai problemi di elettrostatica con dielettrici semplici: campo D, equazione di Poisson con schermaggio, condizioni di raccordo. Esempio della sfera dielettrica immersa in campo esterno uniforme. Equazioni costitutive dei dielettrici, principali generalizzazioni: mezzi disomogenei, mezzi anisotropi e tensore dielettrico, risposta non locale, risposta non lineare come serie di potenze, risposta non lineare generale. [Z6.1, Z6.2, Z6.2.1, Z6.2.2, J6.7, Z6.2.3, Z6.3, Z6.3.1, Z6.4, Z6.4.1, Z6.4.2, Z6.4.3, Z6.5, Z6.5.1, Z6.5.2, Z6.5.5] Termodinamica dei dielettrici. Lavoro elettrico espresso in termini di variazione di D. Energia interna e energia libera dielettrico. Caso lineare. Energia interna o libera modificata come funzione naturale del campo elettrico. Entropia elettrica, potenziale chimico elettrico. Energia di interazione tra dielettrico e campo esterno. Espressione della variazione in termini della polarizzazione e del campo in assenza del dielettrico. Caso del campo omogeneo. [Z6.7, Z6.7.1, Z6.7.2, Z6.7.3, Z6.7.5 (ma vedi anche LE2.10, LE2.11)] Derivazione della forza interna ad un dielettrico liquido utilizzando il metodo del lavoro infinitesimo per spostamento virtuale. Tensore degli sforzi elettrico per i dielettrici liquidi. Tensore degli sforzi elettrico per i dielettrici solidi (espressione senza derivazione). [Z6.8, Z6.8.4 trattazione generalizzata a mezzo non lineare, vedi LE2.15 (e LE2.16 per il caso dei solidi)]

**Correnti elettriche.** Densità di corrente e corrente, equazione di continuità, caso stazionario, equazione costitutiva della corrente: legge di Ohm locale, limiti per fili sottili, campo elettrico

in conduttore percorso da corrente, condizioni di raccordo e carica superficiale, resistenza elettrica, effetto Joule, campo elettromotore e forza elettromotrice, leggi di Kirchhoff, carica superficiale in conduttori percorsi da corrente. [Z9.1, Z9.1.1, Z9.3, Z9.3.1, Z9.4, Z9.4.1, Z9.5 (solo def), Z9.6, Z9.7, Z9.7.1, Z9.7.2, Z9.7.3, Z9.7.4]

**Magnetostatica.** Equazioni di Maxwell per campo magnetico nel caso statico, forza di Lorentz per conduttori percorsi da corrente, potenziale vettore e potenziale scalare magnetico, equazione di Poisson per potenziale vettore, leggi di Biot-Savart per potenziale vettore e campo magnetico, geometrie semplici (non trattato a lezione ma da sapere: filo rettilineo infinito, anello di corrente, solenoide infinito, piano di corrente), flusso magnetico attraverso una superficie aperta, espressione con potenziale vettore, sviluppo in multipoli magnetici, nullità del momento di monopolo, momento di dipolo magnetico, sviluppo completo con armoniche sferiche vettoriali (senza derivazione) [Z10.1, Z10.1.1, Z10.1.2, Z10.1.3, Z10.2, Z10.2.1, Z10.2.2, Z10.3, Z10.3.1, Z10.3.2, Z10.3.3, Z10.4, Z10.5, Z10.5.1, Z10.5.2, Z11.1, Z11.1.1, Z11.1.2, Z11.2, Z11.2.1, Z11.2.3, Z11.4, Z11.4.3, Z11.4.4 senza derivazioni]. Magnetismo nei mezzi, magnetizzazione, relazione con momento di dipolo, non unicità della magnetizzazione, campo magnetico  $H$ , relazioni costitutive. [Z13.1, Z13.2, Z13.2.3, Z13.2.4, Z13.2.5, Z13.2.6, Z13.5.2, Z13.6] Termodinamica magnetica (tutto senza derivazioni). Lavoro elettromagnetico: espressione con i potenziali scalare e vettore, espressione con i campi elettrici e magnetici, espressione con conduttori carichi e conduttori filiformi percorsi da corrente. Energia interna/libera magnetica nel caso di relazioni costitutive lineari. Coefficiente di autoinduzione magnetica per singolo circuito filiforme. Matrice dei coefficienti di induzione magnetica per sistema di  $N$  circuiti filiformi. Energia interna/libera a correnti costanti, espressione della variazione infinitesima e espressione integrata per relazioni costitutive lineari, cenni su energia interna/libera di interazione tra mezzi e sorgenti dei campi magnetici. Forze magnetiche, derivazione da energia, tensore degli sforzi magnetico (senza derivazioni). [Nota: nel libro l'energia magnetica è trattata prima nel vuoto e poi nei mezzi. Nel vuoto: Z12.6, Z12.6.1, Z12.6.3, Z12.6.4, Z12.7, Z12.7.1, Z12.7.2, Z12.7.3, Z12.8, Z12.8.1, Z12.8.2. Nei mezzi: Z13.7, Z13.7.1, Z13.7.2, Z13.7.3, Z13.7.4, Z13.8.5. La mia trattazione della termodinamica e delle forze è basata maggiormente sul Landau: LE4.30, LE4.32].

