FISICA II

Lez. 5 – La Capacità

Prof. Giovanni Mettivier

Prof. Giovanni Mettivier, PhD

Dipartimento Scienze Fisiche
Università di Napoli “Federico II”
Compl. Univ. Monte S.Angelo
Via Cintia, I-80126, Napoli
mettivier@na.infn.it
+39-081-676137

Obiettivi di apprendimento

- Tracciare un disegno schematico di un circuito con un condensatore a piatti piani paralleli, una batteria e un interruttore aperto o chiuso.
- Spiegare che cosa succede agli elettroni di conduzione quando si chiude l'interruttore di un circuito contenente una batteria e un condensatore scarico.
- Applicare la relazione che intercorre in un condensatore tra il modulo della carica q su entrambi i piatti (*carica del condensatore),* la differenza di potenziale V esistente tra i piatti e la capacità C del condensatore.

Tenendo presente le proprietà di un conduttore, se trasferiamo una carica elettrica su un conduttore isolato (ossia lontano da altri conduttori e da altre cariche elettriche) questa si distribuisce sulla superficie in una configurazione tale da garantire che il conduttore stesso sia equipotenziale. Il valore del potenziale dipende da come si distribuiscono le cariche e questo dipende a sua volta dalla forma del conduttore, tuttavia possiamo affermare che se raddoppiamo o dimezziamo la carica totale anche il potenziale raddoppierà o si dimezzerà.

Solitamente si scrive

$$Q = CV$$

La costante di proporzionalità C tra la carica elettrica presente su di un condensatore isolato e il suo potenziale elettrostatico riferito all'infinito viene detta ***capacità elettrica*** del conduttore. Si osservi che la costante C dipende solo dalla forma del conduttore per cui possiamo considerarla associata al conduttore isolato anche se questo non è carico.

Esercizio

Determinare la capacità di una sfera isolata di raggio R

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

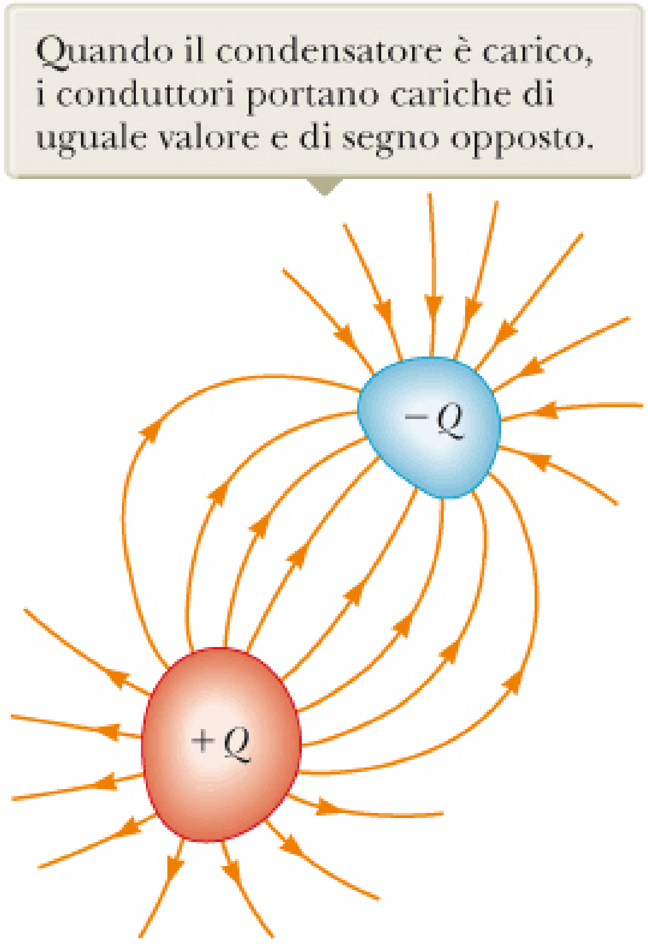
$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Capacità

Consideriamo due conduttori tra i quali è stabilità una differenza di potenziale ΔV e che hanno cariche opposte ma di modulo uguale. La **capacità**, C, di un condensatore è il rapporto tra il valore assoluto della carica su uno dei condensatori e il valore assoluto della differenza di potenziale tra essi.

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

Per definizione, la **capacità è una grandezza sempre positiva**. Inoltre, essendo la differenza di potenziale proporzionale alla carica, il rapporto $Q/\Delta V$ è una costante per un dato condensatore. L'eq. ci dice che la capacità di un sistema è una misura della quantità di carica che può essere immagazzinata nel condensatore per una data differenza di potenziale.

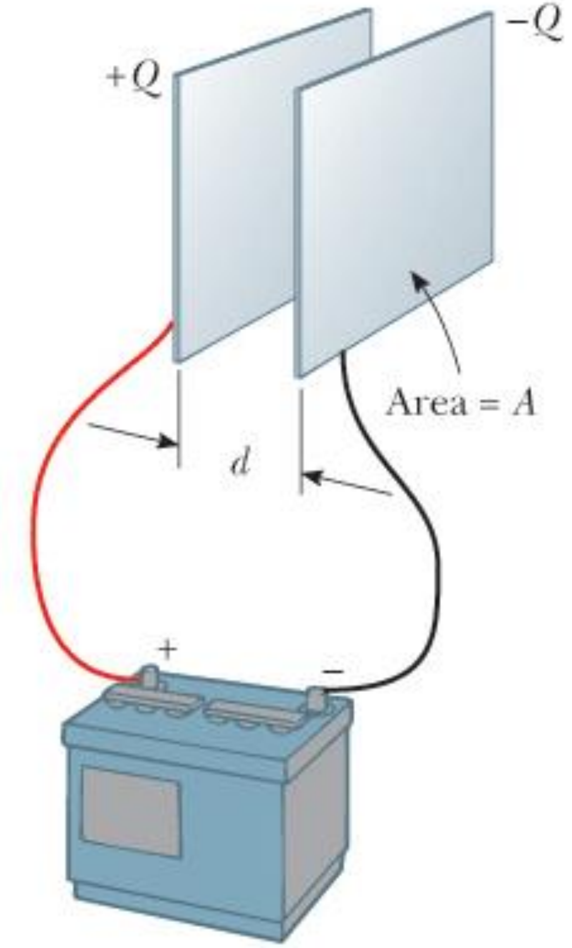


L'unità di capacità del sistema SI è il coulomb su volt, chiamata **farad** (F).

Si parla di induzione totale quando tutte le linee di forza che partono da un conduttore raggiungono l’altro conduttore.

Un **condensatore** consiste di due conduttori di forma qualsiasi tra i quali è stabilita una differenza di potenziale ΔV. Supponiamo che i conduttori abbiamo cariche opposte in segno ma di modulo uguale. Ciò può essere ottenuto collegando i due conduttori scarichi ai poli di una batteria. Una volta fatto ciò e scollegata successivamente la batteria, le cariche rimangono sui conduttori. Descriviamo ciò dicendo che il **condensatore immagazzina cariche**.

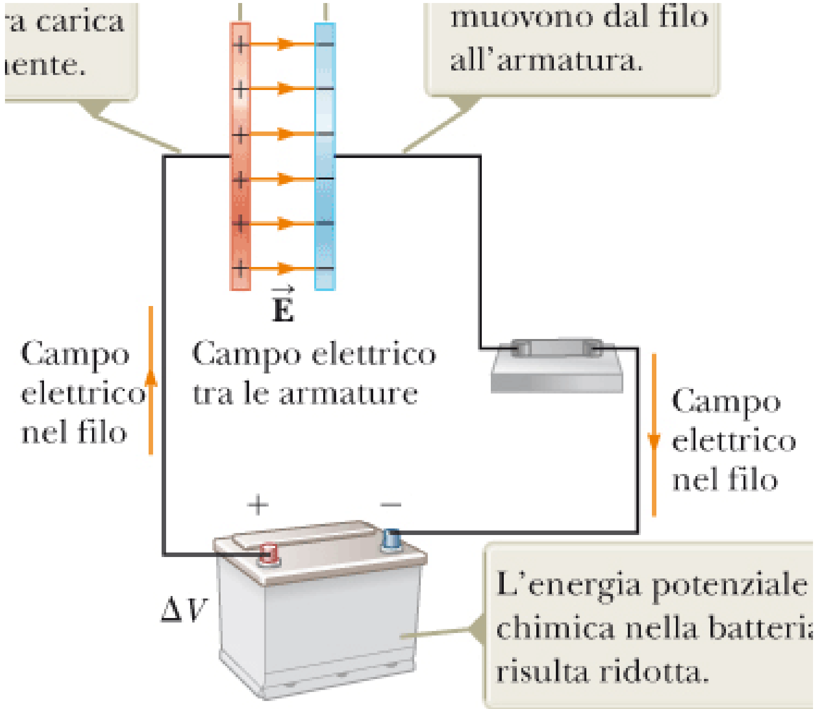
Un condensatore viene detto *carico* se i suoi piatti possiedono cariche uguali e di segno opposto +*q* e –*q*. Però si fa riferimento alla *carica di un condensatore*, dicendo che è *q* il valore assoluto di queste cariche sui piatti.
Poiché i piatti sono conduttori, costituiscono superficie equipotenziali: tutti i punti di un piatto hanno lo stesso potenziale.



