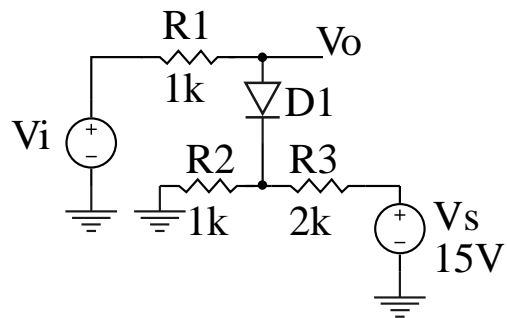


Esercizio 1.

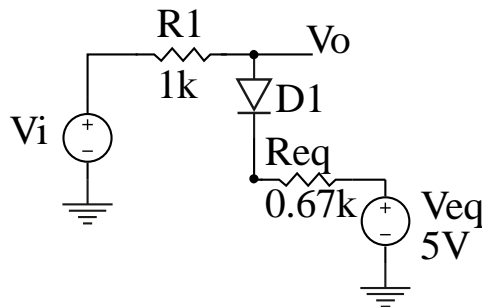
Si consideri il circuito in Figura



- (a) Assumendo il modello del diodo ideale, calcolare la tensione di uscita V_o nei due casi 1) $V_i=0V$; 2) $V_i=15V$
- (b) Assumendo il modello del diodo a caduta costante, con $V_\gamma=0.7V$, calcolare la corrente i_D che attraversa in diodo e la tensione V_o in funzione di V_i , per $0 < V_i < 15V$.
- (c) Ripetere il punto b) ipotizzando che il diodo abbia una tensione di breakdown di $3V$ (assumere $R_Z=0$)

Soluzione esercizio 1.

(a) Applicando l'equivalente di Thevenin alla rete composta da V_s , R_2 , R_3 , si ottiene il circuito riportato in basso:



Dal circuito si evince immediatamente che il diodo può essere in polarizzazione diretta solo se $V_i > V_{eq}$. Nel caso 1) $V_i=0V$ il diodo è polarizzato inversamente, la corrente I_D che lo attraversa è trascurabile e pertanto:
 $V_o = V_i - R_1 I_D = V_i = 0$

Nel caso 2) $V_i=15V$ il diodo è polarizzato direttamente e (nel modello del diodo ideale) può essere assimilato ad un cortocircuito. Pertanto: $I_D = (V_i - V_{eq}) / (R_1 + R_{eq}) = 10 / 1.76K = 6 \text{ mA}$.

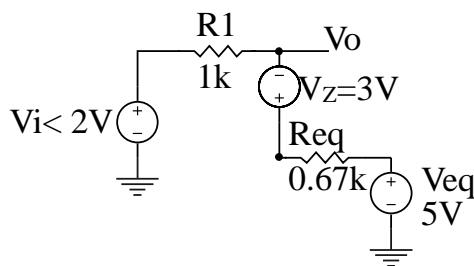
$$V_o = V_i - R_1 I_D = 15 - 6 = 9V$$

(b) Assumendo il modello del diodo a caduta costante, con $V_\gamma=0.7V$, il diodo opera in polarizzazione diretta per: $V_i - V_{eq} > V_\gamma$, ovvero per: $V_i > 5.7V$.

Per $V_i < 5.7V$ si ha: $I_D = 0$, $V_o = V_i - R_1 I_D = V_i$

Per $V_i > 5.7V$ si ha: $I_D = (V_i - 5.7) / (R_1 + R_{eq})$, $V_o = V_i - R_1 I_D = V_i \times R_{eq} / (R_1 + R_{eq}) + 5.7 \times R_1 / (R_1 + R_{eq})$

(c) Il diodo opera in regione di breakdown quando la tensione inversa ai suoi capi raggiunge il valore $V_Z=3V$. Nel caso limite ($I_D=0$) questa condizione si manifesta per $V_{eq} - V_i = V_Z$, ovvero $V_i = V_{eq} - V_Z = 2V$. Pertanto, per $V_i < 2V$ il diodo è in breakdown ed il circuito equivalente da considerare è il seguente:



Dunque, per $V_i < 2V$ la corrente I_D è negativa (fluisce da V_{eq} verso V_i) ed è data da:

$$I_D = (V_{eq} - V_Z - V_i) / (R_1 + R_{eq}) = (2 - V_i) / (R_1 + R_{eq})$$

$$V_o = V_i - R_1 I_D = V_i \times R_{eq} / (R_1 + R_{eq}) + 2 \times R_1 / (R_1 + R_{eq})$$

Esercizio 2.

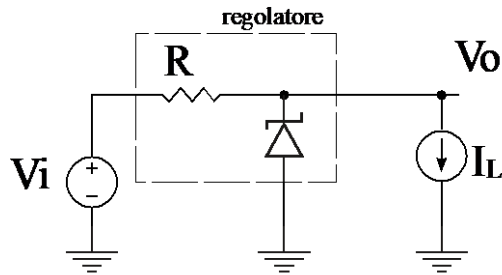
(a) Si disegni lo schema di un regolatore di tensione con diodo Zener, e si ottenga l'espressione per la regolazione di linea e la regolazione di carico. Si calcoli inoltre la condizione da verificare affinché non si abbia perdita di regolazione.