**Campi dinamici quasi-statici.** Definizione del limite quasi-statico, di tipo elettrostatico o magnetostatico. Componenti circuitali in corrente alternata. Campi quasi-statici in presenza di conduttori. Campi quasi-elettrostatici in "pessimi conduttori" (o meglio, cattivi isolanti): tempo caratteristico di decadimento della densità di carica. Campi quasi-magnetostatici in conduttori: equazione di diffusione dei campi elettrici e magnetici, tempo caratteristico di diffusione magnetica, effetto pelle (trattazione in geometria piana). [Z14.1, Z14.2, Z14.2.1, Z14.3, Z14.4.1, Z14.5, Z14.5.1, Z14.6, Z14.6.1, Z14.7, Z14.7.1, Z14.8, Z14.9, Z14.10 (nota: il libro usa la geometria cilindrica)]

**Campi elettromagnetici in generale: leggi di conservazione.** Leggi di conservazione/continuità nel vuoto. Conservazione della carica. Conservazione dell'energia (teorema di Poynting), densità di energia elettromagnetica, vettore di Poynting, energia delle particelle (cinetica oppure cinetica + potenziale). Conservazione della quantità di moto, densità di quantità di moto elettromagnetica, tensore degli sforzi elettromagnetico e flusso di quantità di moto, quantità di moto delle particelle (cinetica oppure canonica). Conservazione del momento angolare, densità di momento angolare elettromagnetico, tensore del flusso di momento angolare. Moto del centro di energia (senza dimostrazione). [Z15.1, Z15.4, Z15.4.1, Z15.4.3, Z15.5, Z15.5.1, Z15.5.2, Z15.5.3, Z15.6, Z15.6.1, Z15.7] Leggi di conservazione nella materia: teorema di Poynting nella materia, vettore di Poynting, densità di energia per mezzi

semplici, cenni sulle possibili complicazioni per mezzi a risposta non istantanea o per mezzi dissipativi, quantità di moto nei mezzi, tensore elettromagnetico degli sforzi per mezzi semplici, densità di quantità di moto formule di Minkowski e di Abraham, forza di Abraham, cenni sulla contrapposizione tra le due espressioni e sulla soluzione. [Z15.8, Z15.8.1, Z15.8.2, Z15.8.3, consigliata lettura articolo di Barnett in materiale didattico]