Un circuito si dice aperto quando i morsetti dell'interruttore non sono in collegamento tra di loro e pertanto la corrente non fluisce attraverso i fili che vi sono collegati. Cosa che invece avviene quando i morsetti vengono messi in comunicazione attraverso un contatto, ciò che chiude l'interruttore e realizza un circuito chiuso.

Quando il circuito è chiuso, gli elettroni vengono sospinti a percorrere i fili da un campo elettrico che la batteria provvede a mantenere. Il campo sposta gli elettroni dal piatto sinistro, perdendo elettroni, si carica positivamente. Il campo sposta inoltre un egual numero di elettroni dal polo negativo della batteria al piatto destro del condensatore, il quale, acquisendo elettroni, assume carica negativa nella stessa misura (di segno opposto) del piatto sinistro.

Inizialmente la differenza di potenziali tra i piatti è zero. Man mano che i piatti si caricano la differenza di potenziale aumenta finché raggiunge il valore V della batteria. A questo punto il piatto sinistro e il polo positivo della batteria sono allo stesso potenziale e quindi il campo elettrico è ora nullo, e analogamente avviene tra il piatto destro e il polo negativo. La mancanza di campo elettrico determina la cessazione del flusso di elettroni. Il condensatore è a questo punto completamene carico, con carica q e differenza di potenziale V.



Idee chiave

- Un condensatore consiste di due conduttori isolati (*piatti* o **armature**) dotati di carica $+q$ e $-q$. La sua capacità C è definita, in funzione della differenza di potenziale V esistente tra i piatti come

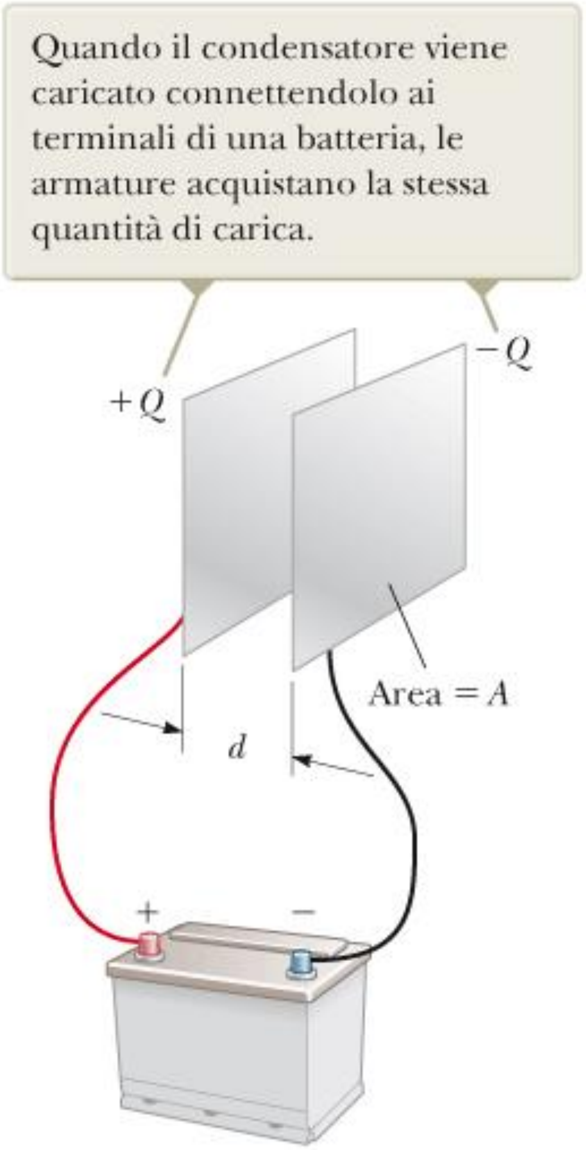
$$q = CV$$

- Quando un circuito costituito da una batteria, da un interruttore inizialmente aperto e da un condensatore viene chiuso, gli elettroni di conduzione si spostano conferendo una carica a entrambi i piatti, di segno opposto.

Obiettivi di apprendimento

- Spiegare come la legge di Gauss torni utile per trovare la capacità di un conduttore a piatti paralleli.
- Calcolare la capacità di un condensatore di forma piana, cilindrica o sferica e quella di una sfera isolata.

Un **condensatore piano** è costituito da due piastre parallele della stessa area *A* separate da una distanza *d*. Se il condensatore è carico, una piastra ha carica *Q* mentre l'altra carica *-Q.* La carica per unità di superficie su ciascuna delle piastre (dette armature) è, in valore assoluto, σ=*Q/A*. Se le armature sono molto vicine tra loro (rispetto alla loro lunghezza e alla larghezza), si può adottare un modello semplificato in cui il campo elettrico sia uniforme fra le piastre e zero altrove.



Condensatore piano

Il campo elettrico fra le armature è:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Poiché il campo è uniforme, la differenza di potenziale ai capi del condensatore si può trovare

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

Troviamo che la capacità è data da:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd / \varepsilon_0 A} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

pertanto, **la capacità di un condensatore piano è proporzionale all'area delle armature e inversamente proporzionale alla loro distanza.**

Condensatore piano

Qual è la capacità di un condensatore piano le cui armature sono quadrati di lato 122 mm, distanti 0.24 mm, fra i quali c'è il vuoto?

Qual è la carica presente su questo condensatore se la differenza di potenziale tra le armature è di 45V?

$$C = \frac{\left(8{,}85\ \times 10^{-12}\ {}^{F}/_{m}\right)(0{,}122\ m)^2}{2{,}4 \times 10^{-4} m} = 5{,}5\ \times 10^{-12} F = 0{,}55 nF = 550 pF$$

$$Q = CV = (0{,}55\ nF)(45\ V) = 25\ nC$$

Influenza della superficie

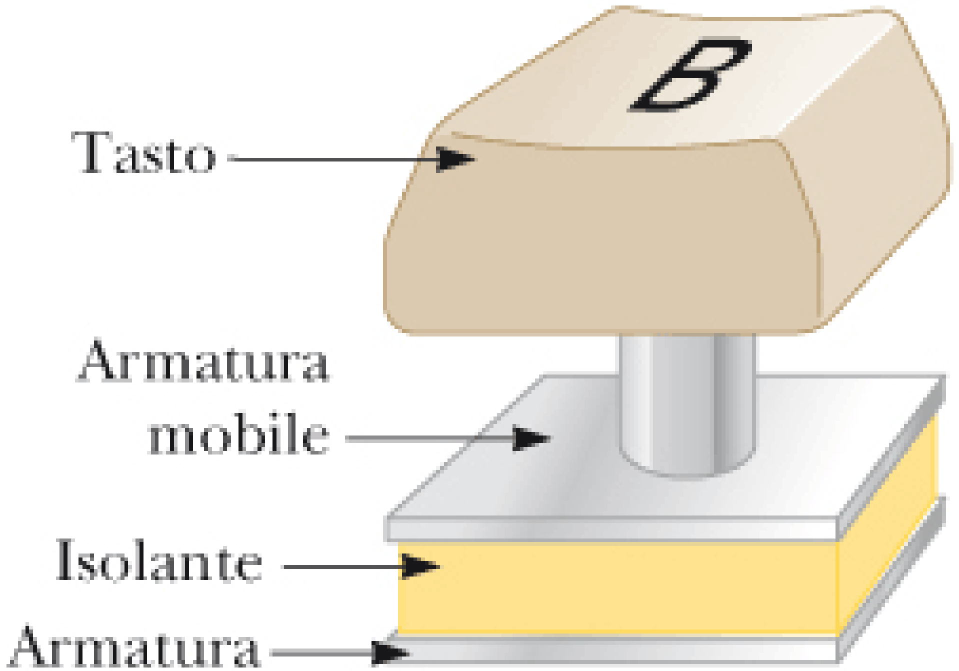
Quando un condensatore viene caricato con una batteria, gli elettroni vanno sull’armatura negativa e si allontanano dall’armatura positiva. Se le armature del condensatore hanno una superficie molto grande, le cariche accumulate sono libere di distribuirsi su una superficie altrettanto grande; perciò, ad una differenza di potenziale fissata, la quantità di carica che può essere immagazzinata su un’armatura cresce al crescere della superficie dell’armatura. E’ ragionevole aspettarsi che la capacità sia proporzionale alla superficie *A* dell’armatura.

