Corso di Fisica
Moto ad una dimensione

Prof. Francesco Di Capua

a.a. 2022/23

Moto ad una dimensione

Vettore posizione

- Per descrivere il moto occorre definire la posizione di un punto nello spazio
- Si utilizza una terna di assi cartesiani in cui si introduce un vettore posizione

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

- Se il punto si muove rispetto al riferimento di assi cartesiani, il vettore posizione sarà una funzione del tempo

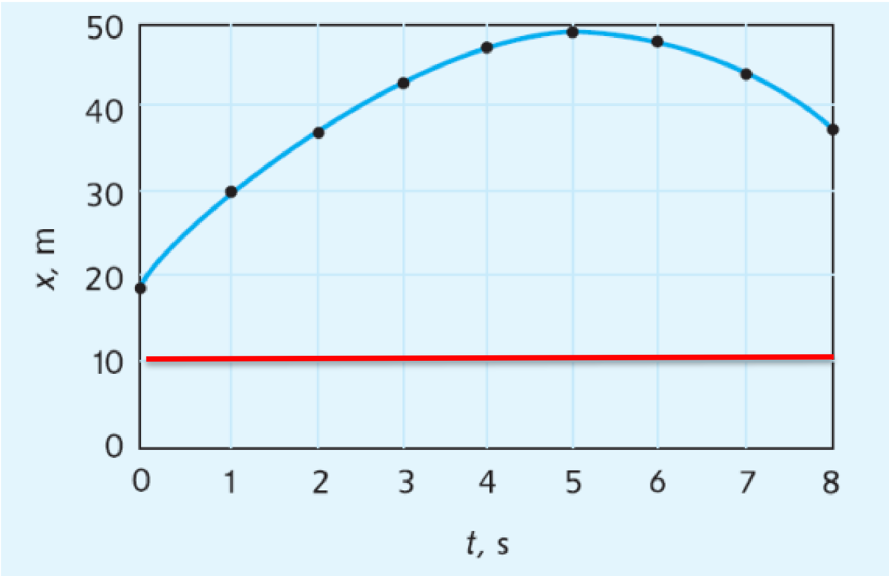
$$\vec{r} \equiv \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

- Il moto di un corpo sarà noto se si conosce la dipendenza dal tempo delle tre componenti x(t), y(t), z(t)

Velocità spaziale

- Se c’e’ una variazione di una coordinata spaziale nel tempo allora c’e’ una velocità
- La velocità è proprio la variazione di una coordinata spaziale in un certo intervallo di tempo

Variazione nel tempo della posizione



- La posizione di un corpo può variare nel tempo secondo una particolare legge
- Nota la legge del moto si può prevedere la posizione del corpo in qualsiasi istante

Esempio:

$$x(t) = 18m + (12m/s)t - (1.2m/s^2)t^2$$

$t = 0 \qquad x(t) = 18m$

$t = 1s \qquad x(t) = 18m + 12m - 1.2m = 28.8m$

$t = 2s \qquad x(t) = 18m + 24m - 4.8m = 37.2m$

$t = \ldots.$

Velocità

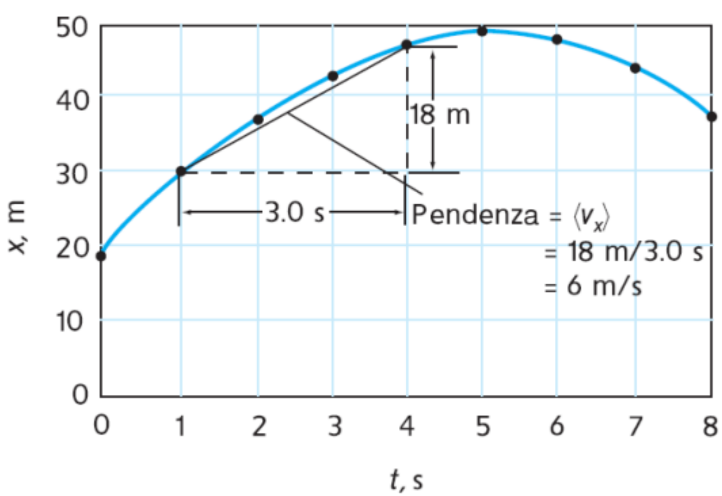
- La rapidità con cui un vettore posizione cambia rispetto ad un sistema di riferimento è chiamata **velocità**

- **Velocità media di un corpo in un intervallo di tempo Δt**

$$\overrightarrow{\langle v \rangle} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

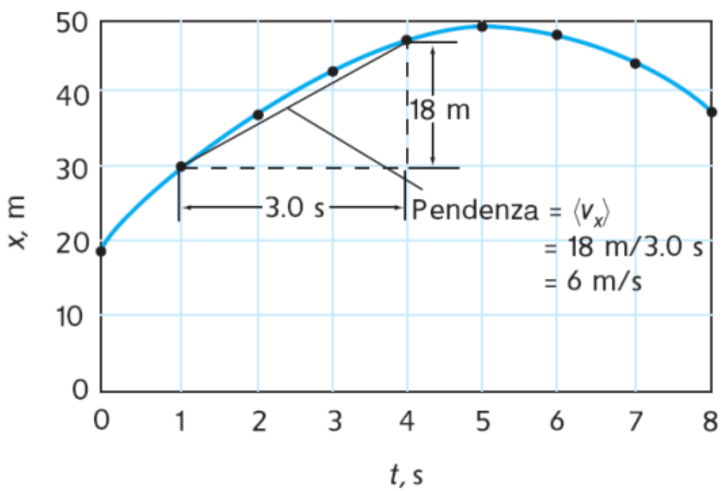
- **Nel caso ad una dimensione**

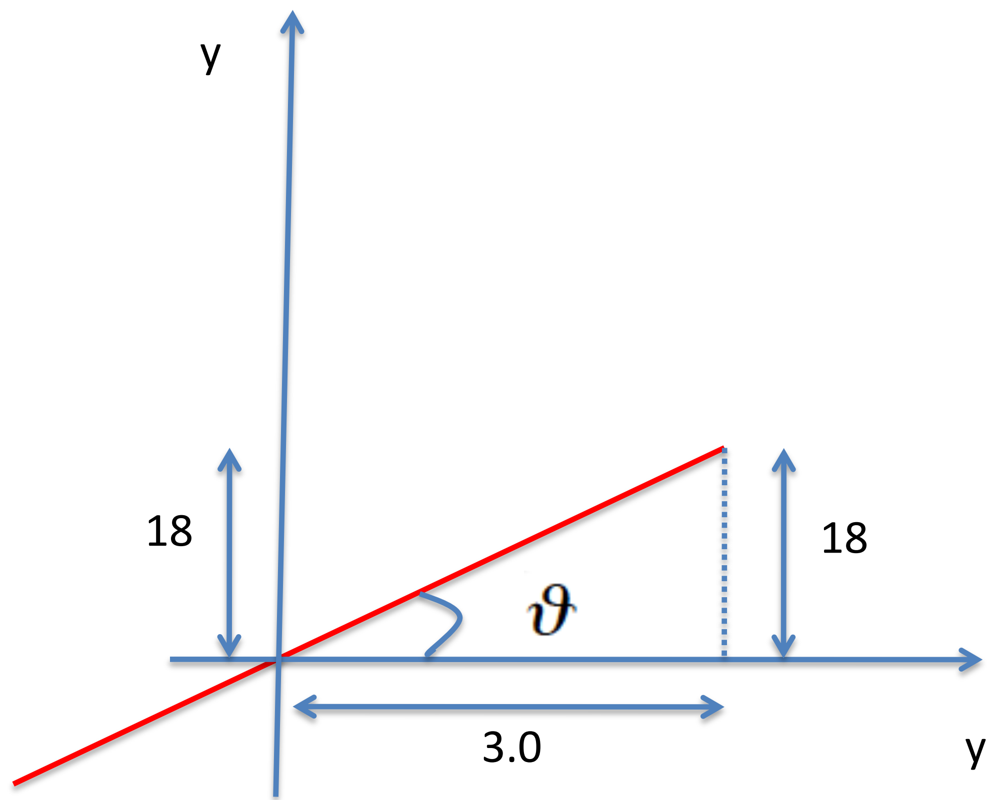
$$\overrightarrow{\langle v \rangle} = \frac{(x_f - x_i)\hat{i}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i}$$