(b) Si deve realizzare un regolatore di tensione con un diodo Zener avente $V_Z=10\text{V}$ e $R_Z=2\Omega$. La tensione di ingresso ha un valore nominale $V_i=20\text{V}$ e può variare di $\pm 25\%$, mentre la corrente di carico può variare fra $I_L=0$ e 20mA . Determinare il valore della resistenza in modo tale che, nel caso peggiore, la corrente che attraversa il diodo Zener sia non inferiore a 5mA (nei calcoli è lecito trascurare R_Z rispetto a R)

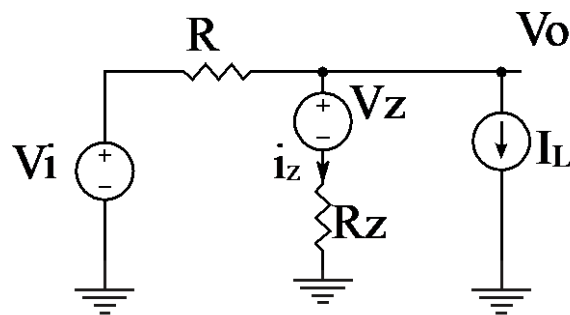
(c) Con il valore di resistenza calcolato al punto (b), e considerati i campi di variazione di V_S e di I_L , determinare la minima e la massima tensione di uscita e la massima dissipazione di potenza sul diodo Zener.

Soluzione esercizio 2.

(a) La figura seguente mostra il circuito del regolatore (il carico è rappresentato dal generatore di corrente I_L):



Sostituendo al diodo Zener il suo modello equivalente per la regione di breakdown:



Calcoliamo la tensione di uscita, V_o , applicando la sovrapposizione degli effetti:

$$V_o = V_i \frac{R_z}{R + R_z} + V_z \frac{R}{R + R_z} - I_L (R \parallel R_z)$$

da questa espressione otteniamo facilmente:

$$\text{Reg. Linea} = \frac{\partial V_o}{\partial V_i} = \frac{R_z}{R + R_z}$$

$$\text{Reg. Carico} = \frac{\partial V_o}{\partial I_L} = -R \parallel R_z$$

Per evitare perdita di regolazione ci deve essere una corrente $i_z > 0$. Calcoliamo dunque i_z sempre applicando la sovrapposizione degli effetti:

$$i_z = \frac{V_i}{R + R_z} - \frac{V_z}{R + R_z} - i_L \frac{R}{R + R_z}$$

Per avere $i_z > 0$ deve essere: $V_i > V_z + R i_L$

(b) La relazione precedente evidenzia che i_z cresce con V_i e decresce con I_L . Il caso peggiore (corrente minima) corrisponde quindi a quello in cui V_i ha il valore minimo possibile, mentre I_L ha il valore massimo. Dai dati del problema: $V_i, \min = 20 \cdot 0.75 = 15\text{V}$, $I_{L, \max} = 20\text{mA}$.

Si ha:

$$i_{z,\min} = \frac{V_{i,\min}}{R + R_z} - \frac{V_z}{R + R_z} - i_{L,\max} \frac{R}{R + R_z} \approx \frac{15}{R} - \frac{10}{R} - 0.020 = \frac{5}{R} - 0.020$$

ponendo $i_{z,\min} = 5\text{mA}$ abbiamo: $\frac{5}{R} - 0.020 = 0.005 \Rightarrow R = \frac{5}{0.025} = 200\Omega$

(c) Dalla equazione del punto (a), la minima tensione di uscita si ha quando V_i ha il valore minimo possibile, mentre I_L ha il valore massimo. Sostituendo i valori numerici:

$$V_{o,\min} = V_{i,\min} \frac{R_z}{R + R_z} + V_z \frac{R}{R + R_z} - I_{L,\max} (R \parallel R_z) = 15 \frac{2}{202} + 10 \frac{200}{202} - 2 \times 0.020 = 10.01$$

In modo analogo otteniamo il valore massimo di V_o :

$$V_{o,\max} = V_{i,\max} \frac{R_z}{R + R_z} + V_z \frac{R}{R + R_z} - I_{L,\min} (R \parallel R_z) = 25 \frac{2}{202} + 10 \frac{200}{202} - 2 \times 0 = 10.15$$