**Onde elettromagnetiche nel vuoto.** Equazione delle onde per campi elettrico e magnetico (con vincoli aggiuntivi da equazioni di Maxwell), per potenziali (con vincoli da condizioni di gauge), per potenziali di Hertz (senza vincoli). Soluzione generale dell'equazione delle onde in simmetria piana (equazione di D'Alembert), onde piane arbitrarie, condizioni aggiuntive sui vettori di campo elettrico e magnetico (trasversalità e relazione tra i due vettori). Ricerca di soluzioni dell'equazione delle onde per separazione di variabili tra tempo e variabili spaziali: onde armoniche o monocromatiche in notazione complessa, equazione di Helmholtz. Separazione variabili spaziali: onde monocromatiche piane, relazione di dispersione. Onde monocromatiche piane dei campi elettrici e magnetici ottenute direttamente da equazioni di Maxwell. Espressione del vettore di Poynting e della densità di energia per onde armoniche piane. Soluzione generale dell'equazione delle onde mediante sovrapposizione di onde piane, soluzione generale delle equazioni di Maxwell mediante sovrapposizione di onde piane, energia e quantità di moto totali in funzione delle ampiezze della sovrapposizione, cenni alle relazioni di "indeterminazione" frequenza-tempo e vettore d'onda-spazio, soluzione generale come sovrapposizione di onde piane (spettro angolare) dell'equazione di Helmholtz, onde evanescenti e potere risolutivo degli strumenti elettromagnetici, approssimazione parassiale o ad inviluppo lentamente variabile dell'equazione di Helmholtz, cenni sulle soluzioni a forma di fascio, cenni sulla polarizzazione delle onde elettromagnetiche. [Z16.1, Z16.2, Z16.2.1, Z16.2.2, Z16.6, Z16.9, Z16.9.1, Z16.9.2, Z16.3, Z16.3.1, Z16.3.4, Z16.3.5, Z16.5, Z16.5.1, Z16.5.2, Z16.5.3, Z16.6., Z16.6.1, Z16.7, Z16.7.1, Z16.4, Z16.4.1, Z16.4.2, Z16.4.3, Z16.4.4, si consiglia di leggere Z16.4.5]

**Onde elettromagnetiche nei mezzi.** Mezzi semplici (risposta lineare, omogenea, isotropa, istantanea). Caso di mezzi isolanti, indice di rifrazione, impedenza. Mezzi non omogenei, fenomeni di rifrazione e di riflessione-trasmissione (solo richiami). Riflessione interna totale, onde evanescenti. Mezzi conduttivi, permittività generalizzata complessa, indice di rifrazione complesso, assorbimento. Limite quasi-statico, effetto pelle. Potenza assorbita per unità di volume. Cenni al caso di mezzi anisotropi, equazione agli autovalori per definire l'indice di rifrazione, birifrangenza, dicroismo. Risposta non istantanea, dispersione temporale, relazioni costitutive nel dominio delle frequenze, non distinguibilità degli effetti di conduzione e di polarizzazione, corrente totale o polarizzazione generalizzata per descrivere la risposta complessiva del mezzo (esclusa risposta magnetica). [Z17.1, Z17.2, Z17.3, Z17.3.1, (si consiglia la lettura di Z17.3.2, Z17.3.3, Z17.3.4, Z17.3.5), Z17.3.6, Z17.3.7, Z17.6, Z17.6.1, Z17.6.2, Z17.6.3, Z17.7, Z17.7.1 (ma la mia trattazione è più simile al LE11.77, vedi in particolare equazione 77,18), Z18.1, Z18.2, Z18.2.1] Onde quasi-monocromatiche e pacchetti d'onde, velocità di fase e velocità di gruppo, indice di gruppo, cenni agli effetti di dispersione della velocità di gruppo, cenni al caso dei mezzi a indice di rifrazione negativo (velocità di gruppo e di fase antiparallele), densità di energia e densità di potenza assorbita per onde quasi-monocromatiche (senza derivazione). Modelli microscopici della risposta dei mezzi, modello di Lorentz e modello di Drude, generalizzazione con risonanze multiple e forza d'oscillatore, possibilità di avere permittività e permeabilità negative, onde longitudinali di plasma. [Z16.3.2, Z16.5.4, Z18.6, Z18.6.1, Z18.6.2 solo fino a formula 18.97, Z18.3.1, Z18.4, Z18.5, Z18.5.1, Z18.5.2, Z18.5.3, Z18.5.4] Conseguenze generali delle condizioni di causalità e di inerzia delle cariche: relazioni di Kramers-Kronig e regole di somma. Cenni sulla velocità