- Dal punta di vista geometrico la velocità media è il rapporto dei cateti del rettangolo in figura: cioè è la pendenza della retta che unisce le due posizioni finale ed iniziale nella curva spazio-tempo

Pendenza di una retta





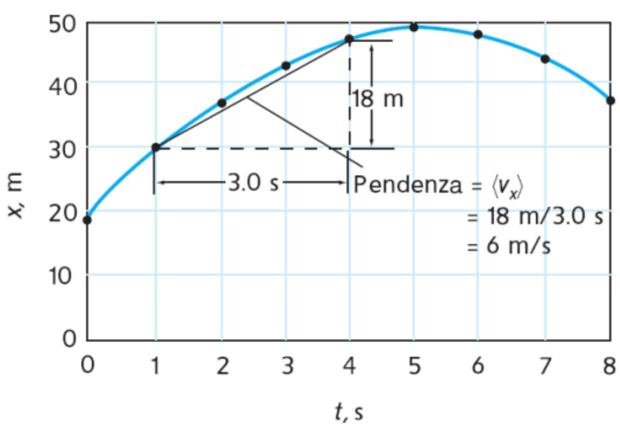
$$18 = 3 \cdot \tan\vartheta$$

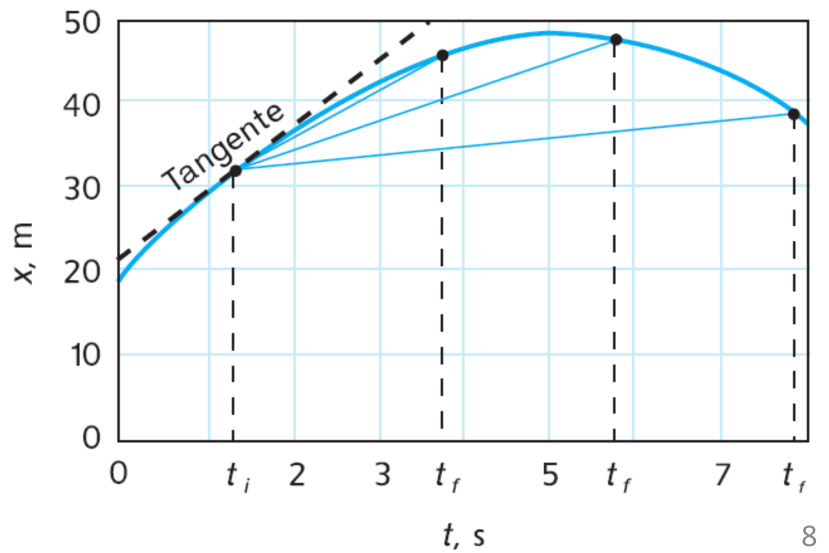
$$\frac{18}{3} = \tan\vartheta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 6m/s$$

La velocità media tra 1 e 4 secondi è la tangente dell'angolo formato dalla retta nella curva spazio tempo, tan(ϑ) è in geometria la pendenza della retta

Velocità istantanea

- La **velocità istantanea** esprime la rapidità con cui un corpo si muove in un dato istante di tempo
- Per comprendere questo concetto supponiamo di conoscere la posizione x in molti punti sempre più vicini tra loro
- Se consideriamo la velocità media per intervalli di tempo sempre più brevi, si osserva ce la pendenza del segmento diventa sempre più vicino alla retta tangente alla curva nell'istante t iniziale
- Quando l'intervallo di tempo diventa infinitesimo la velocità in quell'istante (**velocità istantanea**) corrisponde alla tangente alla curva spazio-tempo





Velocità istantanea(2)

- **La velocità istantanea è uguale al valore del rapporto Δx/Δt (velocià media) quando l'intervallo di tempo Δt tende a zero**
- **Dal punto di vista matematico si esprime con il concetto di limite del rapporto incrementale**
- **Al tendere di Δt a zero anche Δx tende a zero, il loro rapporto (velocità media) tende alla Velocità istantanea (tangente alla curva all'istante t)**

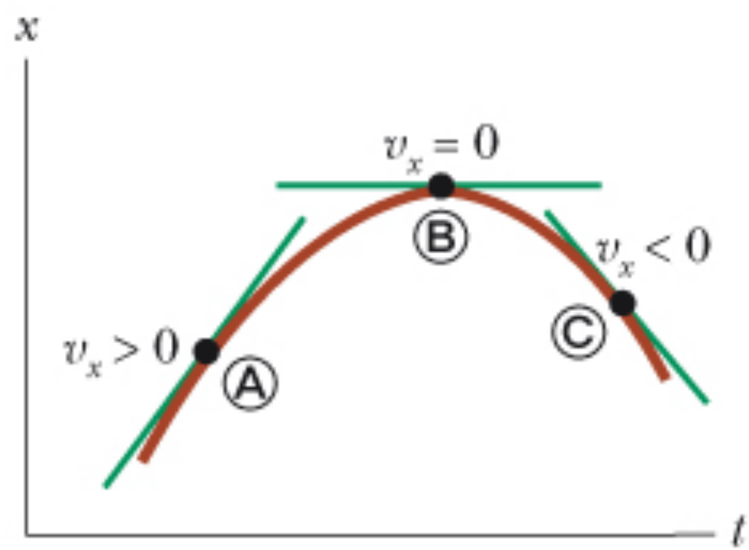
$$\overrightarrow{v_{ist}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$$

- **La velocità istantanea è in altre parole in ogni istante t la tangente alla curva x(t), tale pendenza è data dal valore della derivata di x rispetto al tempo t**

$$\overrightarrow{v_{ist}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{x(t)}\right)$$

Derivata rispetto alla variabile t della funzione x(t)

Velocità istantanea



La velocità è positiva quando la tangente in un dato punto ha pendenza positiva (aumento della posizione con il tempo), è uguale a zero quando la tangente ha pendenza nulla,
È negativa quando la tangente ha pendenza negativa (diminuizione della posizione con il tempo)