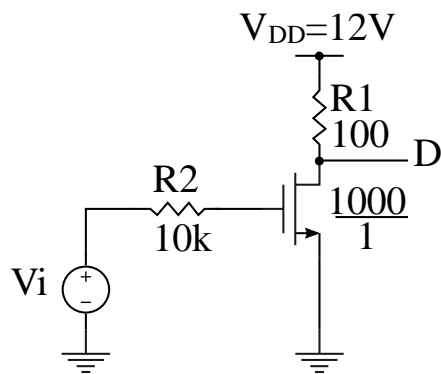
(d) Le relazioni precedenti evidenziano che la massima tensione sul diodo Zener (la massima tensione di uscita) e la massima corrente i_z si hanno quando V_i ha il valore massimo possibile, mentre I_L ha il valore minimo. Questa condizione corrisponde quindi alla massima dissipazione di potenza sul diodo:

$$V_{o,\max} = 10.15$$

$$i_{z,\max} = \frac{V_{i,\max}}{R + R_z} - \frac{V_z}{R + R_z} - i_{L,\min} \frac{R}{R + R_z} \approx \frac{25}{200} - \frac{10}{200} - 0 = 0.075\text{A}$$

$$P_{Z,\max} = 10.15 \times 0.075 \approx 760\text{mW}$$

Esercizio 3.



Nel circuito in figura il generatore di ingresso V_1 eroga una tensione che può essere di 0V oppure di 3V.

Determinare, nei due casi:

- La tensione del nodo D
- La potenza dissipata sulla resistenza di carico R_1
- La potenza dissipata sul MOS

Assumere: $K'n = 100\mu A/V^2$, $V_T = 0.5V$

Soluzione esercizio 3.

Notiamo che la corrente che attraversa R2 è nulla in condizioni stazionarie. Pertanto: $V_{GS}=V_i$. Poiché $V_T=0.5V$, osserviamo che per $V_i=0$ il MOS è in interdizione, mentre per $V_i=3V$ il MOS può essere in regione di pinch-off oppure in regione di triodo. Risulta inoltre: $K = K' W/L = 100mA/V^2$

Nel circuito in figura il generatore di ingresso V1 eroga una tensione che può essere di 0V oppure di 3V. Determinare, nei due casi:

a) Per $V_i=0$ risulta $I_D=0$ e quindi $V_D=V_{DD} - R1 I_D = V_{DD} = 12V$

Per $V_i=3V$ dobbiamo verificare se il dispositivo è in triodo o in pinch-off. Supponiamo sia in regione di pinch-off. Abbiamo: $I_D = (1/2) K (V_{GS} - V_T)^2 = 0.5 \times 0.1 \times (3 - 0.5)^2 = 312 \text{ mA}$. $V_D=V_{DD} - R1 I_D = 12 - 0.1 \times 312 = -19.2V$. Il risultato è ovviamente privo di senso fisico (non c'è nessun generatore di tensione negativa nel circuito), pertanto concludiamo che il MOS opera in regione di triodo.

$$I_D = K [(V_{GS} - V_T) V_{DS} - (1/2) V_{DS}^2] \approx K (V_{GS} - V_T) V_{DS} = 0.1 \times (3 - 0.5) V_{DS} = 0.25 V_{DS}$$

Risulta anche (principio di Kirchhoff): $V_{DS} = V_{DD} - R1 I_D = 12 - 100 I_D$

Eliminando I_D dalle due relazioni: $V_{DS} = 12 - 100 I_D = 12 - 100 \times 0.25 V_{DS}$ da cui: $V_{DS} = 12 / 26 = 0.46V$.

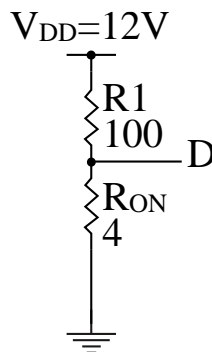
Osserviamo che: $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$, come deve essere in zona di triodo.

$$I_D = (V_{DD} - V_{DS}) / R1 = (12 - 0.46) / 100 = 115mA$$

$K (V_{GS} - V_T) V_{DS} = 0.1 \times (3 - 0.5) V_{DS}$ L'esercizio può essere risolto in modo più semplice, notando che trascurare il termine quadratico in zona di triodo equivale ad assimilare il MOSFET alla resistenza

$$R_{ON} = \frac{1}{K(V_{GS} - V_T)}$$

Si ha: $R_{ON} = \frac{1}{0.1(3-0.5)} = 4\Omega$ ed il circuito da studiare si riduce a quello riportato nella figura seguente:



Applicando il partitore di tensione: $V_{DS} = 12 \times 4/(100+4) = 0.46V$; $I_D = 12/(100+4) = 115mA$

b) La potenza dissipata sulla resistenza di carico R1 è data da: $P1 = R1 \times I_D^2$

Per: $V_i=0$ si ha $I_D=0$ e quindi $P1=0$

Per: $V_i=3V$ si ha $I_D=115mA$ e quindi $P1 = 100 \times 0.115^2 = 1.32 \text{ W}$