Influenza della distanza

Si immagini di avvicinare fra loro le armature a partire da una certa distanza. Il campo elettrico fra le armature avrà lo stesso valore, ma la distanza tra le armature si sarà ridotta. Il valore della differenza di potenziale ai capi di questo nuovo condensatore, $\Delta V = Ed$ è quindi diminuito, diventando inferiore rispetto alla tensione ai poli della batteria. Questa differenza di potenziale presente ai capi dei fili che connettono la matteria al condensatore produce un campo elettrico nei fili che trasporta verso le armature nuova carica, che fa aumentare la differenza di potenziale fra le armature.

Avvicinando ancor più le armature, la carica sul condensatore aumenterà. Aumentando *d,* invece, la carica diminuirà.

I tasti di molti tastiere di computer sono dei condensatori simili a quello mostrato in fig.. Quando il tasto viene premuto, l’isolante morbido fra l’armatura mobile e quella fissa viene compresso.



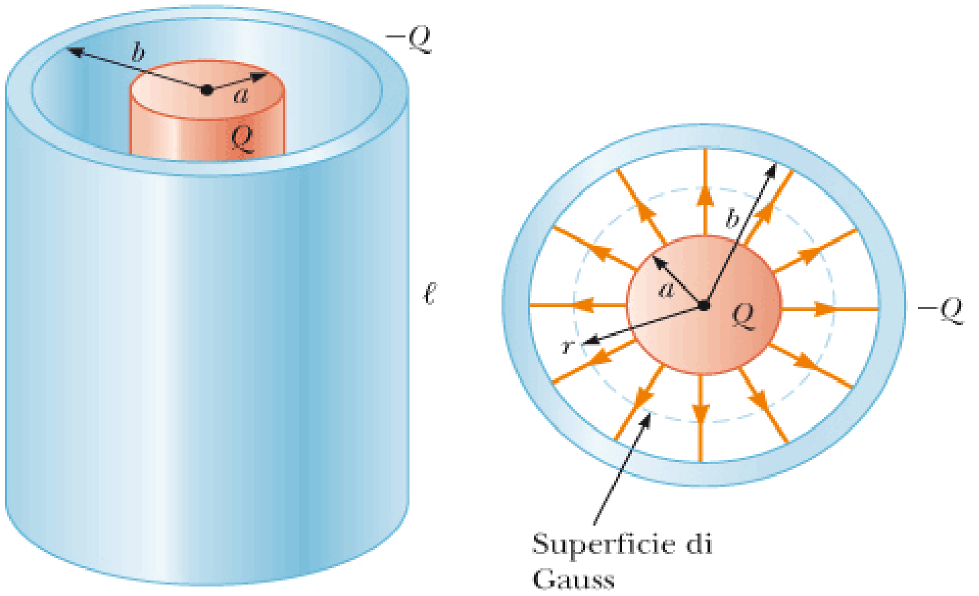
Esempio

Un conduttore cilindrico di raggio *a* e carica +*Q* è contenuto in un'altra armatura cilindrica coassiale di raggio *b* e carica –*Q*. Calcolare la capacità di questo condensatore cilindrico, sapendo che la sua lunghezza è *l*.

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s}$$

Usando il teorema di Gauss, il campo elettrico di un cilindro di carica per unità di lunghezza λ è dato da $2k_e\lambda/r$.

$$V_b - V_a = -\int_a^b E_r dr = -2k_e\lambda\int_a^b \frac{dr}{r} = -2k_e\lambda ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



Tenendo presente che λ=Q/*l*

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{Q}{\frac{2k_eQ}{l}ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{l}{2k_e ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Se adesso consideriamo un condensatore sferico fatto da due gusci sferici concentrici abbiamo che per il Teorema di Gauss

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = EA \rightarrow q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 E(4\pi r^2)$$

da cui

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

$$V = \int_a^b E ds = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1-\frac{a}{b}}$$

Si può attribuire una capacità a un *singolo* conduttore sferico isolato di raggio R assumendo, che il «piatto mancante» sia una sfera conduttrice di raggio infinito. Dopotutto le linee di forza che partono dalla superficie di un conduttore isolato carico devono pur terminare da qualche parte: le pareti della stanza in cui il conduttore viene posto, per esempio, possono approssimare efficacemente la sfera di raggio infinito.
Per trovare la capacità del conduttore isolato, si riscrive dapprima come:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1 - a/b}$$

Facendo tendere *b*->∞ e sostituendo R ad a, si ottiene $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Idee chiave

- La capacità per un condensatore di una certa configurazione si determina generalmente (1) assumendo di aver conferito un carica *q* alle sue armature, come ad esempio i piatti paralleli (2) calcolando il campo elettrico ***E*** generato da tali cariche, (3) valutando la differenza di potenziale *V* tra le armature e infine (4) ricavando *C* dalla formula *q*=*CV*. Ecco di seguito i risultati
- Un condensatore a piatti paralleli di area *A* e posti a distanza *d* ha la capacità di

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

- Un condensatore cilindrico, costituito da due lunghi cilindri coassiali di lunghezza L e raggi a e b, ha la capacità data da

$$C = \frac{l}{2k_e ln\left(\frac{b}{a}\right)} = 2\pi\varepsilon_0 \frac{l}{ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

- Un condensatore sferico, costituito da due sfere concentriche di raggi *a* e *b*, ha capacità data da

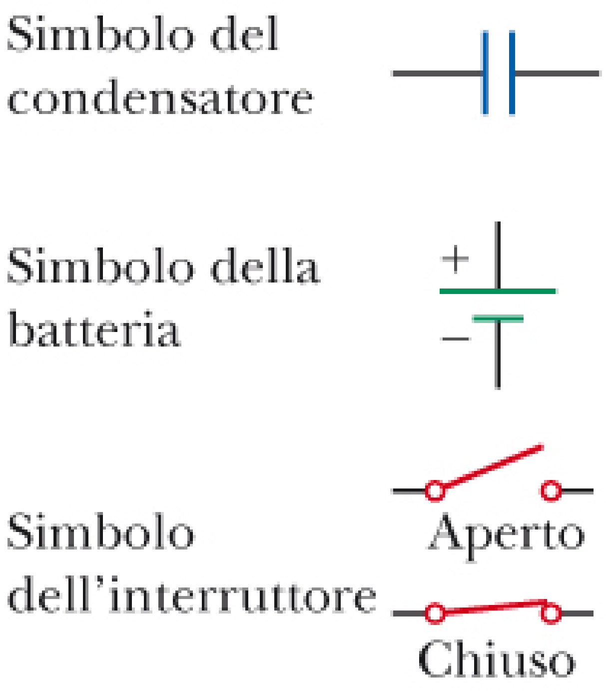
$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1 - a/b}$$

- La capacità di una sfera isolata di raggio R è $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

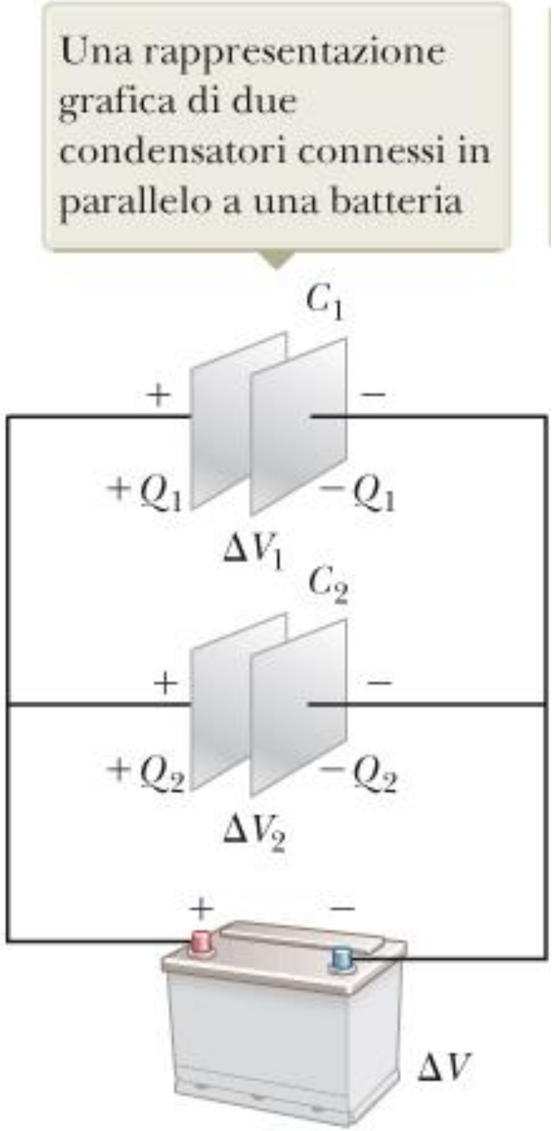
Obiettivi di apprendimento

- Tracciare un disegno schematico raffigurante una batteria e (a) due condensatori in parallelo o (b) due condensatori in serie.
- Capire che i condensatori in parallelo hanno tutti lo stesso potenziale, uguale a quello che avrebbe il condensatore loro equivalente.
- Calcolare l’equivalente di condensatori in parallelo.
- Rendervi conto che la carica totale immagazzinata in condensatori in parallelo è la somma delle cariche relative a ciascuno di essi.
- Capire che i condensatori in serie hanno la stessa carica che è uguale a quella che avrebbe un condensatore a loro equivalente.
- Calcolare l’equivalente di condensatori in serie.
- Rendervi conto che la differenza di potenziale applicata a condensatori in serie è la somma delle differenze di potenziale applicate a ciascuno di essi.