Esercizio: Velocità media ed istantanea(1)

La posizione di una particella che si muove lungo l'asse x varia nel tempo secondo l'espressione

$$x = -4t + 2t^2$$

Determinare lo spostamento della particella da t=0 a t=1s e da t=1s a t=3s

Lo spostamento nell'intervallo AB è

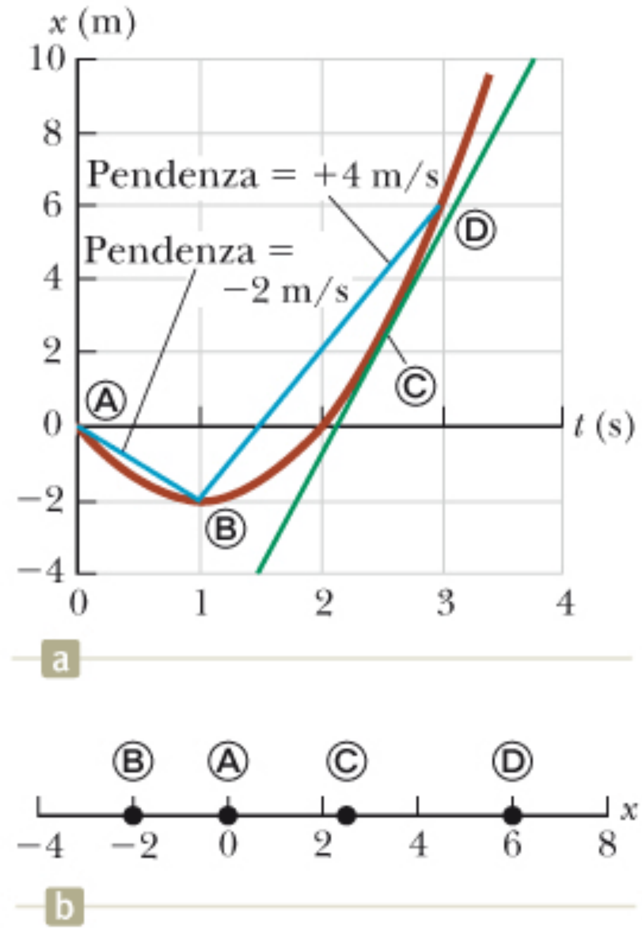
$$\Delta x_{AB} = -4(1) + 2(1)^2 - [-4(0) + 2(0)^2]$$

$$\Delta x_{AB} = -4 + 2 = -2m$$

Allo stesso modo nell'intervallo BD

$$\Delta x_{BD} = -4(3) + 2(3)^2 - [-4(1) + 2(1)^2]$$

$$\Delta x_{BD} = -12 + 18 - [-4 + 2] = +8m$$

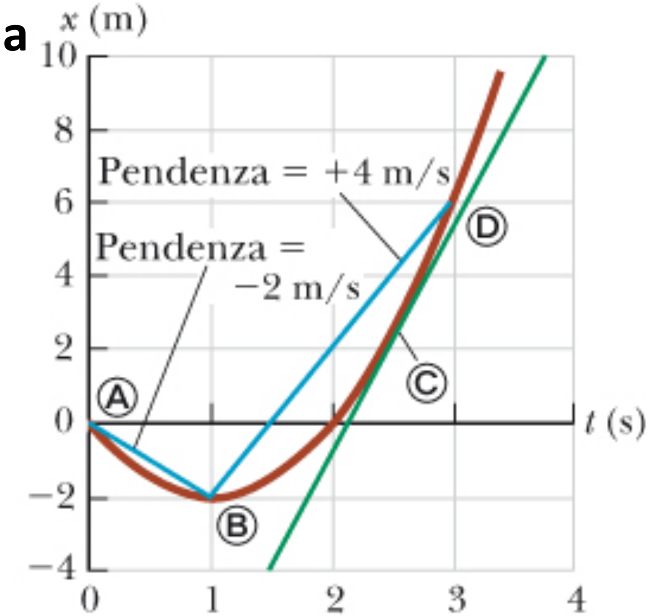


Esercizio: velocità media ed istantanea(2)

Negli stessi intervalli di tempi calcolare la velocità media

$$v_x = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{-2m}{1s} = -2m/s$$

$$v_x = \frac{\Delta x_{BD}}{\Delta t_{BD}} = \frac{8m}{2s} = +4m/s$$

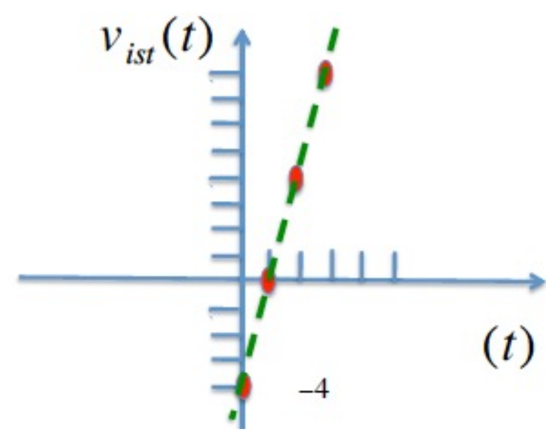


Trovare la velocità istantanea in ogni istante t

$$\overrightarrow{v_{ist}}(t) = \frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{x(t)}\right) = \frac{d}{dt}\left(-4t + 2t^2\right) = -4 + 4t$$

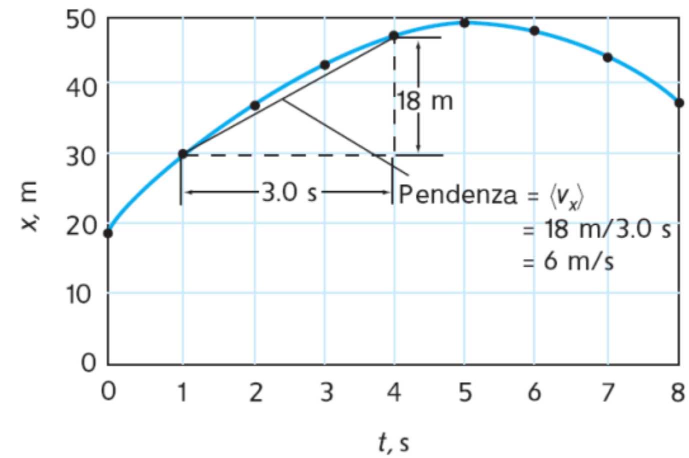
A t=1 v_{ist}=0, a t=3 v_{ist}=8m/s

Time (s)	Speed (m/s)
0	-4
1	0
2	4
3	8
4	12



Sommario: concetto di velocità

- Variazione nel tempo della posizione, legge del moto
- Velocità media, pendenza della retta che unisce due posizioni nella curva spazio tempo
- Velocità istantanea è il limite della velocità di media quando l'intervallo di tempo tende a zero, tangente alla curva x(t)
- La velocità è la derivata della funzione x(t) rispetto al tempo



$$\overrightarrow{\langle v \rangle} = \frac{(x_f - x_i)\hat{i}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i}$$

$$\overrightarrow{v_{ist}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{x(t)}\right)$$