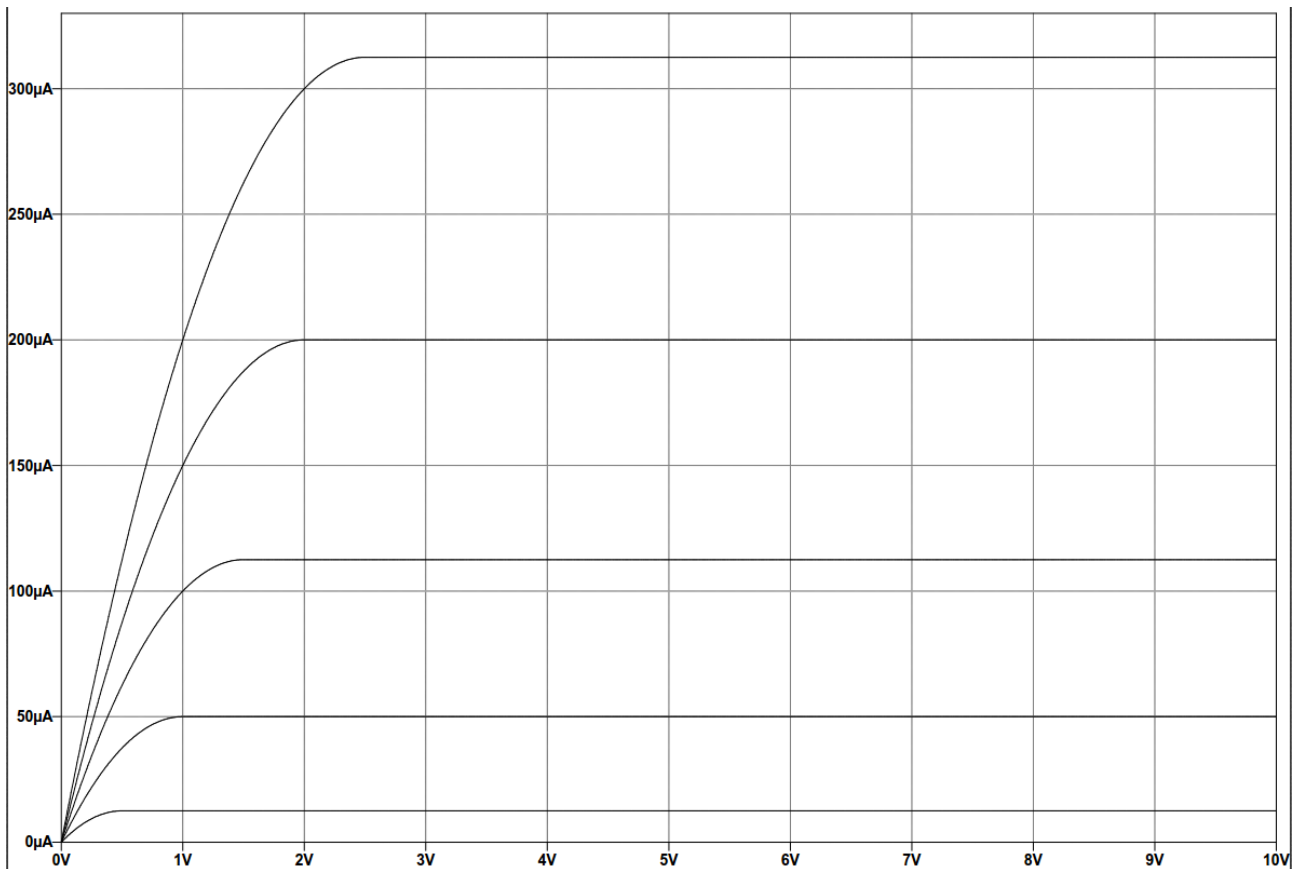
c) La potenza dissipata sul MOS è data da: $PM = V_{DS} \times I_D$

Per: $V_i=0$ si ha $I_D=0$ e quindi $PM=0$

Per: $V_i=3V$ si ha $I_D=115mA$, $V_{DS} = 0.46V$ e quindi $PM = 0.46 \times 0.115 = 53 \text{ mW}$

Esercizio 4.

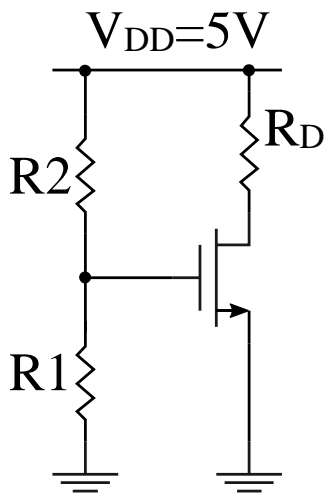
La figura seguente riporta le caratteristiche di un NMOS. La tensione massima gate-source è di 3V; le curve sono state ottenute facendo variare la tensione gate-source con un passo di 0.5V.



(a) Quale grandezza è riportata sull'asse x? Quale grandezza è riportata sull'asse delle y?