Nello studio dei circuiti elettrici, usiamo una speciale rappresentazione grafica semplificata detta **diagramma circuitale**. Un tale diagramma usa i **simboli circuitali** per rappresentare i vari elementi del circuito. I simboli circuitali sono collegati da linee rette che rappresentano i fili conduttori fra gli elementi del circuito. La fig. mostra i simboli circuitali per un condensatore, una batteria e un interruttore aperto, insieme con il colore del loro codice.



Due condensatori, collegati come nella rappresentazione grafica di fig., costituiscono un **collegamento in parallelo**.



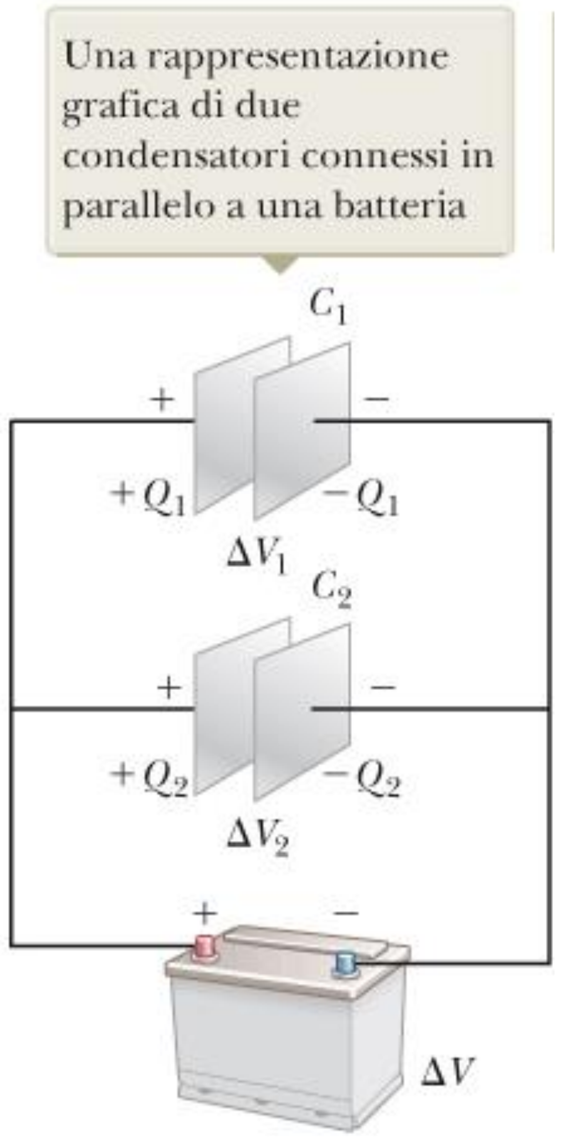
Collegamento in parallelo

Le armature di sinistra di entrambi i condensatori sono collegate mediante un filo conduttore al polo positivo della batteria e sono quindi al suo stesso potenziale. Analogamente, le armature di destra sono collegate al polo negativo della batteria e sono quindi al suo stesso potenziale. La tensione applicata ai capi della combinazione è perciò la tensione dei morseti della batteria. Inoltre, la tensione ai capi di *ciascun condensatore* è la stessa di quella ai morsetti della batteria.

La *carica totale Q* immagazzinata nei due condensatori è:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$



Collegamento in parallelo

Supponiamo, ora, di voler sostituire questi due condensatori in fig. con un condensatore equivalente avente una capacità C_{eq}. Questo condensatore equivalente deve accumulare una carica Q quando è collegato alla batteria. Inoltre dalla fig. si vede che la tensione ai capi del condensatore è ΔV. Quindi, abbiamo

$$Q = C_{eq}\Delta V$$

e, per i singoli condensatori:

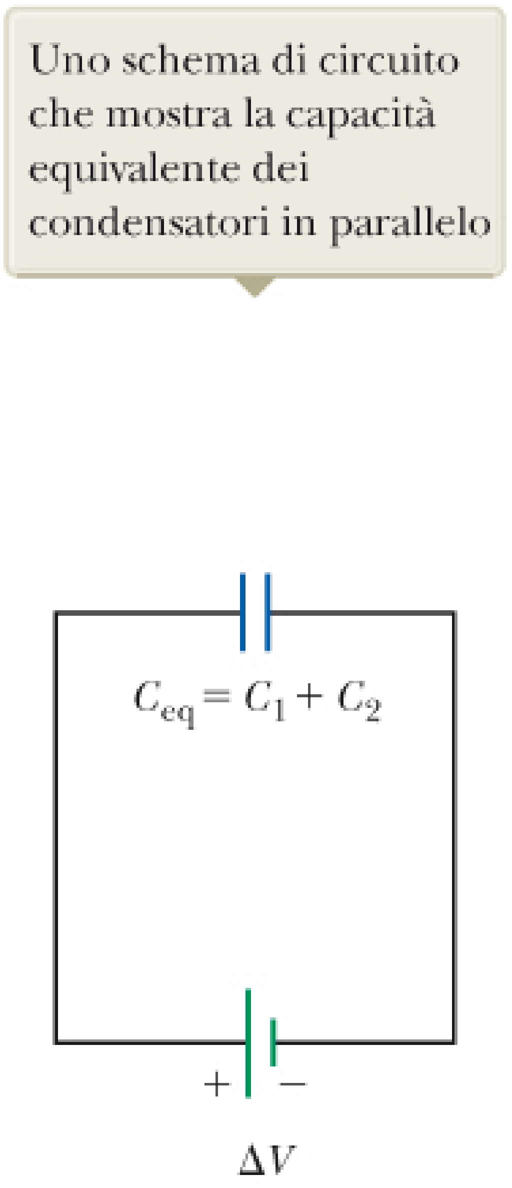
$$Q_1 = C_1\Delta V \qquad Q_2 = C_2\Delta V$$

Sostituendo queste relazioni ottiene:

$$C_{eq}\,\Delta V = C_1\Delta V + C_2\Delta V$$

ossia

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \text{ (collegamento in parallelo)}$$



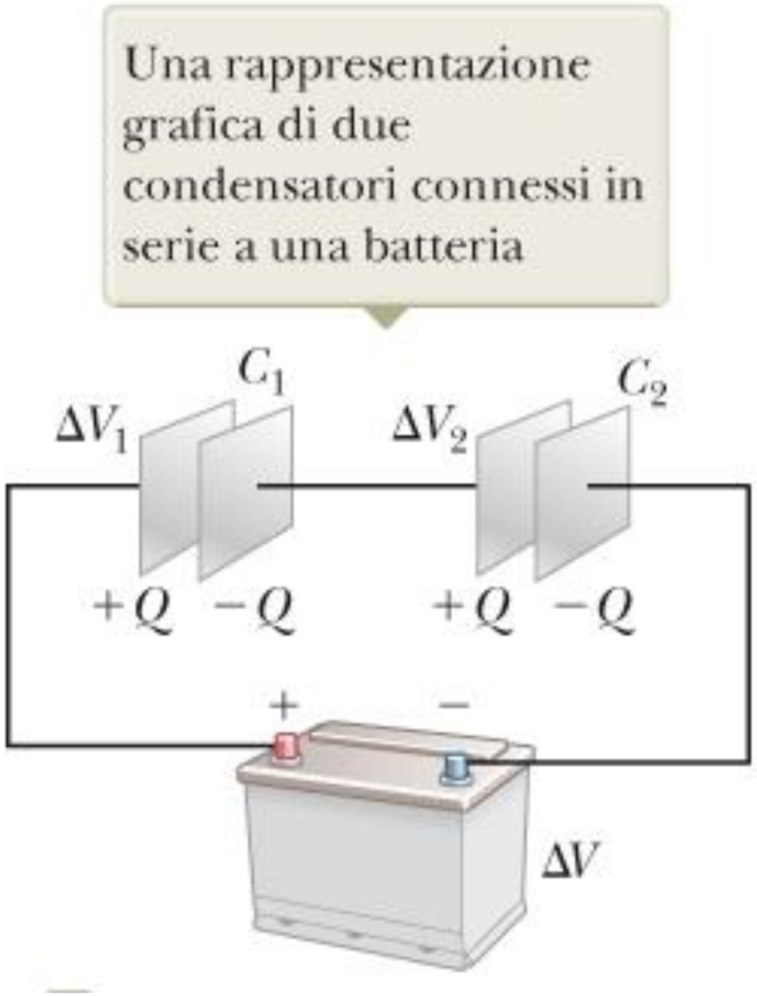
Estendendo questo ragionamento a tre o più condensatori collegati in parallelo, si trova che la capacità equivalente è:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots \text{(collegamento in parallelo)}$$

da ciò si vede che **la capacità equivalente di un insieme di condensatori collegati in parallelo è la somma algebrica delle singole capacità ed è maggiore di quella di ciascuno dei singoli condensatori.**