Accelerazione

- La rapidità con cui la velocità varia rispetto al tempo si chiama **accelerazione**
- Un moto di un corpo che avviene a velocità costante è ad accelerazione nulla
- Si definisce **accelerazione media di un corpo in un certo intervallo di tempo**

$$\overrightarrow{\langle a \rangle} = \frac{\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_i}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Nel caso di una dimensione il modulo del vettore accelerazione media è

$$\langle a_x \rangle = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

$$\langle \overrightarrow{a_x} \rangle = \langle a_x \rangle \hat{i}$$

Accelerazione istantanea

- Derivata della velocità rispetto al tempo

$$\overrightarrow{a_{ist}}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \overrightarrow{\langle a \rangle} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{d}{dt}\left(\vec{v}(t)\right)$$

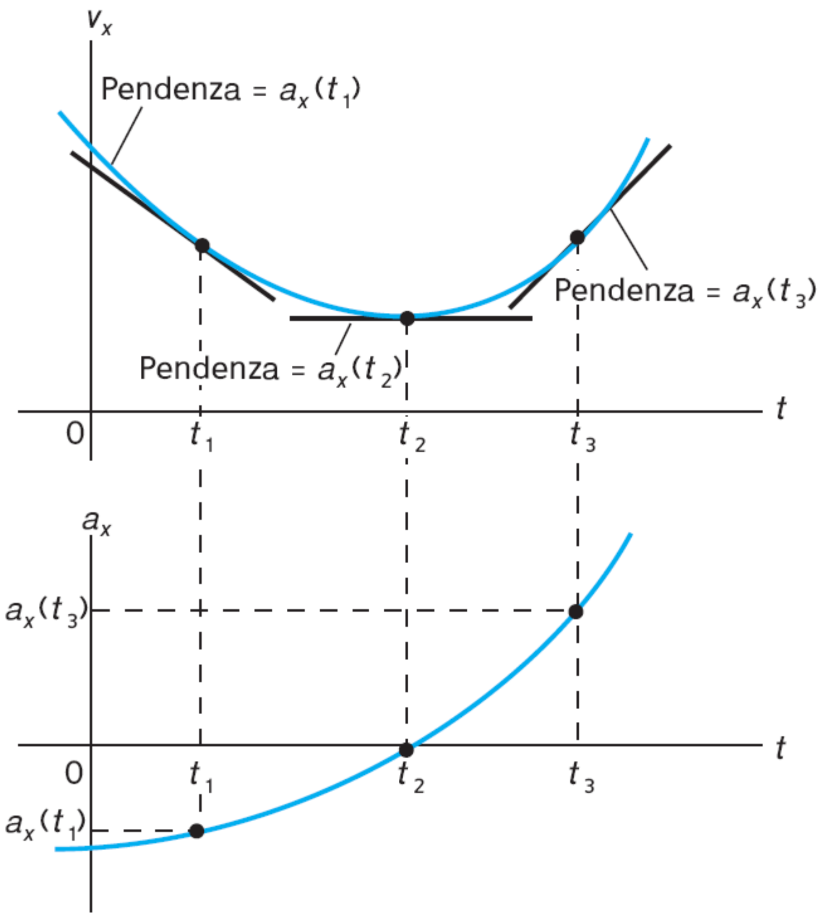
se la velocità è costante nel tempo, la sua derivata è nulla e l'accelerazione è nulla

dimensioni fisiche $\left[\overrightarrow{a_{ist}}(t)\right] = \frac{m}{s^2}$

$$\overrightarrow{a_{ist}}(t) = \frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{v(t)}\right) = \frac{d^2}{dt}\left(\overrightarrow{r(t)}\right)$$

derivata seconda rispetto al tempo del vettore posizione

Accelerazione istantanea(2)



- L'accelerazione ad un dato istante è data dalla pendenza della curva velocità-tempo
- Per il moto unidimensionale:

$$\overrightarrow{a_{ist}} = a_x \hat{i}$$

$$a_x = \frac{d}{dt} v_x(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt} x(t)\right) = \frac{d^2}{dt}\left(x(t)\right)$$

- Quando la velocità diminuisce (pendenza tangente negativa) l'accelerazione è negativa, quando la velocità aumenta, l'accelerazione è positiva

Esempio velocità ed acceleraz. istantanee

Data una legge oraria:

$$x(t) = 18m + (12m/s)t - (1.2m/s^2)t^2$$

Determinare l'accelerazione:

Derivata prima rispetto al tempo di x(t):

$$v(t) = (12m/s) - 2 \times (1.2m/s^2)t = (12m/s) - (2.4m/s^2)t$$

Derivata seconda rispetto al tempo di x(t):

$$a(t) = -2.4m/s^2$$

- **Nota**: partendo da una dipendenza spazio-tempo quadratica si ottiene un accelerazione costante

Moto con accelerazione costante

- In molti tipi di moti l'accelerazione è costante. In tal caso l'accelerazione media è uguale a quella istantanea

$$a_x = \langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

Accelerazione istantanea

Accelerazione media

ponendo t_f=t e t_i=0

$$a_x = \frac{v_x(t) - v_{x0}}{t - 0} \Rightarrow \boxed{v_x(t) = v_{x0} + a_x t}$$

La velocità al generico istante t varia linearmente con il tempo

Moto con accelerazione costante(2)

- Si può inoltre scrivere l'espressione della velocità media:

$$\langle v_x \rangle = \frac{x - x_0}{t - 0} \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + \langle v_x \rangle t$$

- **Per una velocità che aumenta linearmente con il tempo la velocità media su un intervallo di tempo è sempre data dalla media aritmetica tra velocità all'istante iniziale e la velocità all'istante finale**

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_x(t) + v_{x0}}{2}$$

$$x = x_0 + \frac{v_x(t) + v_{x0}}{2} t = x_0 + \frac{v_x(t)t}{2} + \frac{v_{x0}t}{2}$$

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t$$

$$x = x_0 + \frac{(v_{x0} + a_x t)t}{2} + \frac{v_{x0}t}{2} = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

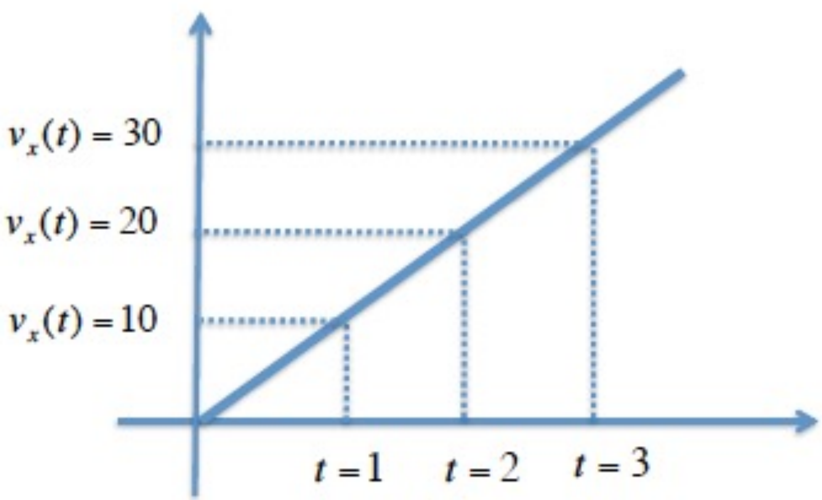
- **Per una velocità che aumenta linearmente con il tempo la velocità media su un intervallo di tempo è sempre data dalla media aritmetica tra velocità all'istante iniziale e la velocità all'istante finale**