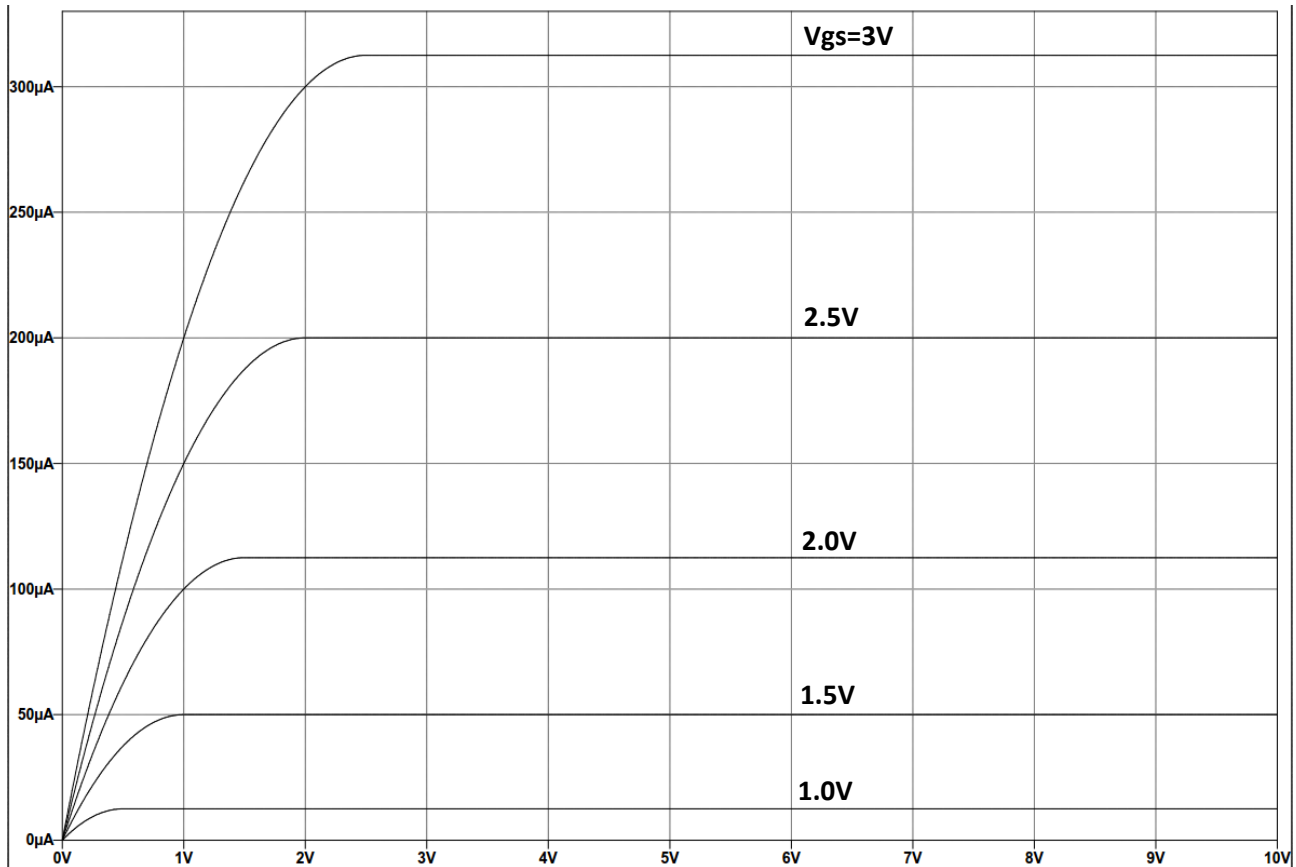
(b) Sapendo che il fattore $K=100\mu\text{A}/\text{V}^2$, stimare il valore della tensione di soglia.

(c) Il MOS viene utilizzato nel circuito seguente. Valutare il valore di R_D ed una possibile scelta di R_1 , R_2 per ottenere $V_{DS}=3\text{V}$, $I_D=0.2\text{mA}$



Soluzione esercizio 4.

- (a) L'asse x riporta la tensione V_{DS} , l'asse y la corrente i_D , le curve hanno come parametro V_{GS} .
- (b) la curva più in alto si riferisce al valore $V_{GS}=3V$. Possiamo quindi facilmente ottenere il valore di V_{GS} per le altre curve, conoscendo il passo (0.5V):



Notiamo che per $V_{GS}=0.5V$ la corrente è nulla, mentre per $V_{GS}=1V$ il dispositivo è in conduzione, per cui la tensione di soglia è compresa fra 0.5V ed 1.0V.

