

Esame Matematica ed Elementi di statistica TAL Gruppo I-Z
22/02/23 - COMPITO A

Nome e Cognome:

MATRICOLA:

ISTRUZIONI: E' vietato l'uso di cellulari e qualunque foglio, schema, appunti, ecc ATTENZIONE:
Negli esercizi seguenti SOLO una risposta è corretta!

1. La soluzione di $\log_3(x-1) > 1$ è

- a) $x > 4$
- b) $x > 0$
- c) $x > 1$
- d) $x < 4$

2. Il $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 - \log x}{x}$ è

- a) $+\infty$
- b) 1
- c) 0
- d) $-\infty$

3. La funzione $f(x) = 3e^{2x}$,

- a) è crescente;
- b) ha la retta $y = 2$ come asintoto orizzontale;
- c) ha la retta $x = 3$ come asintoto verticale;
- d) è sempre negativa;

4. L'integrale $\int_0^{1/4} \frac{1}{4x+1}$ vale

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{4} \log 2$
- c) $\log 2$
- d) 0

5. L'integrale $\int_0^e \frac{x^2}{2} dx$ vale,

- a) $\frac{8}{3}$
- b) $\frac{e^3}{6}$
- c) $\frac{e}{3}$
- d) $\frac{4}{3}$

6. Il $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{(x-2)^2}$ è

- a) $+\infty$;
- b) -1 ;
- c) 1;
- d) $-\infty$.

7. La disequazione $\frac{\log x}{e^x} < 0$ è vera per

- a) $0 < x < 1$;
- b) $\forall x \in \mathbb{R}$;
- c) $x > 0$;
- d) $x > 1$;

8. La funzione $f(x) = |x^3|$,

- a) ha un asintoto orizzontale;
- b) ha un minimo assoluto;
- c) ha dominio $x > 0$;
- d) è crescente;

9. La derivata della funzione $f(x) = e^{x^2} \sqrt{x}$ è,

- a) $f'(x) = \frac{e^{x^2}}{\sqrt{x}}(2x^2 + 1)$;
- b) $f'(x) = e^{x^2}(2\sqrt{x} + 1)$;
- c) $f'(x) = \frac{e^{x^2}}{\sqrt{x}}$;
- d) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

10. La retta tangente alla funzione $f(x) = x^3 e^{2x-2}$ nel punto $x_0 = 1$ è,

- a) $y = x - 2$;
- b) $y = 2x + 3$;
- c) $y = 5x - 4$;
- d) $y = 5x$.

PARTE 2A (risolvere con svolgimento gli esercizi seguenti)

Esercizio 2 (6 punti) Assegnata la funzione $f(x) = e^{1-x}\sqrt{x}$ determinare:

- a) il dominio,
- b) intersezioni con gli assi
- c) il segno
- d) i limiti agli estremi del dominio
- e) specificare se la funzione ha asintoti orizzontali, verticali e obliqui
- f) studiare la monotonia della funzione
- g) determinare i punti di massimo e/o minimo (assoluti e relativi)
- h) tracciare il grafico di f utilizzando le informazioni dedotte

Esercizio 3 (2 punti)

Calcolare l'area della parte di piano compresa tra l'asse x , le rette $x = 1$ e $x = 2$ e il grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x} - e^x$.

Esercizio 4 (2 punti)

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \sqrt{5x^2 - 4}$ nel punto $x_0 = -2$.

Esercizio 5 (5 punti)

Data la seguente tabella dei redditi da pensione di un campione di 100 persone, calcola la media aritmetica e individua la classe nella quale è compresa la mediana.

Importo	Numero pensionati f_i
500 – 700	26
700 – 900	32
900 – 1200	22
1200 – 1500	12
1500 – 2000	6
2000 – 2500	2
	100

- (a) Calcolare il reddito medio.
- (b) Disegnare l'istogramma delle frequenze.
- (c) Calcolare la mediana, usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza.

Esercizio 6 (3 punti)

Disegnare in uno stesso sistema di assi cartesiani i grafici delle funzioni

$$f(x) = |\log x| \qquad g(x) = x^3 \qquad h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Esercizio 7 (3 punti)

Calcolare

- a) la derivata della funzione

$$f(x) = \log \sqrt{3x^4 - 1}$$

- b) il dominio ed i limiti agli estremi del dominio della funzione

$$f(x) = e^x + \sqrt{x^2 + 1}$$

Esame Matematica ed Elementi di statistica TAL Gruppo I-Z
22/02/23 - COMPITO B

Nome e Cognome:

MATRICOLA:

ISTRUZIONI: E' vietato l'uso di cellulari e qualunque foglio, schema, appunti, ecc ATTENZIONE:
Negli esercizi seguenti SOLO una risposta è corretta!