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t$$

Esempio:

$v_{x0} = 0 \quad a_x = 10 m/s^2$

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_x(t) + v_{x0}}{2}$$

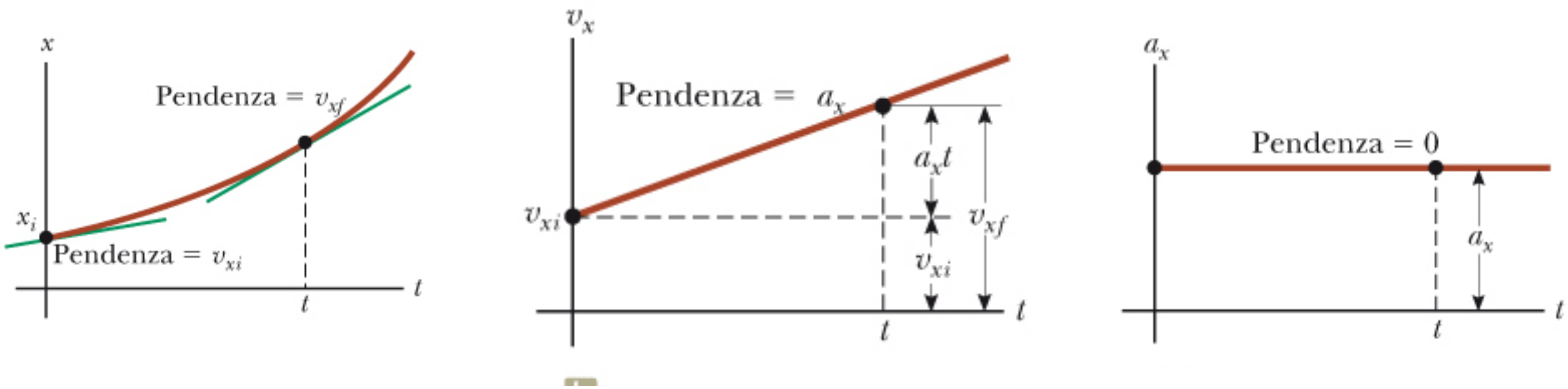


$$\langle v_x \rangle_{0-2} = \frac{20+0}{2} = 10$$

Moto con accelerazione costante (3)

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2}$$

La posizione x(t) varia quadraticamente con il tempo



- È semplice dimostrare che si passa da posizione ***x*** ad accelerazione ***a*** applicando due volte l'operazione di derivazione e viceversa si passa da ***a*** ad ***x*** applicando due volte l'integrazione

Integrazione e derivazione

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

derivata x(t)

$$v_x = \frac{d}{dt}x(t) = v_{x0} + a_x t$$

derivata v(t)

$$a_x = \frac{d}{dt}v_x(t) = a_x$$

$$a_x = \mathrm{costante}$$

integrale x(t)

$$v_x = a_x t + v_{x0}$$

integrale v_x(t)

$$x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{x0}t + x_0$$

Riassumendo (sul moto con accelerazione costante)

$$\boxed{x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2}$$

$$\boxed{v_x = v_{x0} + a_x t}$$

$$t = \frac{v_x - v_{x0}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{x0}\left(\frac{v_x - v_{x0}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{x0}}{a_x}\right)^2$$

$$\boxed{v_x^{\ 2} = v_{x0}^{\ 2} + 2a_x(x - x_0)}$$

Esempio 1

Un auto viaggia alla velocità costante di 45 m/s
Al passaggio davanti una moto della polizia dopo un secondo viene inseguita.
La polizia inizia un inseguimento con un accelerazione di $3 m/s^2$

Dopo quanto tempo la polizia raggiunge l'auto?

La polizia inizia l'inseguimento dopo un tempo t=1s, l'auto viaggiando alla velocità di 45 m/s, si trovera dopo 1s distante 45 m dalla polizia (consideriamo dunque una posizione iniziale x_i= 0, per la polizia, e x_i= 45 m per l'auto in corsa

L'auto si muove a velocità costante
(accelerazione nulla)

$$x_f = x_i + v_{ist} t + \cancel{\frac{1}{2} a t^2}$$

$$x_{AUTO} = 45m + (45m/s)\ t$$

Per la moto che parte da ferma si ha (x_i=0 v_{xi}=0 e a_x=3 m/s^2)

$$x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow x_{POLIZIA} = \frac{1}{2}(3m/s^2)t^2$$

Esempio 1

La polizia raggiunge l'auto al tempo t in cui vale $x_{AUTO} = x_{POLIZIA}$

$$x_{POLIZIA} = \frac{1}{2}(3m/s^2)t^2 = x_{AUTO} = 45m + (45m/s)\ t$$

$$\frac{3}{2}t^2 - 45t - 45 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 30.97s$$

$$x_{POLIZIA} = \frac{1}{2}(3m/s^2)(30.97s)^2 = 1438.7m$$

$$x_{AUTO} = 45m + (45m/s)30.97s = 1438.7$$

Esempio 2

- Un tennista colpendo la pallina ne cambia la sua velocità da 0 a 40 m/s (144 km/h) . La pallina resta attaccata alla racchetta per 0.5 m durante la battuta.
- Calcolare l'accelerazione

$$v_x^{\ 2} = v_{x0}^{\ 2} + 2a_x(x - x_0)$$

$$a_x = \frac{v_x^{\ 2}}{2(x - x_0)} = \frac{(40m/s)^2}{2 \cdot 0.5m} = 1600m/s^2$$

- Dopo la battuta la velocità della pallina resta costante (accelerazione nulla). Calcolare il tempo di reazione che deve avere l'altro tennista per rispondere considerando che il campo è lungo 25m

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \Rightarrow x - x_0 = v_{x0}t$$

$$25m = (40m/s)t \qquad t = 0.62s$$

Moto in caduta libera

- A corpi che vengono lasciati cadere è applicata un accelerazione costante diretta verso il basso, l'accelerazione di gravità
- Al livello del mare l'accelerazione di gravità vale circa $g=9.807\ m/s^2$
- g varia con l'altitudine e con la latitudine: ai poli ($9.823\ m/s^2$), all'equatore ($9{,}789\ m/s^2$), Everest ($9{,}77\ m/s^2$)
- Tutti I corpi cadono con la stessa accelerazione e quindi per essi vale la stessa legge fisica
- Indipendente dal peso e dalla forma due oggetti lasciati cadere dalla stessa altezza raggiungono il suolo allo stesso istante (in assenza di attrito)
- Sulla Luna $g=1.62\ m/s^2$ su Marte $g=3.71\ m/s^2$