Collegamento in serie

Consideriamo, ora, due condensatori collegati in serie, come mostrato in fig.. Per il collegamento in serie dei condensatori, **il valore assoluto della carica è lo stesso su tutte le armature.**

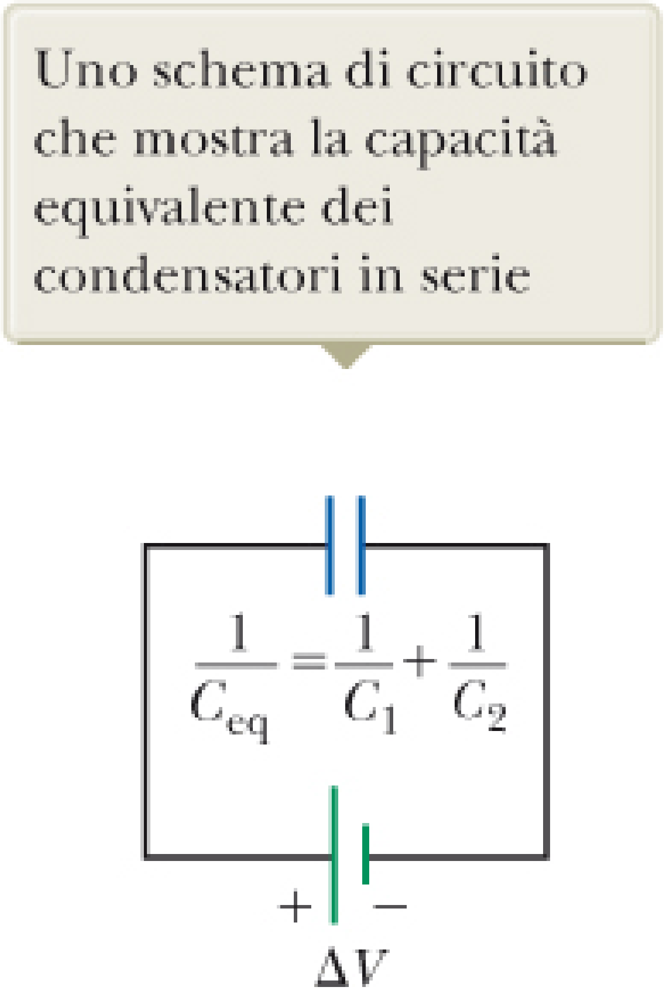


Collegamento in serie

Supponiamo ora di voler determinare la capacità di un condensatore equivalente che svolga la stessa funzione del collegamento in serie. Una volta carico, il condensatore equivalente deve avere una carica $-Q$ sull'armatura destra e $+Q$ su quella sinistra. Applicando la definizione di capacità al circuito mostrato in fig., abbiamo

$$\Delta V = Q/C_{eq}$$

dove ΔV è la differenza di potenziale ai capi della batteria e C_{eq} è la capacità equivalente.

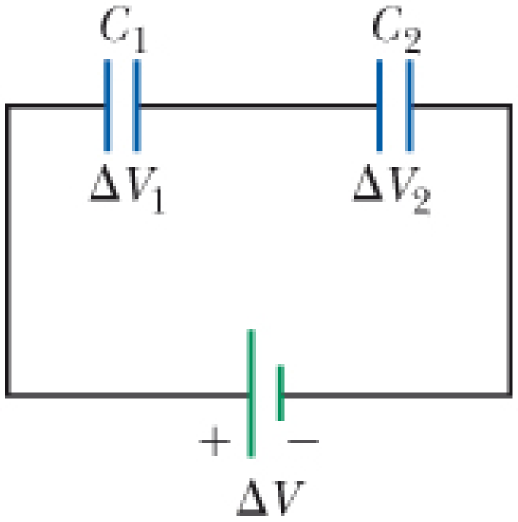


Collegamento in serie

Poiché l'armatura destra di C_1 e l'armatura sinistra di C_2 nella fig. formano un conduttore isolato, ambedue le armature si trovano allo stesso potenziale V_i, dove la i indica il conduttore isolato. La notazione $V_{sinistra}$ rappresenta il potenziale dell'armatura sinistra di C_1, e V_{destra} rappresenta il potenziale dell'armatura destra di C_2. Poiché queste due ultime armature sono collegate direttamente alla batteria, la differenza di potenziale fra esse deve essere:

$$\Delta V = V_{sinistra} - V_{destra}$$

Uno schema di circuito che mostra i due condensatori connessi in serie a una batteria



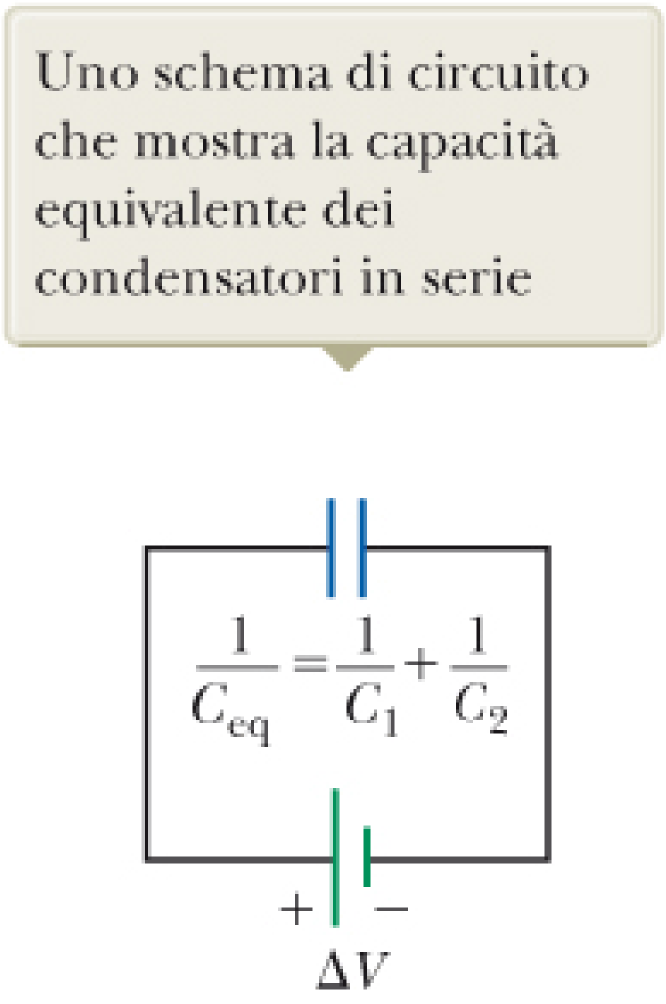
Se sommiamo e sottraiamo V_i a questa equazione, abbiamo:

$$\Delta V = (V_{sinistra} - V_i) + (V_i - V_{destra})$$

che possiamo scrivere come:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

dove ΔV_1 e ΔV_2 sono le differenze di potenziale ai capi dei condensatori C_1 e C_2. In generale, la differenza di potenziale ai capi di un qualsiasi numero di condensatori in serie è uguale alla somma delle differenze di potenziale ai capi dei singoli condensatori.



