FISICA II

Lez. 6 – Corrente elettrica

Prof. Giovanni Mettivier

Prof. Giovanni Mettivier, PhD

Dipartimento Scienze Fisiche
Università di Napoli “Federico II”
Compl. Univ. Monte S.Angelo
Via Cintia, I-80126, Napoli
mettivier@na.infn.it
+39-081-676137

Obiettivi di apprendimento

- Attribuire la definizione di corrente alla carica che passa per un punto in rapporto al tempo.
- Capire che in genere la corrente è dovuta al moto di elettroni di conduzione sospinti da campi elettrici, come quelli instaurati nei fili elettrici da una batteria.
- Identificare i nodi di un circuito e rendervi conto che, per conservare la carica, la corrente totale che entra nel nodo deve eguagliare nel tempo la corrente totale che ne esce.
- Spiegare come si disegnano le frecce che indicano il verso della corrente negli schemi e capire che non si tratta di vettori.

Useremo il termine ***corrente elettrica***, o semplicemente ***corrente***, per descrivere il flusso di carica nell’unità di tempo.

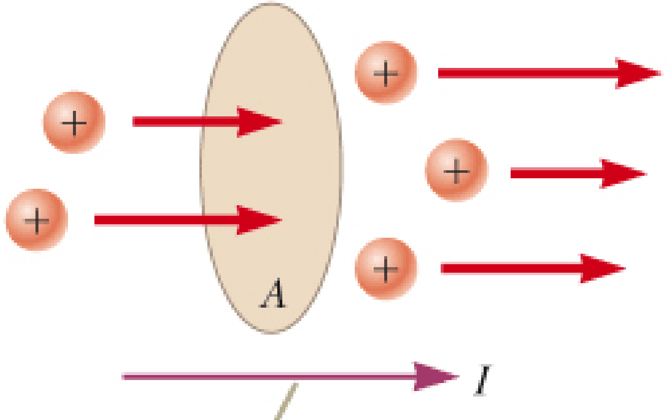
Ogniqualvolta attraverso una certa regione di spazio c’è un flusso di carica non nullo, è presente una *corrente* elettrica. L’intensità di tale flusso dipende sia dal materiale che è percorso dalle cariche sia dalla differenza di potenziale attraverso il materiale.

In tutte le situazioni in cui cariche dello stesso segno si muovono concordemente, si dice che vi è una corrente.

Per definire matematicamente la corrente, supponiamo che le cariche si muovano perpendicolarmente a una superficie di area *A* come in fig.. (Questa superficie può, essere per esempio, la sezione trasversale di un filo). La corrente è definita come la **rapidità con la quale la carica elettrica fluisce attraverso questa superficie**.

Se ΔQ è la carica che attraversa la superficie nell'intervallo di tempo Δt, la corrente media I_{med} nell'intervallo di tempo è data dal rapporto tra la carica e l'intervallo di tempo:

$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



Il verso della corrente coincide con quello del flusso delle cariche positive.

Se il flusso di carica varia nel tempo, anche la corrente varierà. Definiamo, perciò, la **corrente istantanea *I***