1. La derivata della funzione $f(x) = \sqrt{e^{3x} + 2e^x}$ è,
 - a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{e^{3x} + 2e^x}}$;
 - b) $f'(x) = \sqrt{e^{3x} + 2e^x}(e^{3x} + 2e^x)$;
 - c) $f'(x) = \sqrt{e^{3x} + 2e^x}(3e^{3x} + 2e^x)$;
 - d) $f'(x) = \frac{(3e^{3x} + 2e^x)}{2\sqrt{e^{3x} + 2e^x}}$.
2. L'integrale $\int_0^e \frac{x}{4} dx$ vale,
 - a) $\frac{e^2}{8}$
 - b) $\frac{3}{4}$
 - c) $\frac{e}{4}$
 - d) $\frac{4}{3}$
3. La disequazione $e^x \log_{1/2} x > 0$ è vera per
 - a) $0 < x < 1$;
 - b) $\forall x \in \mathbb{R}$;
 - c) $x > 0$;
 - d) $x > 1$;
4. Quale tra le seguenti funzioni ha un asintoto verticale?
 - a) $f(x) = x^3$;
 - b) $f(x) = x^2 + 1$;
 - c) $f(x) = \log(x - 2)$;
 - d) $f(x) = \sqrt{x}$;
5. L'integrale $\int_0^2 \frac{1}{2x+2} dx$ vale
 - a) $\frac{1}{2}$
 - b) $\frac{1}{3} \log 2$
 - c) $\frac{1}{2} \log 3$
 - d) 0
6. La funzione $f(x) = |\log x|$,
 - a) ha un asintoto orizzontale;
 - b) ha un massimo assoluto;
 - c) è decrescente;
 - d) ha dominio $x > 0$;
7. La soluzione di $e^x + 2 > 5$ è
 - a) $x > -\frac{5}{2}$
 - b) $0 < x < 3$
 - c) $x > \log 3$
 - d) $x > \log \frac{5}{2}$
8. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5 + e^x}{x + \log x}$ è
 - a) $+\infty$;
 - b) -1 ;
 - c) 1;
 - d) $-\infty$.
9. La retta tangente alla funzione $f(x) = x^3 e^{x-1}$ nel punto $x_0 = 1$ è,
 - a) $y = 4x - 3$;
 - b) $y = 2x + 3$;
 - c) $y = 5x$;
 - d) $y = 4x + 1$.
10. Il $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-5 + \log x}{x}$ è
 - a) $+\infty$
 - b) 1
 - c) 0
 - d) $-\infty$

PARTE 2B (risolvere con svolgimento gli esercizi seguenti)

Esercizio 2 (6 punti) Assegnata la funzione $f(x) = e^x \sqrt{1-x}$ determinare:

- a) il dominio,
- b) intersezioni con gli assi
- c) il segno
- d) i limiti agli estremi del dominio
- e) specificare se la funzione ha asintoti orizzontali, verticali e obliqui
- f) studiare la monotonia della funzione
- g) determinare i punti di massimo e/o minimo (assoluti e relativi)
- h) tracciare il grafico di f utilizzando le informazioni dedotte

Esercizio 3 (2 punti)

Calcolare l'area della parte di piano compresa tra l'asse x , le rette $x = 0$ e $x = 1$ e il grafico della funzione $f(x) = e^x - \sqrt{x}$.

Esercizio 4 (2 punti)

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x(\log x - 1)$ nel punto $x_0 = \sqrt{e}$.

Esercizio 5 (5 punti)

Data la seguente tabella dei redditi da pensione di un campione di 100 persone, calcola la media aritmetica e individua la classe nella quale è compresa la mediana.

Importo	Numero pensionati f_i
500 – 700	26
700 – 900	32
900 – 1200	22
1200 – 1500	12
1500 – 2000	6
2000 – 2500	2
	100

- (a) Calcolare il reddito medio.
- (b) Disegnare l'istogramma delle frequenze.
- (c) Calcolare la mediana, usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza.

Esercizio 6 (3 punti)

Disegnare in uno stesso sistema di assi cartesiani i grafici delle funzioni

$$f(x) = x^4 \qquad g(x) = |x + 2| \qquad h(x) = \log_{1/2} x$$

Esercizio 7 (3 punti)

Calcolare

- a) la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt{\log(e^{3x} - 2e^x + 7)}$$

- b) il dominio ed i limiti agli estremi del dominio della funzione

$$f(x) = x^2 + 1 + \log x$$

PARTE 2 - No Statistica (risolvere con svolgimento gli esercizi seguenti)

Esercizio 1 (2 punti) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - \log x + 3e^x}{e^x - 2x^2 + 5x^3}$$

Esercizio 2 (6 punti) Assegnata la funzione $f(x) = e^x \sqrt{1-x}$ determinare:

- a) il dominio,
- b) intersezioni con gli assi
- c) il segno
- d) i limiti agli estremi del dominio
- e) specificare se la funzione ha asintoti orizzontali, verticali e obliqui
- f) studiare la monotonia della funzione
- g) determinare i punti di massimo e/o minimo (assoluti e relativi)
- h) tracciare il grafico di f utilizzando le informazioni dedotte

Esercizio 3 (2 punti)

Calcolare l'area della parte di piano compresa tra l'asse x , le rette $x = 0$ e $x = 1$ e il grafico della funzione $f(x) = e^x - \sqrt{x}$.

Esercizio 4 (2 punti)

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = x(\log x - 1)$ nel punto $x_0 = \sqrt{e}$.

Esercizio 5 (3 punti)

Trovare gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 4}$$

Esercizio 6 (3 punti)

Disegnare in uno stesso sistema di assi cartesiani i grafici delle funzioni

$$f(x) = x^4 \qquad g(x) = |x + 2| \qquad h(x) = \log_{1/2} x$$

Esercizio 7 (3 punti)

Calcolare

- a) la derivata della funzione

$$f(x) = \sqrt{\log(e^{3x} - 2e^x + 7)}$$

- b) il dominio ed i limiti agli estremi del dominio della funzione

$$f(x) = x^2 + 1 + \log x$$