Poiché la relazione $Q = C\Delta V$ può essere applicata a ciascun condensatore, la differenza di potenziale ai capi di ognuno di essi è data da:

$$\Delta V_1 = Q/C_1 \quad \Delta V_2 = Q/C_2$$

Sostituendo queste espressioni precedenti abbiamo:

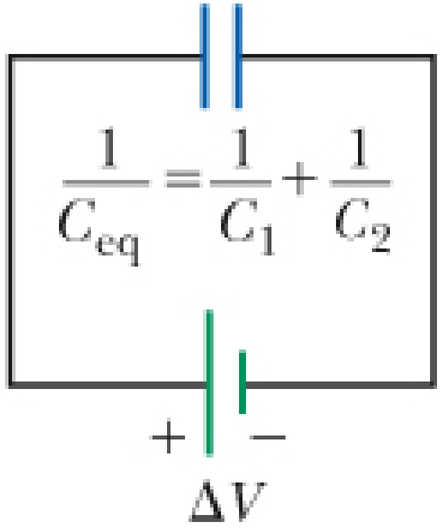
$$Q/C_{eq} = Q/C_1 + Q/C_2$$

Semplificando Q, arriviamo alla relazione:

$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$$

(collegamento in serie)

Uno schema di circuito che mostra la capacità equivalente dei condensatori in serie



Applicando la stessa analisi a tre o più condensatori in serie, si trova che la capacità equivalente è

$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \dots$$

(collegamento in serie)

Ciò dimostra che **il reciproco della capacità equivalete è la somma algebrica dei reciproci delle singole capacità e la capacità equivalente di un collegamento in serie è sempre minore delle capacità dei singoli condensatori.**

Esercizio

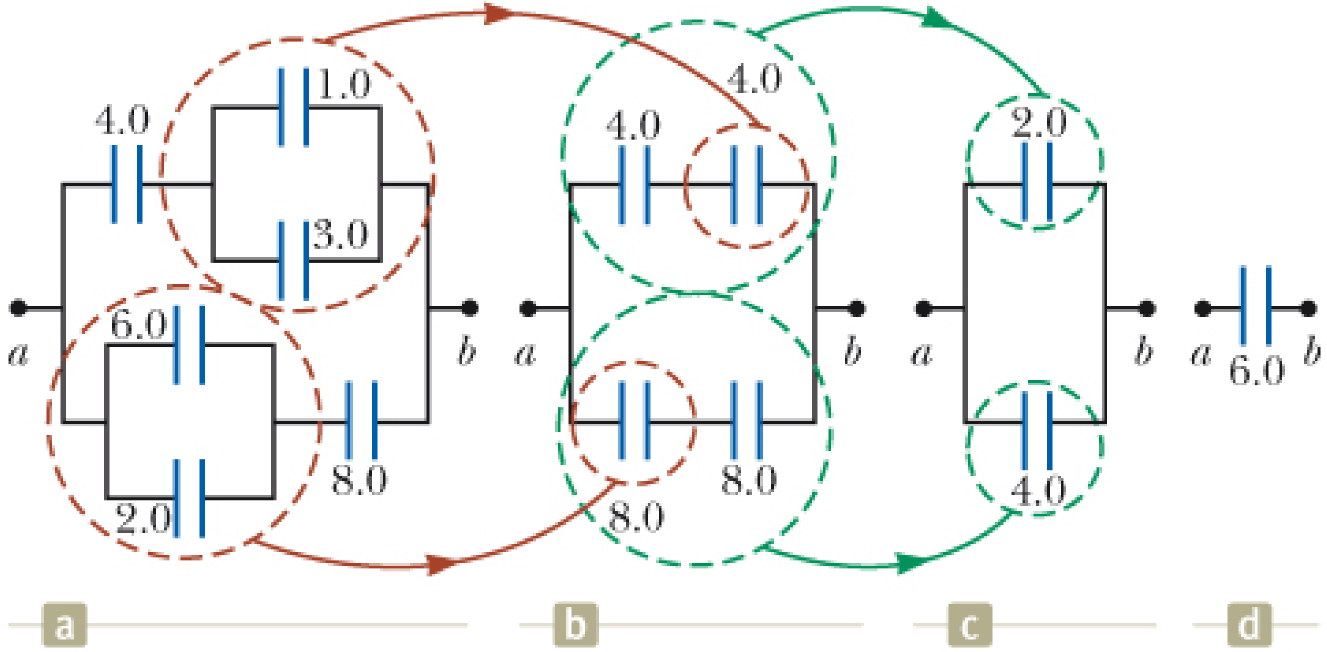
Trovare la capacità equivalente tra *a* e *b* per la combinazione di condensatori in figura. Tutte le capacità sono in microfarad

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4.0\ \mu F$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 8.0\ \mu F$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$C_{eq} = 2\ \mu F$$



Idee chiave

- Le capacità equivalenti C_{eq} di combinazioni di singoli condensatori collegati in serie o parallelo si possono calcolare con le formule

$$C_e = \sum_{j=1}^{n} C_j \text{ (Condensatori paralleli)}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \text{ (Condensatori in serie)}$$

Le capacità equivalenti sono utili per calcolare le capacità di combinazioni più complicate serie-parallelo.

Obiettivi di apprendimento

- Spiegare come il lavoro richiesto per caricare il condensatore si ritrova sotto forma di energia potenziale nel condensatore stesso.
- Applicare la relazione tra la capacità *C*, l'energia potenziale *U* e la differenza di potenziale *V*.
- Applicare in un condensatore la relazione tra l'energia potenziale, il volume interno e la densità interna di energia.
- Applicare, per qualunque campo elettrico, la relazione tra la densità di energia potenziale *u* e il modulo *E* del campo stesso.

L'*energia elettrostatica di una distribuzione di cariche* è definita come il lavoro che è necessario fare per «costruire» (portare le cariche dall'infinito alla posizione loro assegnata) la distribuzione di cariche o, equivalentemente, il lavoro che si ottiene nello «smontare» (portare le cariche all'infinito) la distribuzione di cariche.

Quando una batteria carica un condensatore, compie lavoro per trasferire i portatori di carica da un'armatura all'altra: tal lavoro costituisce l'*energia (elettrostatica) immagazzinata nel condensatore.*

Alla separazione fra le cariche positive e negative, che si realizza nel sistema dei due conduttori, corrisponde un accumulo di energia potenziale elettrica all'interno del sistema.

Sia *q* la carica del condensatore in un istante qualsiasi durante il processo di carica. Nello stesso istante la differenza di potenziale è quindi $\Delta V = q/C$. Il lavoro necessario per trasferire una carica elementare *dq* dall'armatura di carica –*q* a quella di carica *q* (che è a potenziale più alto) è

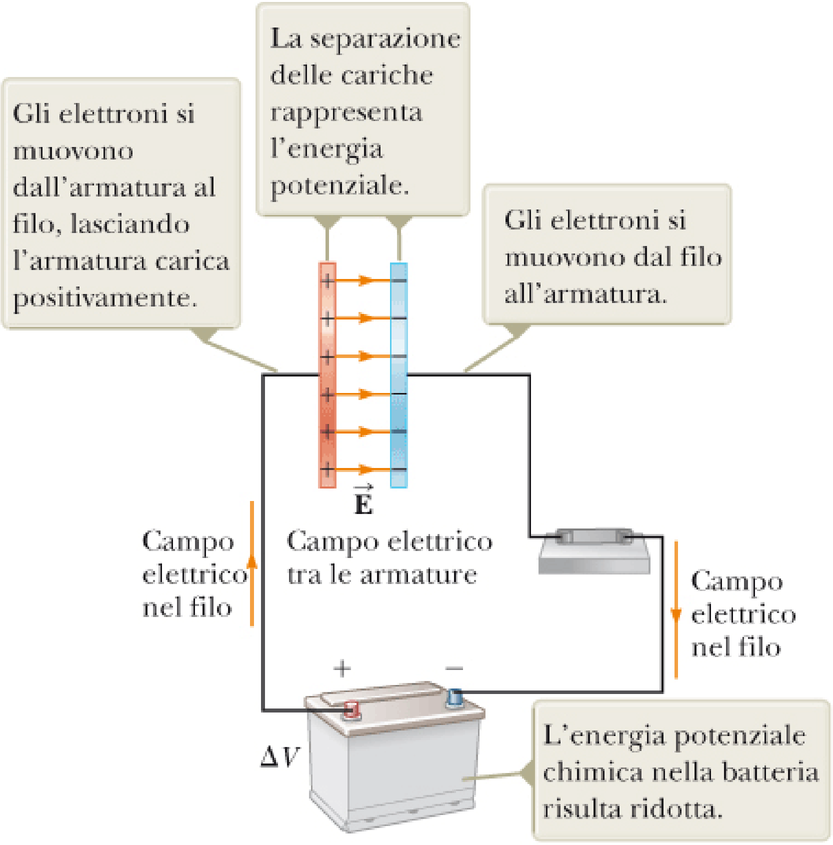
$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Il lavoro totale richiesto per caricare il condensatore da *q=0* al valore finale *q=Q* è

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Il lavoro fatto nel caricare il condensatore appare come energia potenziale elettrica U_E immagazzinata nel condensatore.

$$U_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$



L'eq. si applica a qualunque condensatore, indipendentemente dalla sua forma geometrica. Notiamo che, per un dato condensatore, l'energia immagazzinata aumenta quando aumentando la carica immagazzinata e la differenza di potenziale. In pratica, l'energia (o la carica) massima che può essere immagazzinata non può superare un certo valore limite.