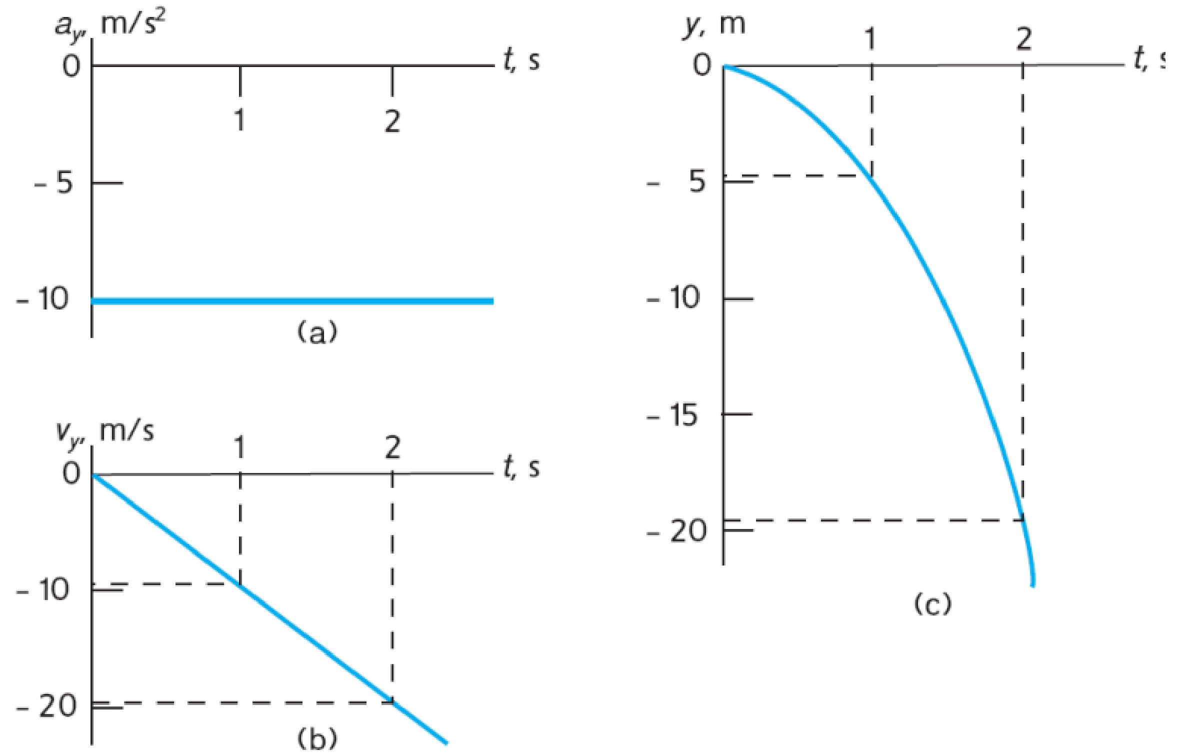
Moto in caduta libera

- Per descrivere il moto in caduta libera si scelga l'asse delle y orientato verso l'alto

$$\vec{a} = -g\hat{j} \qquad a_y = -g$$

$$v_y = v_{y0} - gt$$

$$y(t) = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$



Moto verticale

- Se un corpo viene lanciato verticalmente verso l'alto, si può determinare il tempo che il corpo impiega a raggiungere la massima altezza t_m e l'altezza massima h_m raggiunta dal corpo stesso
- Se il corpo viene lanciato all'origine di un sistema di riferimento in cui si ha:

$$y_0 = 0 \qquad v_{y_0} = v_0 \qquad v_y = v_0 - gt$$

- La velocità diminuisce fino a che, ad un certo istante, la velocità v_y diventa nulla, prima di cambiare segno e che il moto si inverta. Il punto a $v_y=0$ rappresenta dunque il punto in cui il corpo raggiunge l'altezza massima

$$v_y = v_0 - g t_{max} = 0 \qquad t_{max} = \frac{v_0}{g}$$

- Il punto di massima altezza è ottenuto sostituendo t_m nell'equazione della coordinata y:

$$y_{max} = y(t_{max}) = y_0 + v_0 t_{max} - \frac{1}{2} g (t_{max})^2$$

$$y_{max} = y(t_{max}) = 0 + v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$$

$$y_{max} = \frac{v_0^{\,2}}{2g}$$

Moto verticale: tempo di andata e ritorno

- Per andare dal punto di partenza iniziale alla quota massima un corpo impiega un tempo v_0/g
- Quanto tempo occorre per ritornare dal punto di quota massima al punto di partenza?
- È facile vedere che il tempo è nuovamente uguale a v_0/g.
- I tempi di andata e ritorno sono uguali

$$y_f = y_{max} = \frac{v_0^{\;2}}{2g} \qquad\qquad y_{in} = \frac{v_0^{\;2}}{2g} \quad v_{in} = 0$$

$$t_{max} = \frac{v_0}{g} \qquad\qquad t_r = ?$$

$$y_{in} = 0 \quad v_{in} = v_0 \qquad\qquad y_f = 0$$

$$y_f = y_{in} + v_{in} t_r - \frac{1}{2} g t_r^{\;2} = \frac{v_0^{\;2}}{2g} + 0 - \frac{1}{2} g t_r^{\;2} = 0$$

$$\frac{1}{2} g t_r^{\;2} = \frac{v_0^{\;2}}{2g} \quad \Longrightarrow \quad t_r^{\;2} = \frac{v_0^{\;2}}{g^2} \qquad t_r = \frac{v_0}{g}$$

Moto verticale: velocità di rientro

$$y_f = y_{\max} = \frac{v_0^{\ 2}}{2g} \qquad v_f = 0$$

$$t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

$$y_{in} = 0 \quad v_{in} = v_0$$

$$y_{in} = \frac{v_0^{\ 2}}{2g} \qquad v_{in} = 0$$

$$t_r = \frac{v_0}{g}$$

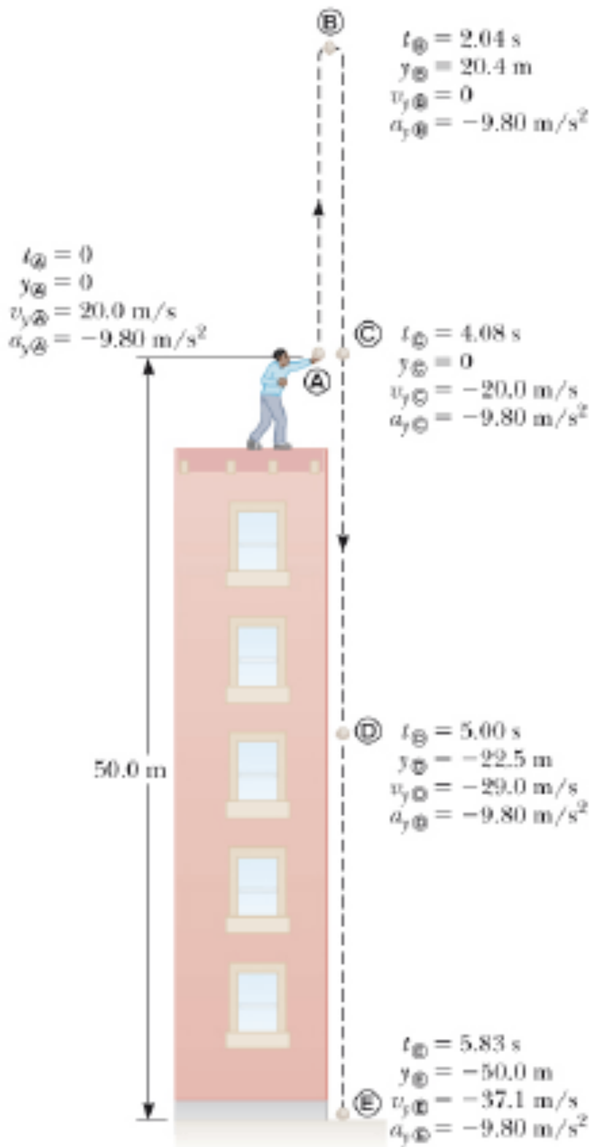
$$y_f = 0 \qquad v_f = ?$$

- Con che velocità il corpo ritorna al punto iniziale $y_0=y_f$?