limite di propagazione dei segnali nei mezzi (precursori di Brillouin). Cenni sulla dispersione spaziale. [Z18.7, Z18.7.1, Z18.7.2, Z18.7.3, Z18.7.4, Z18.8]

**Onde guidate e confinate.** Linee di trasmissione (due conduttori vicini). Equazioni del telegrafo (con resistenza trascurabile). Onde TEM e identificazione con onde di segnale in linee di trasmissione, caso di due piani conduttori. Guida d'onda, esempio del tubo conduttore a sezione rettangolare. Onde TEM non possibili, modi TE e TM. Esempi di soluzione. Relazione di dispersione dei modi. Cenni al caso di guide dielettriche e fibre ottiche. Cenni sulle cavità risonanti (scatola a forma di parallelepipedo), frequenze discrete dei modi, risonanze dovute ad accoppiamento con modi esterni. [Z19.1, Z19.2, Z19.2.2, Z19.2.3, Z19.3, Z19.3.2, Z19.4, Z19.4.5, Z19.5, Z19.5.1, Z19.6]

**Radiazione e campi generati da cariche in movimento.** Equazione delle onde con sorgente. Funzione di Green ritardata e anticipata dell'equazione delle onde per spazio libero. Soluzione dell'equazione delle onde con sorgente per fissate condizioni iniziali o finali. Il caso di sorgente armonica, funzione di Green dell'equazione di Helmholtz. Potenziali ritardati. Il caso del dipolo ideale variabile nel tempo o della carica in moto arbitrario non relativistico (i due casi sono equivalenti salvo per la presenza di un potenziale scalare statico di Coulomb in più per la carica libera): campo magnetico e campo elettrico, termini di campo vicino, termini radiativi. Andamento dei termini radiativi con direzione di irraggiamento rispetto ad accelerazione, andamento con frequenza per onda armonica. Potenza irraggiata per unità di angolo solido, formula di Larmor. Radiazione da sorgente estesa arbitraria, formule per potenziale vettore e campi, cenni allo sviluppo in multipoli della radiazione, formula dei multipoli sferici (solo cenni, senza derivazione e senza dettagli). [Z20.1, Z20.2, Z20.3, Z20.3.1, Z20.3.2, Z20.3.3, Z20.3.4, Z20.4, Z20.5, Z20.5.3, Z20.5.4, Z20.5.5, Z20.7, Z20.7.1 fino a eq. (20.153) ma senza derivazione, Z20.8.2 solo eq. (20.213) e (20.214) senza derivazione] Potenziali di Liénard-Wiechert per carica in moto arbitrario anche relativistico, espressioni di Heaviside-Feynman dei campi (senza derivazione). Reazione di radiazione, cenni sulla derivazione come effetto del campo generato dalla carica stessa, formula di Lorentz-Abraham, cenni alle soluzioni non fisiche, formula di Landau-Lifshitz. [Z23.1, Z23.2, Z23.2.1, Z23.2.5 solo eq. (23.49) e (23.50) senza derivazione, Z23.6, Z23.6.3 (senza parte relativistica), Z23.6.4]