$$I \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

L'unità SI di corrente è l'**Ampere** (A) = C/s

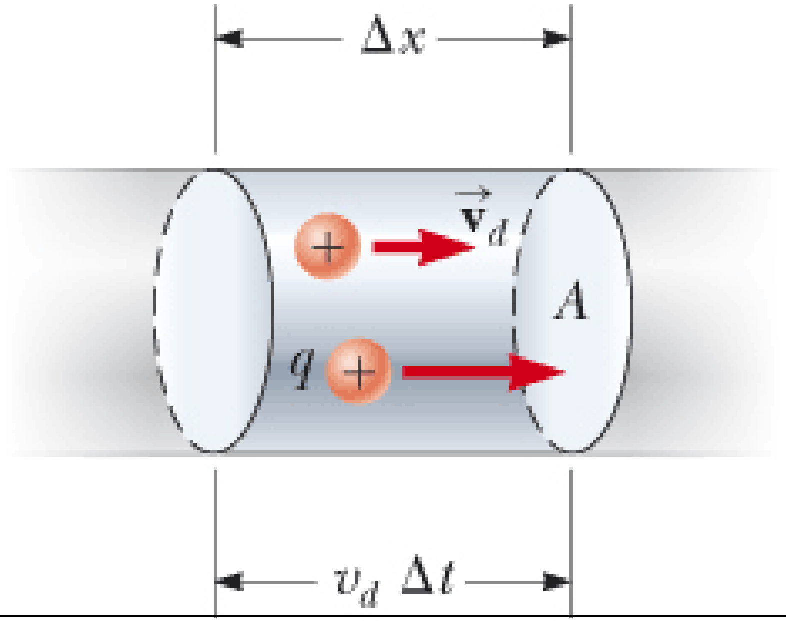
Per convenzione, si sceglie come verso positivo della corrente quello in cui fluisce la carica positiva, indipendentemente dal segno delle particelle cariche reali in moto. Pertanto, quando si parla di corrente in un tale conduttore, **il verso della corrente è opposto al verso del flusso degli elettroni.** Solitamente ci si riferisce a particelle cariche che si muovono (sia positive sia negative) come a **portatori di carica** mobili.

Se l'estremità di un filo conduttore sono connesse a formare un anello, tutti i punti dell'anello avranno lo stesso potenziale e pertanto il campo elettrico all'interno e sulla superficie del conduttore sarà nullo. Poiché il campo elettrico è nullo, non ci sarà trasporto di carica attraverso il filo e quindi non ci sarà corrente. Ma se le estremità del conduttore sono in contatto con i poli di una batteria, i punti dell'anello non avranno più lo stesso potenziale. La batteria stabilisce una differenza di potenziale fra le estremità dell'anello, creando così un campo elettrico dentro il filo. Il campo elettrico esercita forze sugli elettroni di conduzione che si trovano dentro il filo e tali forze li costringono a muoversi lungo l'anello, generando così una corrente.

Consideriamo delle particelle cariche identiche che si muovono in un conduttore cilindrico di sezione trasversale *A* (fig). Il volume di un elemento di conduttore di lunghezza Δx è dato da $A\Delta x$. Se *n* è il numero di portatori di carica mobili per unità di volume (ovvero la ***densità di portatori di carica***), allora il numero di portatori nell'elemento di volume è $nA\Delta x$. Pertanto, la carica mobile ΔQ in questo elemento è data da

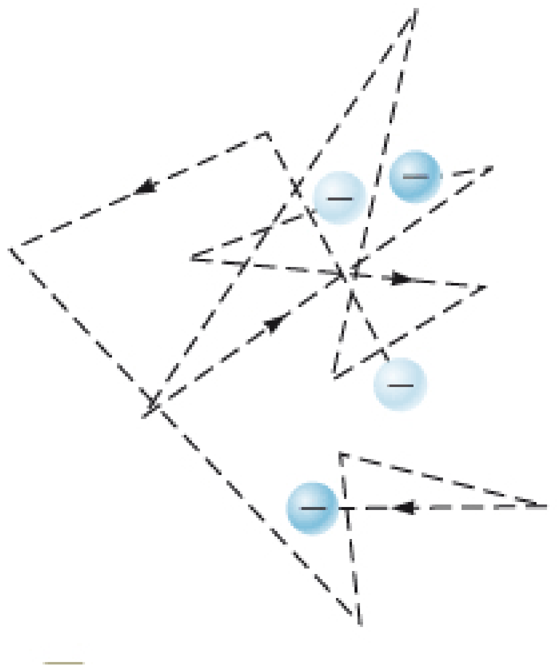
$$\Delta Q = numero\ di\ cariche\ x\ carica\ per\ particella = (nA\Delta x)q$$