Per ottenere precisamente il valore di K , osserviamo che (ad esempio), per $V_{GS}=2.5V$ ed in regione di saturazione si ha: $I_D=200\mu A$.

$$I_D = \frac{1}{2} K (V_{GS} - V_T)^2 \Rightarrow V_T = V_{GS} - \sqrt{\frac{2I_D}{K}} = 2.5 - \sqrt{\frac{2 \times 200}{100}} = 0.5V$$

(c) Poiché $V_{DS}=3V$ e $V_{DD}=5V$, la differenza di potenziale ai capi di R_D è di 2V. Essendo la corrente 0.2mA ricaviamo subito: $R_D=2/0.2=10K\Omega$

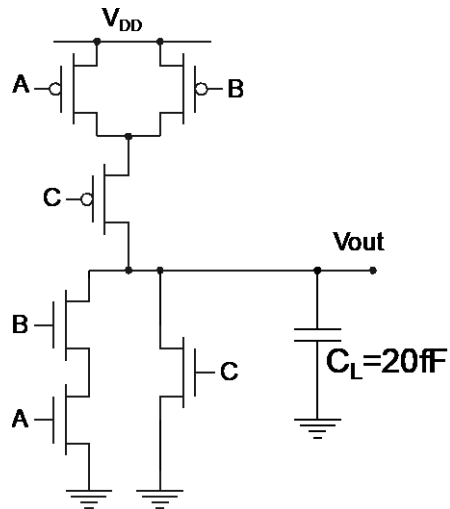
Il punto prescelto, $V_{DS}=3V$, $I_D=0.2mA$, ricade in zona di pinch-off. Dalle caratteristiche, la V_{GS} necessaria per ottenere la I_D richiesta è di 2.5V. Abbiamo quindi:

$$V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2.5V \Rightarrow \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{2.5} \Rightarrow R_2 = R_1$$

Possiamo, ad esempio, scegliere: $R_2=R_1=100k\Omega$

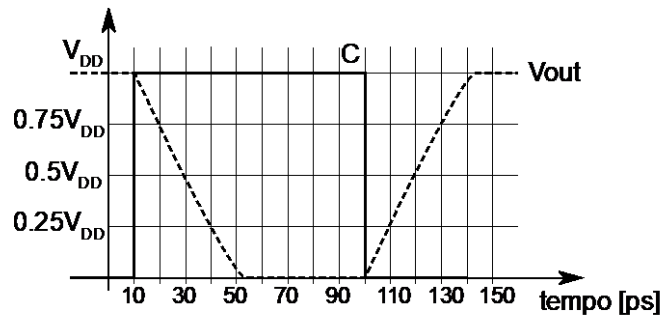
Esercizio 5.

Si consideri la porta logica CMOS in Figura.



(a) Qual è la funzione logica realizzata?

(b) La figura seguente mostra l'andamento della tensione dell'ingresso C e dell'uscita Vout. Qual è il ritardo del circuito nel caso mostrato in Figura?



(c) Calcolare le dimensioni dei dispositivi della porta logica, sfruttando il risultato del punto (b).

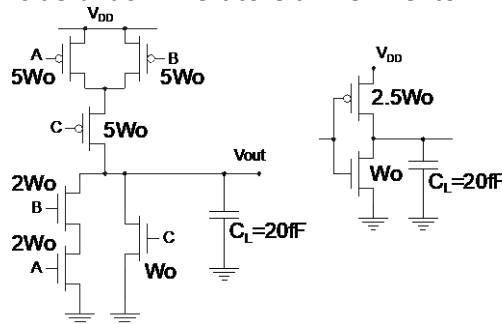
Assumere: $V_{DD}=1.5V$, $K'n=100\mu A/V^2$, $K'n=40\mu A/V^2$, $V_{Tn}=|V_{Tp}|=0.45V$, $L=0.1\mu m$

Soluzione esercizio 5.

(a) Funzione logica: $Y = \overline{A \cdot B + C}$

(b) Il ritardo si ottiene considerando la differenza degli istanti di tempo in cui ingresso ed uscita raggiungono il valore $V_{DD}/2$. Nel caso riportato in figura: $t_{pHL}=30ps-10ps=20ps$; $t_{pLH}=120ps-100ps=20ps$;

(c) Dimensioniamo il circuito, considerando l'invertitore di riferimento:



Per il calcolo di W_o facciamo riferimento all'invertitore equivalente (osserviamo che la commutazione di C

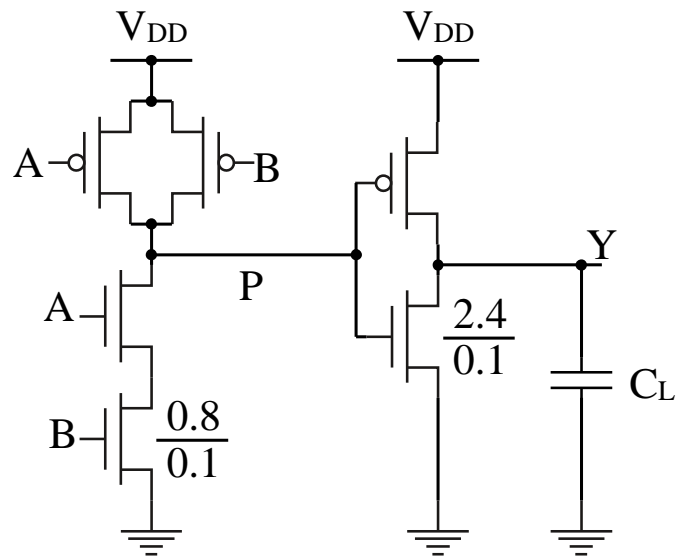
comporta il ritardo massimo per la porta in esame). Ricordando che: $t_p = \frac{C_L (V_{DD} / 2)}{\frac{1}{2} K (V_{DD} - V_T)^2}$ possiamo

ottenere facilmente: $K = \frac{C_L (V_{DD} / 2)}{t_p \frac{1}{2} (V_{DD} - V_T)^2} = 1.4 mA / V^2$

Ricordando che: $K=k'(W/L)$ otteniamo: $W/L = K/k' = 14$. Poiché, per tutti i dispositivi, $L = 0.1 \mu m$ si ricava: $W_o = 1.4 \mu m$

Esercizio 6.