**Relatività speciale e formulazione covariante dell'elettromagnetismo.** Relatività galileiana. Postulati della relatività speciale. Ripensamento del concetto di tempo. Trasformazioni di Lorentz per configurazione standard, derivazione a partire da postulati e simmetrie, trasformazioni di Lorentz inverse. Trasformazioni di Lorentz in generale: boost e rotazioni. Dilatazione tempi, contrazione lunghezze, relatività della simultaneità. Intervallo tra due eventi e sua misura, invarianza della misura dell'intervallo, intervalli di tipo spazio, tempo e nulli. Cono di luce, regioni di futuro assoluto, passato assoluto, altrove assoluto. Tempo proprio di un oggetto in movimento. Quadri-vettori, esempi "prototipo" di evento e intervallo, definizione generale di 4-vettore controvariante, 4-vettore covariante e trasformazioni delle sue componenti. "Prototipo" di 4-vettore covariante: gradiente di funzione invariante. 4-tensori (o tensori di Lorentz), contrazione, tensore unità di tipo (1,1). Misura di intervallo e tensore metrico, metrica di Minkowski. Operazioni associate alla metrica: corrispondenza tra vettori controvarianti e covarianti (ossia regola per "alzare o abbassare" gli indici), prodotto scalare tra vettori. Invarianza della metrica per trasformazioni di Lorentz. 4-vettore velocità, leggi di trasformazione della velocità. 4-impulso, legame con energia e quantità di moto, relazione tra queste, energia cinetica. Legge fondamentale della dinamica ( $F=ma$ ) in forma relativistica, 4-vettore forza e legame con forza e potenza trasferita, teorema del lavoro e dell'energia. Legge di conservazione del 4-impulso per sistemi isolati (urti). [Z22.1, Z22.2,

Z22.2.1, Z22.3, Z22.3.1, Z22.4 (si consiglia anche R2.2), Z22.4.1, Z22.4.2, Z22.4.3, Z22.4.4, Z22.4.5, Z22.5 ma usando le notazioni dell'appendice D e non il tempo immaginario, Z22.5.1, Z22.5.2; attenti però che ci sono diverse imprecisioni nell'appendice, ad es. nelle formule D.7, D.18, D.36, D.39] Leggi di trasformazione delle quantità elettromagnetiche. Carica elettrica come invariante di Lorentz. 4-vettore densità di carica-corrente, equazione di continuità in forma covariante, 4-vettore potenziale in gauge di Lorenz, equazioni d'onde con sorgente per potenziale in forma covariante, condizione di gauge di Lorenz in forma covariante. Trasformazioni di gauge e non covarianza della condizione di Coulomb. 4-vettore d'onda ed effetto Doppler. 4-tensore campo elettromagnetico, trasformazioni dei campi per trasformazione di Lorentz. Equazioni di Maxwell in forma covariante. 4-vettore forza di Lorentz in forma covariante, 4-vettore densità di forza di Lorentz. Invarianti di Lorentz del campo elettromagnetico. Leggi di conservazione/continuità: carica, 4-tensore energia-impulso, 4-tensore momento angolare-centro-energia. [Z22.6, Z22.6.1, Z22.6.2, Z22.6.3, Z22.6.5, Z22.7, Z22.7.1 con notazioni appendice D, Z22.7.2, Z22.7.3, Z22.7.4]

**Formulazione lagrangiana dell'elettromagnetismo.** Richiami sul formalismo lagrangiano e il principio di Hamilton per un sistema discreto, momento canonico e hamiltoniana, formulazione lagrangiana per un sistema di campi, densità di lagrangiana, equazioni lagrangiane dei campi, formulazione covariante. Lagrangiana del campo elettromagnetico in interazione con cariche puntiformi o con distribuzione continua di carica e corrente, formulazione non relativistica e covariante. Momento canonico delle particelle. Derivazione delle equazioni del campo elettromagnetico dal principio di Hamilton utilizzando i potenziali elettromagnetici come variabili. [Z24.1, Z24.2, Z24.3, Z24.3.3, Z24.3.4, Z24.3.6, Z24.3.5 ma con calcoli direttamente in formulazione covariante].