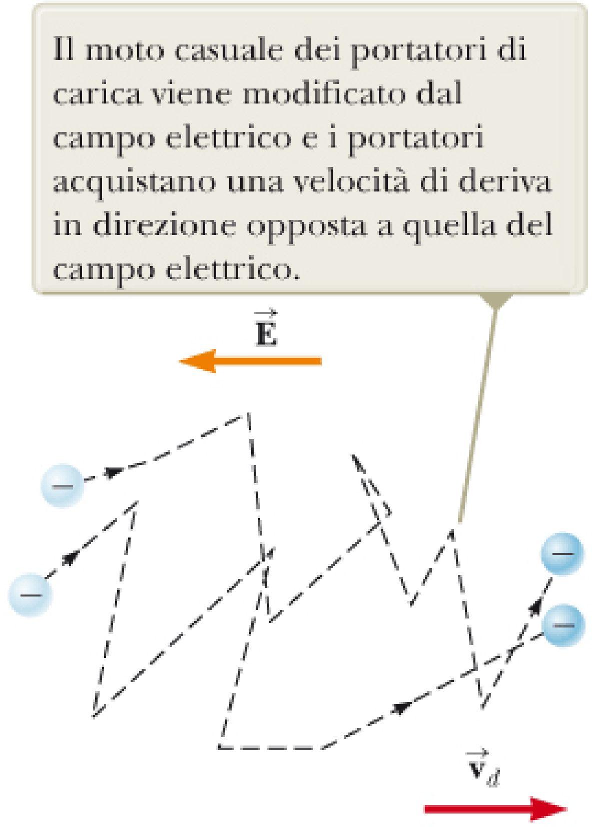
*d*ove *q* è la carica di ciascun portatore.



Corrente elettrica

Se i portatori si muovono lungo la direzione x del conduttore (lungo il filo) con velocità media costante v_d, la distanza che essi percorrono nell'intervallo di tempo Δt è data da $\Delta x = v_d \Delta t$. La velocità v_d dei portatori di carica attraverso il filo conduttore è una velocità media detta **velocità di deriva**.





Ora immaginiamo che Δt sia scelto in modo tale che durante questo intervallo di tempo tutti i portatori di carica nell'elemento di conduttore si muovano verso destra di una distanza uguale alla lunghezza dell'elemento di cilindro. Con questa scelta possiamo scrivere la quantità di carica ΔQ nella forma:

$$\Delta Q = (nAv_d\Delta t)q$$

Se dividiamo ambedue i membri di questa equazione per l'intervallo di tempo Δt durante il quale avviene il flusso di carica, vediamo che la corrente nel conduttore è:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_d A$$

L'eq. mette in relazione una corrente *I*, misurata macroscopicamente, all'origine microscopica della corrente, cioè la densità dei portatori di carica *n*, la carica per portare *q* e la velocità di deriva v_d.

Esempio

Un filo di rame del tipo di quelli di solito usati nelle reti elettriche degli appartamenti ha sezione di area *3.31 x 10^{-6} m^2* e viene tipicamente percorso da una corrente di *10.0 A*. Qual è la velocità di deriva degli elettroni? Si faccia l'ipotesi che un solo elettrone libero per atomo contribuisca alla corrente. La densità del rame è *8.92 g/cm^3*.

$$V = \frac{M}{\rho} \qquad n = \frac{N_A}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$$

$$v_d = \frac{I_{med}}{nqA} = \frac{I}{nqA} = \frac{IM}{qAN_A\rho}$$

$$v_d = \frac{(10.0A)(0.0635\ kg/mol)}{(1.60 \times 10^{-19}C)(3.31 \times 10^{-6}m^2)(6.02 \times 10^{23}mol^{-1})(8920\,kg/m^3)} = 2.23 \times 10^{-4}\,m/s$$

Idee chiave

- Posta *dq* la carica positiva infinitesima che nel tempo *dr* scorre in un conduttore, la corrente elettrica *i* è definita come

$$I \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

- Per convenzione si assume come verso di scorrimento della corrente elettrica quello dei portatori di carica positiva, anche se di fatto sono solo gli elettroni di conduzione a muoversi.

Obiettivi di apprendimento

- Identificare la densità di corrente e il vettore densità di corrente.
- Identificare il vettore $d\mathbf{A}$ relativo ad un elemento di area infinitesima trasversale di un conduttore, come un filo elettrico, attraverso cui scorre una corrente.
- Trovare la corrente che attraversa la sezione di un conduttore integrando il prodotto scalare tra il vettore densità di corrente $\mathbf{J}$ e il vettore $d\mathbf{A}$ su tutta la sezione.
- Applicare la relazione tra la corrente i, il modulo J della densità di corrente e l'area A di una sezione di conduttore per il caso di corrente uniforme su tutta la sezione.
- Spiegare il moto degli elettroni di conduzione in termini della loro velocità di deriva.
- Distinguere la velocità di deriva degli elettroni di conduzione dalle velocità dei loro moti casuali, nonché il rapporto tra i loro moduli.
- Applicare la relazione tra la densità di corrente J, la densità dei portatori di carica n e la velocità di deriva dei portatori di carica v_d.