Il circuito della figura seguente, costituito dalla cascata di una porta NAND a due ingressi e di un invertitore, realizza nel suo complesso una porta AND a due ingressi: $Y=A \cdot B$



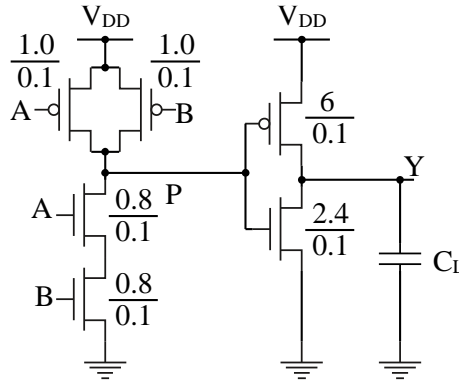
a) Partendo dai dati riportati in figura per due NMOS, assegnare i valori di W/L per tutti gli altri dispositivi (le dimensioni sono in micron).

b) Calcolare il ritardo complessivo della porta AND (data dalla somma del ritardo della NAND e del ritardo dell'invertitore).

Assumere: $C_L=30\text{fF}$, $V_{DD}=1.2\text{V}$, $K'_n=50\mu\text{A}/\text{V}^2$, $K'_p=20\mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_{Tn}=|V_{Tp}|=0.45\text{V}$, $\epsilon_{ox}/t_{ox} = 10\text{fF}/\mu\text{m}^2$

Soluzione esercizio 6.

(a) Avendo la traccia assegnato le dimensioni di un dispositivo, le dimensioni degli altri MOS sono ricavabili immediatamente, come mostrato nella Figura seguente. Per l'invertitore, la W del PMOS è: $W_p=2.5W_n=6.0\mu\text{m}$. Per la NAND, le dimensioni dei due NMOS sono uguali, $W_n=0.8\mu\text{m}$. La W equivalente dei due NMOS in serie è $W_o=W_n/2=0.4\mu\text{m}$; ne segue per i PMOS la dimensione $2.5W_o=1\mu\text{m}$.



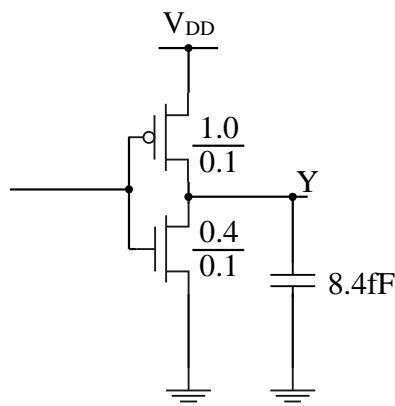
(b) Il ritardo dell'invertitore si può ottenere immediatamente, visto che la capacità di carico è assegnata. Il fattore $K=Kn' (W/L)_n = 1.2\text{mA/V}^2$

$$t_{pINV} = \frac{C_L (V_{DD} / 2)}{\frac{1}{2} K (V_{DD} - V_T)^2} = \frac{30 \times 10^{-15} \times 1.2}{1.2 \times 10^{-3} (1.2 - 0.45)^2} = 53 \text{ ps}$$

Per ottenere il ritardo della porta NAND dobbiamo dapprima valutare la capacità di carico offerta

$$C = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} (W_n L + W_p L) = 10 \times 10^{-15} (2.4 \times 0.1 + 6 \times 0.1) = 8.4 \text{ fF}$$

Sostituendo alla NAND l'invertitore equivalente, il circuito di cui calcolare il ritardo diviene il seguente:



Si ha: $K=Kn' (W/L)_n = 0.2 \text{ mA/V}^2$

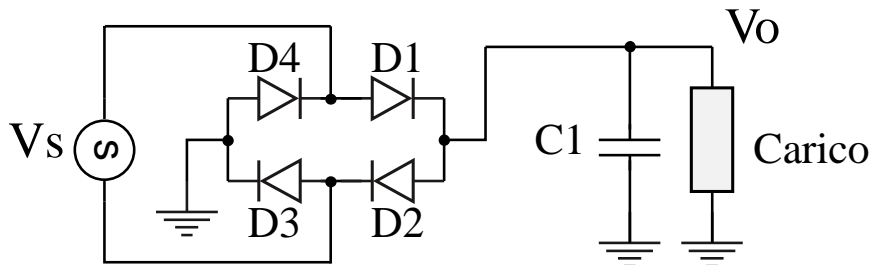
$$t_{pNAND} = \frac{C_L (V_{DD} / 2)}{\frac{1}{2} K (V_{DD} - V_T)^2} = \frac{8.4 \times 10^{-15} \times 1.2}{0.2 \times 10^{-3} (1.2 - 0.45)^2} = 90 \text{ ps}$$

Il ritardo complessivo è: $t_{pTOT} = t_{pINV} + t_{pNAND} = 143 \text{ ps}$

Esercizio 7.