Per un condensatore piano la differenza di potenziale è legata al campo elettrico dalla relazione $\Delta V = Ed$. Inoltre, la capacità è $C = \varepsilon_0 A/d$. Sostituendo queste espressioni, otteniamo

$$U_E = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}(\epsilon_0 A d)E^2$$

Poiché il volume della regione in cui esiste il campo elettrico è Ad, l'energia per unità di volume $u_E = U_E/Ad$, chiamata ***densità di energia***, è

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

L'espressione ottenuta è valida in generale.

Densità di energia

La ***densità di energia***,

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Rappresenta qualcosa di più di un semplice mdo alternativo di esprimere l'energia di un condensatore carico. Essa suggerisce la mpossibilità di considerare l'energia elettrostatica di una distribuzione di carica come associata al campo elettrico prodotto dalla distribuzione di carica stessa. Benchè qui non lo dimostriamo essa ha validità generale; essa fornisce nei vari punto dello spazio la densità di energia covuta al campo elettrico prodotto a una qualsiasi distribuzione di carica. La densità di eergia elettrostatica è un esempio di campo scalare. Il concett di densità di energia risulterà più evidente e particolarlmente utile nello stusio dela propagazione delle onde elettromagnetiche: vedremo infatti che la grandezza fisica che si ''propaga'' è proprio l'energia associata al campo elettrico ee al campo magnetico.

Idee chiave

- L'energia potenziale elettrica *U* di un condensatore carico

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

è uguale al lavoro richiesto per caricarlo. Tale energia si può associare al campo elettrico ***E*** del condensatore.

- Ogni campo elettrico, sia di un condensatore sia di qualsiasi altra fonte, ha una energia associata. Nel vuoto la densità di energia *u* (energia potenziale per unità di volume) in un campo di modulo *E* è data da

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Obiettivi di apprendimento

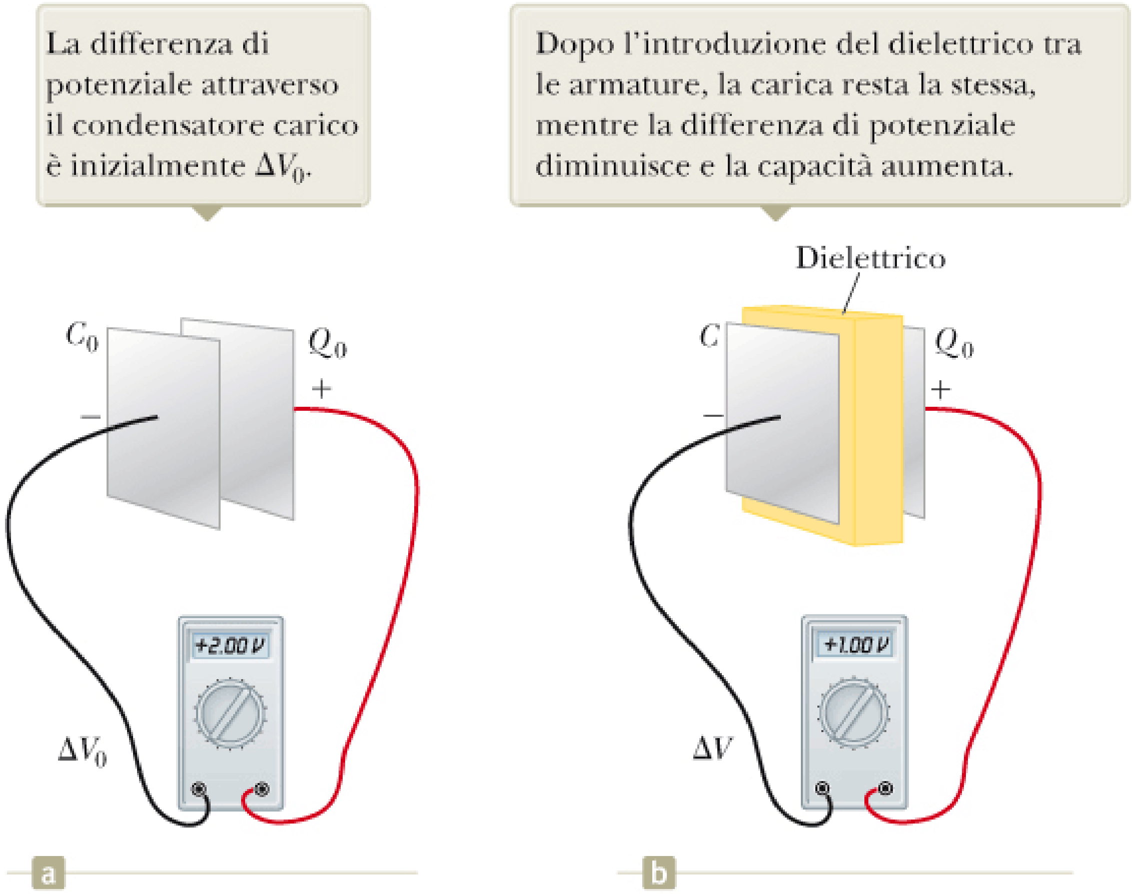
- Rendervi conto che si può aumentare la capacità inserendo materiali dielettrici nello spazio compreso tra le armature.
- Calcolare la capacità di un condensatore in presenza e in assenza di un dielettrico.
- Sapere che tutte le equazione dell'elettrostatica contenenti la costante dielettrica nel vuoto ε_o si possono modificare in presenza di un dielettrico avente costante dielettrica relativa ε_r; basta moltiplicarla per ε_0 per ottenere la costante $\varepsilon_r \varepsilon_0$ relativa al dielettrico desiderato.
- Citare alcuni dei dielettrici più comuni.
- Distinguere tra i diversi risultati che si ottengono a seconda che un condensatore sia (a) connesso con una batteria o (b) non connesso con una batteria, quando si aggiunge un dielettrico in un condensatore carico.
- Spiegare che cosa succede al campo elettrico tra le armature di un condensatore carico quando vi si inserisce un dielettrico, in termini del comportamento degli atomi del dielettrico.

Un **dielettrico** è un materiale non conduttore, come gomma, vetro o carta paraffinata. Consideriamo un condensatore piano di carica Q_0 e capacità C_0 in assenza di dielettrico. La differenza di potenziale ai capi del condensatore è $\Delta V_0=Q_0/C_0$.

Se ora si introduce un dielettrico tra le armature, il voltmetro indica che la tensione fra le armature diminuisce, raggiungendo un valore ΔV. Le tensioni con e senza il dielettrico sono legate da un fattore k nel modo seguente:

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{k}$$

Poiché $\Delta V<\Delta V_0$, si vede che $k>1$. Il fattore adimensionale k prende il nome di **costante dielettrica** del materiale.



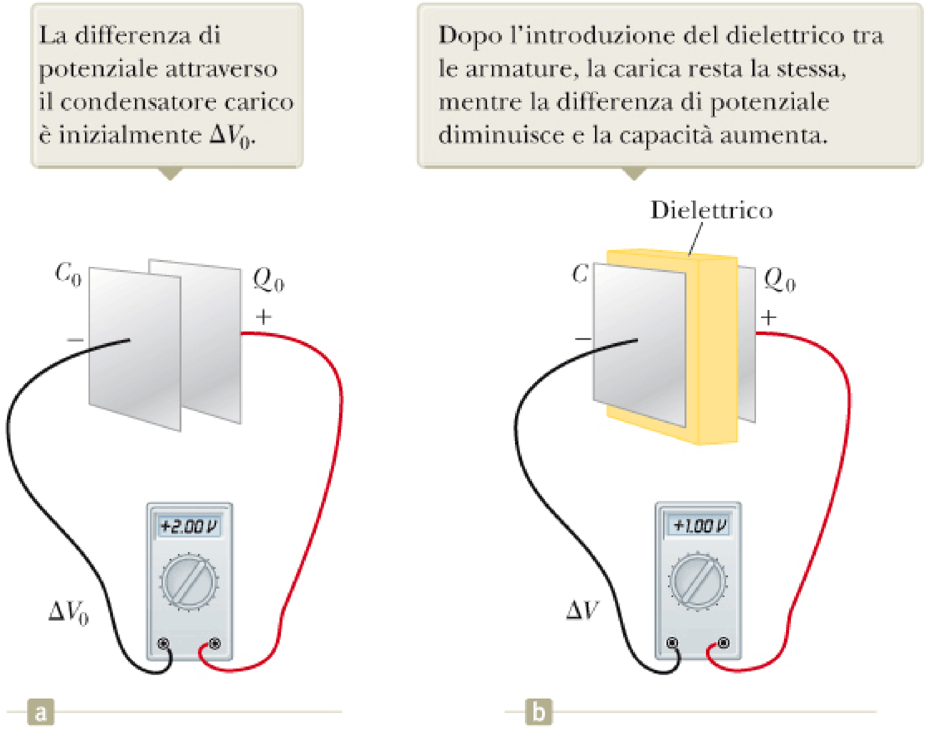
Dal momento che la carica Q_0 del condensatore non cambia, giungiamo alla conclusione che la capacità deve cambiare:

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/_k} = k\frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

$$C = kC_0$$

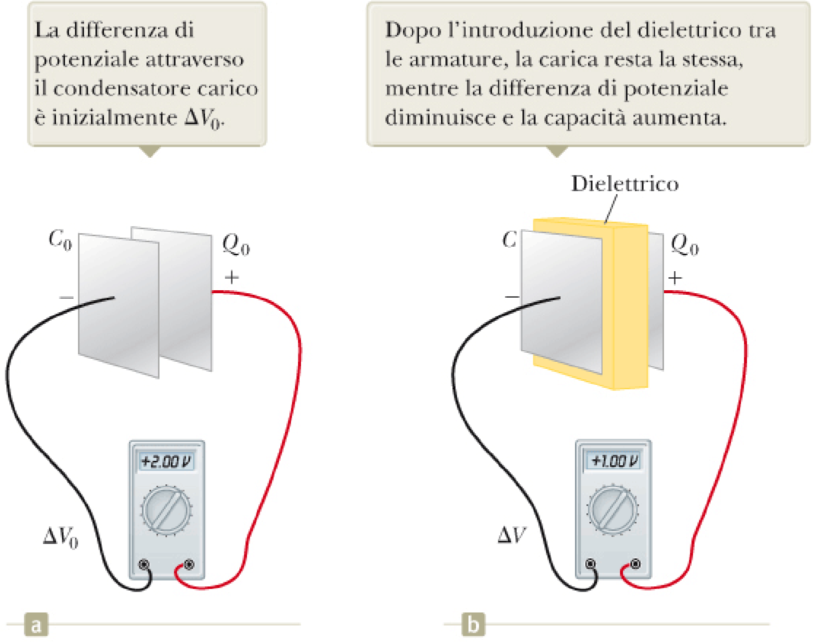
Nel caso di un condensatore piano, per cui $C_0 = \epsilon_0 A/d$ possiamo esprimere la capacità, quando il condensatore è completamente riempito con un dielettrico, come

$$C = k\frac{\epsilon_0 A}{d}$$



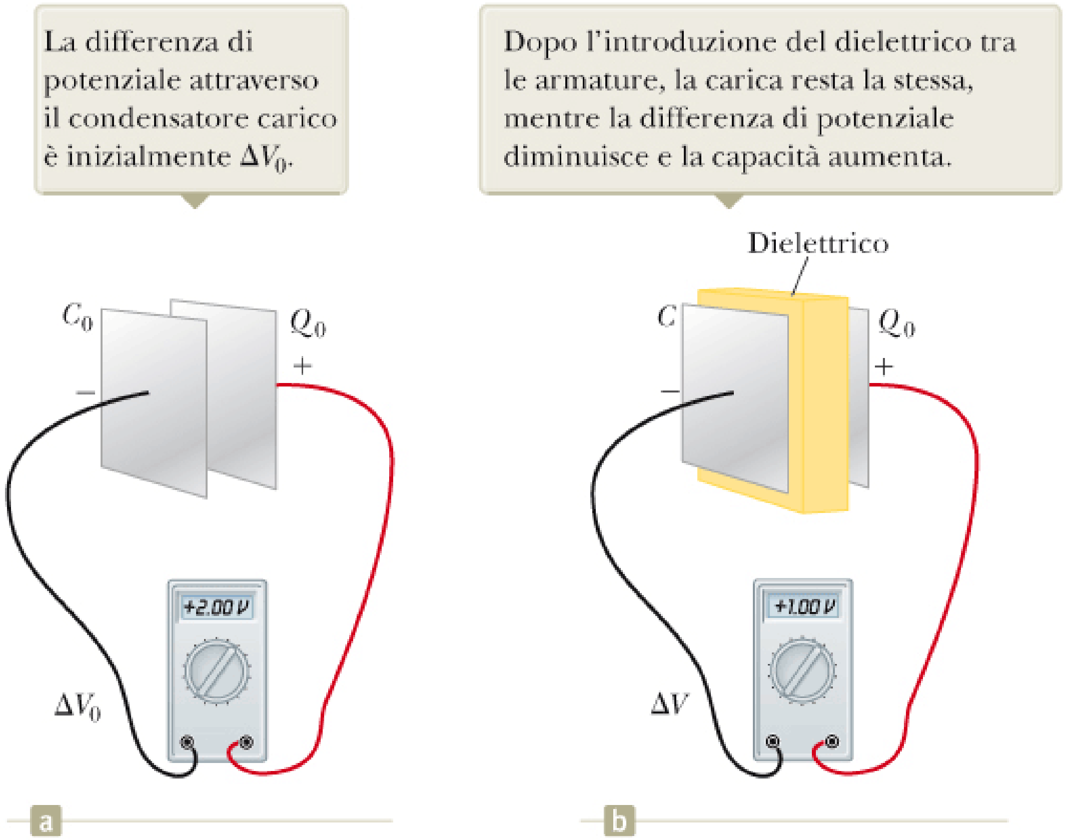
Condensatori con dielettrici

Sembrerebbe cha la capacità possa essere resa grande a piacere inserendo un dielettrico tra le armature e diminuendo *d*. In pratica, però, il minimo valore di *d* è limitato dalla scarica elettrica che può avvenire attraverso il materiale dielettrico che separa le armature. Per ogni distanza *d* fissata, la differenza di potenziale massima che può essere applicata ad un condensatore senza che si produca la scarica dipende dalla **rigidità dielettrica (la massima intensità del campo elettrico) del dielettrico**. Se l’intensità del campo elettrico nel dielettrico supera la rigidità dielettrica, le proprietà isolanti vengono meno e il dielettrico comincia a condurre.



Con l'uso di un dielettrico si ottengono i seguenti vantaggi:

- Si aumenta la capacità del condensatore.
- Si aumenta la differenza di potenziale massima di funzionamento.
- Si introduce tra le armature un supporto meccanico che impedisce alle armature di toccarsi: si può quindi diminuire *d*, aumentando di conseguenza *C*.



Dielettrici: l'aspetto atomico

Dielettrici polari: le molecole di alcuni dielettrici, come l'acqua, hanno un momento di dipolo elettrico permanente. In tali materiali (chiamati *dielettrici polari*) i dipoli elettrici tendono ad allinearsi con il campo elettrico esterno. L'allineamento dei dipoli genera un campo elettrico opposto al campo applicato, ma inferiore in valore assoluto.

Dielettrici non polari: Sia che le molecole abbiano già un momento di dipolo elettrico permanente o meno, esse possono acquistarlo comunque per induzione quando vengono immesse in un campo elettrico.

Le cariche superficiali indotte si dispongono sempre in modo tale che il campo elettrico *E'* da esse generato si opponga al campo elettrico esterno E_0. Il campo risultante *E* nel dielettrico è la somma vettoriale di E_0 e *E'*, ed è concorde con E_0 ma è meno intenso.

Pertanto *l'effetto dei dielettrici sia polari sia non polari è un indebolimento del campo in cui sono immersi*, come tra i piatti di un condensatore.

Idee chiave

- Se si riempie completamente lo spazio compresso tra le armature di un condensatore con un materiale dielettrico, la sua capacità C nel vuoto (e di fatto anche in aria) viene moltiplicata per la costante dielettrica relativa del materiale ε_0 in un numero adimensionale maggiore di 1.
- In una regione completamente piena di un materiale dielettrico in tutte le equazioni dell'elettrostatica in cui sia presente la costante dielettrica del vuoto ε_0, questa viene costituita con $\varepsilon_r\varepsilon_0$.
- Se si introduce del materiale dielettrico nello spazio in cui sia presente un campo elettrico esterno, il dielettrico sviluppa un campo elettrico interno orientato in verso opposto a quello del campo esterno, riducendo così il modulo del campo all'interno del materiale.
- Se si introduce del materiale dielettrico in un condensatore dotato di una carica invariabile, il campo elettrico netto tra le armature diminuisce.