$$v_f = v_{in} - gt_r = 0 - g\frac{v_0}{g} = -v_0$$

- Il corpo rientra con la stessa velocità che aveva quando è stato lanciato ma con segno opposto.

Moto in caduta libera (esercizio)



Una pietra è lanciata dalla cima di un edificio (punto A) con v_i=20 m/s verso l'alto. L'edificio è alto 50 m.

Determiniamo il tempo impiegato dalla pietra per raggiungere l'altezza massima

Condizioni iniziali:

$$t_A = 0$$
$$y_A = 0$$
$$v_A = 20 m/s$$
$$a_{yA} = -g = -9.8 m/s^2$$

La pietra lanciata verso l'alto sale poi rallenta per effetto della accelerazione di gravità che è diretta in verso opposto.

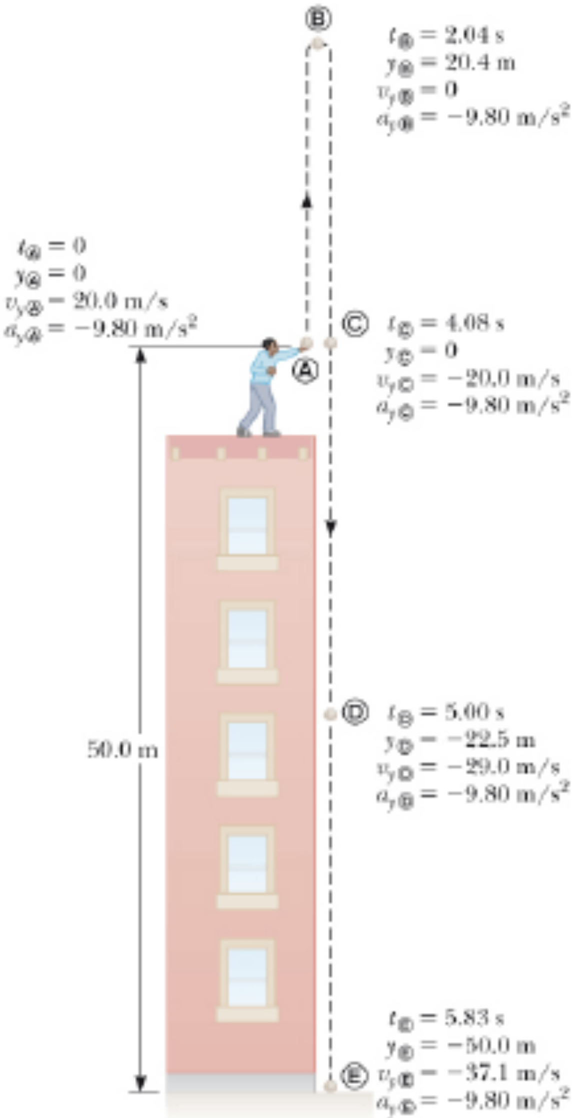
L'altezza massima si ottiene quando la pietra si ferma, vale a dire v_y=0

$$v_{yf} = v_B = v_{yi} - g t_f = 0$$

$$20 m/s + (-9.8) m/s^2 t_f = 0$$

$$t_f = \frac{v_{yi}}{g} \qquad t_f = t_B = \frac{20 m/s}{9.80 m/s^2} = 2.04 s$$

…esercizio (2)



Determiniamo l'altezza massima che raggiunge la pietra sopra l'edificio

$$y_B = y_A + v_{yA} t_B - \frac{1}{2} g t_B^{\ 2}$$

$$y_B = 0 + (20m/s)(2.04s) + \frac{1}{2}(-9.8m/s^2)(2.04s)^2 = 20.4m$$

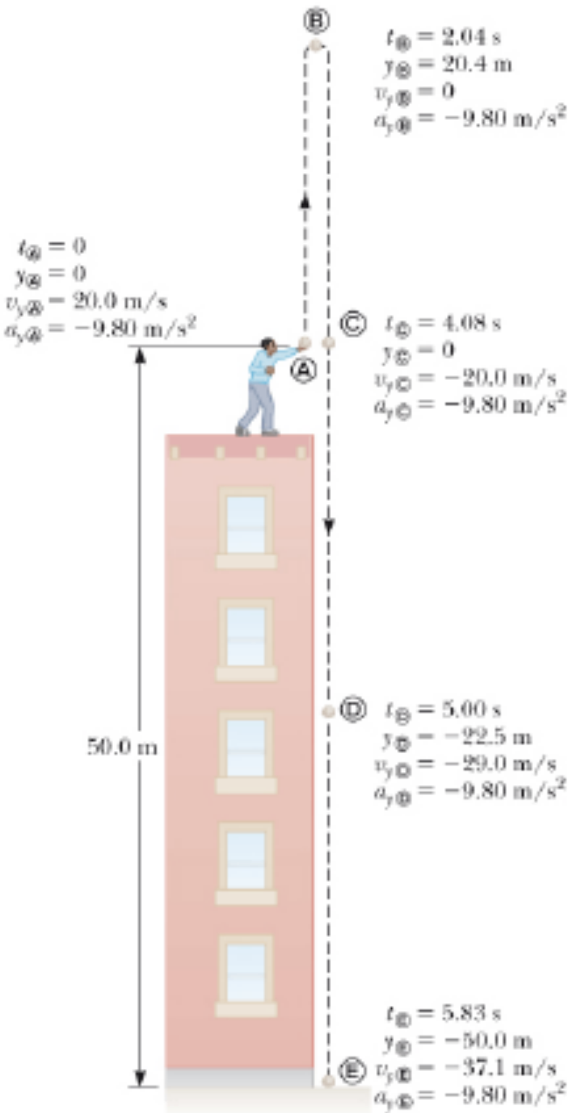
$$y_B = \frac{v_{yA}^{\ 2}}{2g} = \frac{(20m/s)^2}{2(9.8m/s^2)} = 20.4m$$

Determiniamo il tempo impiegato dalla pietra per tornare alla quota del lanciatore

$$y_C = 0 = y_B + v_{yB} t_C - \frac{1}{2} g t_C^{\ 2} = 20.4m + 0 - \frac{1}{2} g t_C^{\ 2}$$

$$t_C^{\ 2} = \frac{2(20.4)}{9.8} = 4.16 = 2.04s$$

…esercizio (3)