(a) Ricavare l'espressione della tensione di ripple per un raddrizzatore a doppia semionda.

(b) Il circuito in figura dovrebbe realizzare un raddrizzatore a doppia semionda. Ci sono errori nello schema? In caso affermativo evidenziare quali sono e disegnare lo schema corretto.



(c) La tensione di ingresso sia sinusoidale, con valore di picco di 13.5V e frequenza 50Hz. Valutare il valore della tensione di uscita V_O (trascurando il ripple). Assumere per i diodi il modello a caduta costante con $V_\gamma=0.75V$

(d) Ipotizzando che il carico assorba una corrente di 100mA, calcolare il valore di $C1$ in modo da ottenere una tensione di ripple di 1V

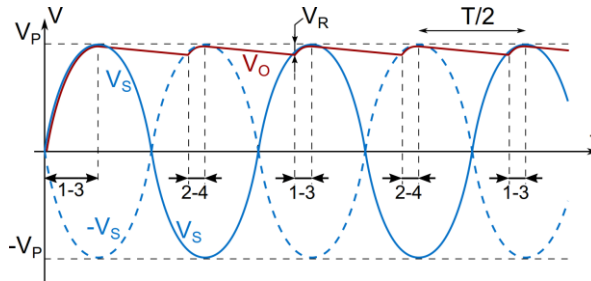
(e) Per la realizzazione del circuito, si supponga di poter avere le seguenti possibilità per la scelta dei diodi:

- diodi di marca "A": costo 0.02€, tensione di breakdown 5V
- diodi di marca "B": costo 0.05€, tensione di breakdown 25V
- diodi di marca "C": costo 0.10€, tensione di breakdown 100V

Quale marca di diodo scegliereste? Per quale motivo?

Soluzione esercizio 7.

(a) La Figura seguente mostra l'andamento della tensione di ingresso (sinusoidale) e di quella di uscita per un raddrizzatore a doppia semionda.



utilizziamo per i diodi il modello ideale ed assumiamo come tempo 0 quello in cui la tensione di uscita raggiunge il valore massimo V_p . Durante la fase di scarica del condensatore, la tensione di uscita è data da:

$$V_o(t) = V_p e^{-t/(RC)}$$

Dopo un tempo dato (all'incirca) da $T/2$ risulta: $V_o(T/2) \approx V_p - V_R$ in cui V_R è la tensione di ripple.

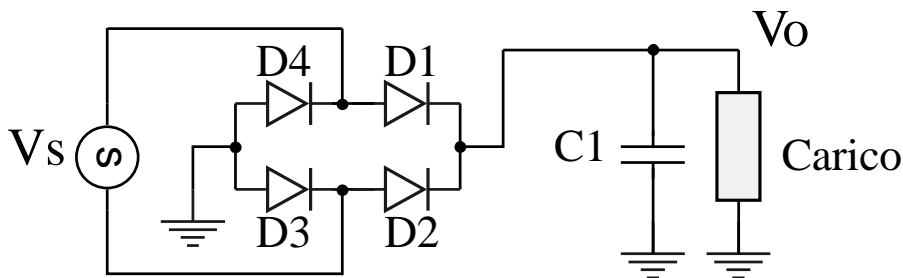
Sostituendo:

$$V_p e^{-T/(2RC)} \approx V_p - V_R$$

Sviluppando al primo ordine l'esponenziale ($T \ll 2RC$) si ha:

$$V_p \left(1 - \frac{T}{2RC} \right) \approx V_p - V_R \Rightarrow V_R \approx V_p \frac{T}{2RC}$$

(b) I diodi D2 e D3 devono essere montati al contrario. Lo schema corretto è il seguente



(c) $V_o = V_p - 2 V_\gamma = 13.5 - 1.5 = 12V$

(d) Il carico assorba una corrente di 100mA, quindi la resistenza del carico è: $R = V_o / I = 12 / 0.1 = 120\Omega$.

Imponendo la relazione per il ripple: $V_R \approx V_o \frac{T}{2RC} \Rightarrow C = V_o \frac{T}{2RV_R} = 12 \frac{20 \times 10^{-3}}{2 \times 120 \times 1} = 1mF$

(e) La massima tensione inversa di picco per il raddrizzatore a ponte di diodi è: $PIV = V_p = 13.5V$. Possiamo dunque scegliere i diodi di marca "B" o quelli di marca "C"; la soluzione migliore è data dai diodi marca "B", più economici.