Determiniamo la velocità della pietra quando passa alla quota del lanciatore

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t_f \qquad a_y = -9.8 m/s^2$$

$$1) v_{y_C} = v_{yA} + a_y t_{AC} = (20 m/s) + (-9.8 m/s^2)(4.08 s)$$

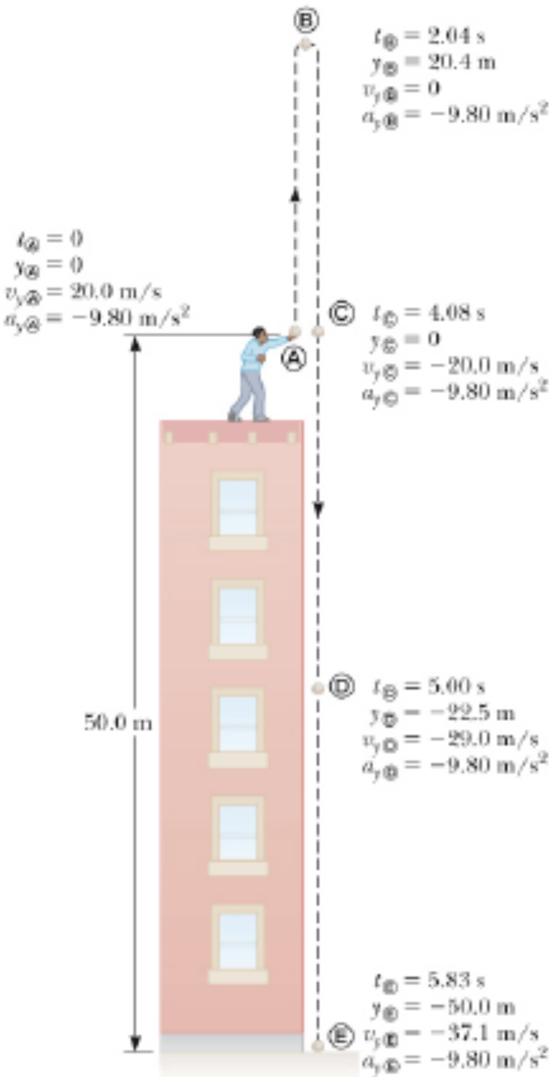
$$v_{y_C} = -20.0 m/s$$

$$2) v_{y_C} = v_{yB} + a_y t_{BC} = 0 + (-9.8 m/s^2)(2.04 s)$$

$$v_{y_C} = -20.0 m/s$$

La pietra dunque ritorna alla quota del lanciatore (da B a C) nello stesso tempo che impiega a raggiungere la quota massima (da A a B) e arriva al livello del lanciatore (in C) con la stessa velocità iniziale in modulo (che aveva in A) ma diretta in verso opposto

…esercizio (4)



Determiniamo dopo quanto tempo (e con che velocità) la pietra raggiunge il suolo

1) $$y_E = y_A + v_{yA} t_{AE} - \frac{1}{2} g t_{AE}^{\ 2}$$

$$-50m = 0m + (20m/s) t_{AE} + \frac{1}{2}(-9.8m/s^2) t_{AE}^{\ 2}$$

$$\frac{1}{2} 9.8 t_{AE}^{\ 2} - 20 t_{AE} - 50 = 0$$

$$a t_{AE}^{\ 2} + b t_{AE} + c = 0 \qquad t_{AE} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_{AE} = \frac{20 + \sqrt{(20)^2 + 4 \cdot 4.9 \cdot 50}}{2 \cdot 4.9} = 5.83s$$

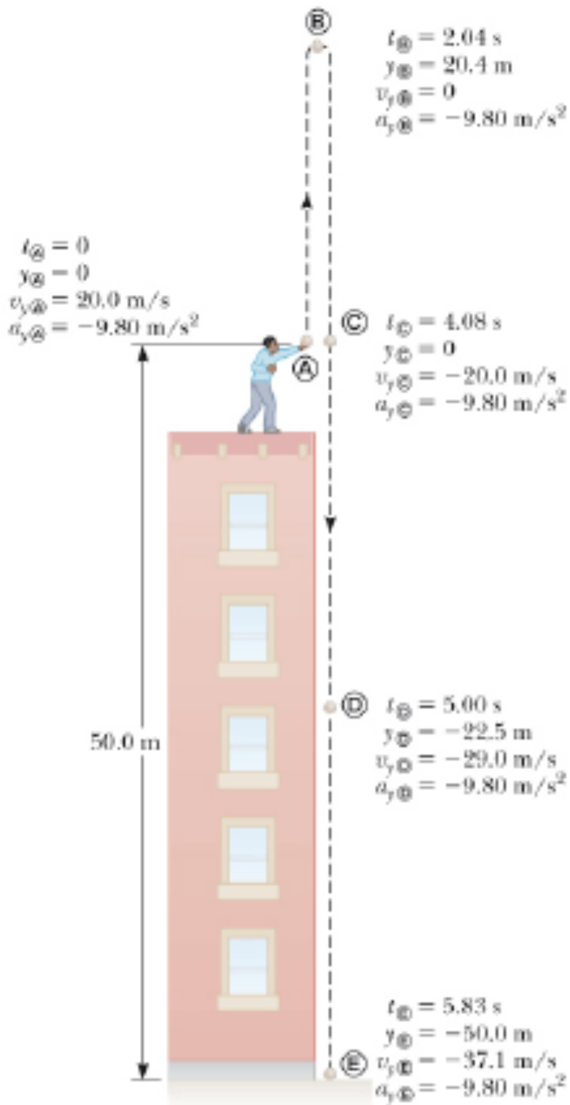
2) $$y_E = y_B + v_{yB} t_{BE} - \frac{1}{2} g t_{BE}^{\ 2}$$

$$-50m = 20.4m + 0 + \frac{1}{2}(-9.8m/s^2) t_{BE}^{\ 2}$$

$$\frac{1}{2} 9.8 t_{BE}^{\ 2} = 50 + 20.4 = 70.4 \qquad t_{BE} = 3.79s$$

$$t_{AE} = t_{AB} + t_{BE} = 2.04 + 3.79 = 5.83$$

…esercizio (5)



Determiniamo con che velocità la pietra raggiunge il suolo

$$v_{yf} = v_{yi} - gt_f$$

$$v_E = v_B - gt_{BE}$$

$$v_E = 0 - 9.8(m/s^2)\cdot 3.79s = -37.1m/s$$

$$v_E = v_A - gt_{AE}$$

$$v_E = 20m/s - 9.8(m/s^2)\cdot 5.83s = -37.1m/s$$

Moto in caduta libera

$$\boxed{y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2}$$

$$\boxed{v_y = v_{y0} - gt}$$

$$\boxed{v_y^{\,2} = v_{y0}^{\,2} - 2g(y - y_0)}$$

Non compare la massa!!!

…quindi velocità, tempi di caduta sono indipendenti dalla massa di un corpo?
1638 Galilei: "in assenza di aria tutti I corpi cadono con la stessa accelerazione che non dipende dalla massa dei corpi"