Densità di corrente

Qualche volta siamo interessati alla corrente *i* in un particolare conduttore. Altre volte concentriamo il nostro studio sul **flusso di cariche che attraversa una certa sezione** in un particolare punto all'interno del conduttore. Per descrivere questo flusso, introduciamo il concetto di **densità di corrente *J***, un vettore orientato come il vettore velocità delle cariche in moto, avente lo stesso verso delle cariche se queste sono positive e viceversa se non negative. Per ciascun elemento di area della sezione l'intensità ***J*** è pari alla corrente che lo attraversa per unità di area. Si può indicare la corrente attraverso l'elemento di superficie come ***J**d**A***, ove *d**A*** è il vettore relativo a quell'elemento di area ed è particolare ad esso.

Densità di corrente

Abbiamo trovato che all'interno di un conduttore non ci può essere campo elettrico. Quando esiste nel conduttore un campo elettrico diverso da zero nel filo scorrerà una corrente.

La **densità di corrente** J nel conduttore è definita come la corrente per unità di area. La densità di corrente è

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d$$

dove *J* nel sistema SI ha unità di ampere su metro quadrato.

Questa espressione è valida solo se la densità di corrente è uniforme e solo se la superficie A è perpendicolare alla direzione della corrente.

Densità di corrente

La corrente totale attraverso la superficie è data da

$$i = \int \vec{J}\, d\vec{A}$$

Se la corrente è uniforme su tutta la superficie e parallela a ***dA***, allora ***J*** è costante e parallela a d**A**

$$i = \int J\, dA \; = J \int dA = JA$$

ossia

$$J = \frac{i}{A}$$

Idee chiave

- La corrente *i* è una grandezza scalare ed è legata alla densità di corrente ***J***, una grandezza vettoriale, da

$$i = \int \vec{J}\, d\vec{A}$$

  in cui *d**A*** è il vettore perpendicolare all'elemento di superficie di area *dA* e l'integrale è esteso a qualsiasi area di sezione del conduttore. La densità di corrente *J* ha la stessa direzione della velocità delle cariche in moto e il verso opposto a quello delle cariche negative.
- Quando in un conduttore si stabilisce un campo elettrico *E*, i portatori di carica, assunti positivi, acquisiscono una velocità di deriva v_d in direzione del campo *E.*
- Posto che la densità dei portatori di carica è *ne*, la velocità di deriva v_d è legata alla densità di corrente della relazione

$$J = (ne)v_d$$

Obiettivi di apprendimento

- Applicare la relazione esistente tra la differenza di potenziale agli estremi di un corpo, la sua resistenza *R* e la corrente *i*, che fluisce tra i punti di applicazione sul corpo.
- Identificare un resistore.
- Applicare la relazione che intercorre tra il modulo *E* del campo elettrico esistente in un punto di un certo materiale, la resistività del materiale ρ e il modulo *J* della densità di corrente in quel punto.
- Applicare, per un campo elettrico uniforme esistente in un filo, la relazione tra il modulo *E* del campo elettrico, la differenza di potenziale *V* tra i due estremi e la lunghezza del filo *L*.
- Conosce la relazione tra la resistività ρ e la conducibilità σ.
- Applicare la relazione tra la resistenza *R* di un corpo, la resistività del suo materiale ρ, la sua lunghezza *L* e la sua area di sezione *A*.
- Conoscere la funzione approssimativa tra la resistività ρ di un conduttore e la sua temperatura *T.*
- Tracciare schematicamente un grafico di ρ in funzione della temperatura *T* per un metallo.

In un conduttore si stabiliscono una densità di corrente e un campo elettrico quando ai suoi capi viene stabilita una differenza di potenziale. In alcuni materiali la densità di corrente è proporzionale al campo elettrico nel conduttore:

$$J = \sigma E$$

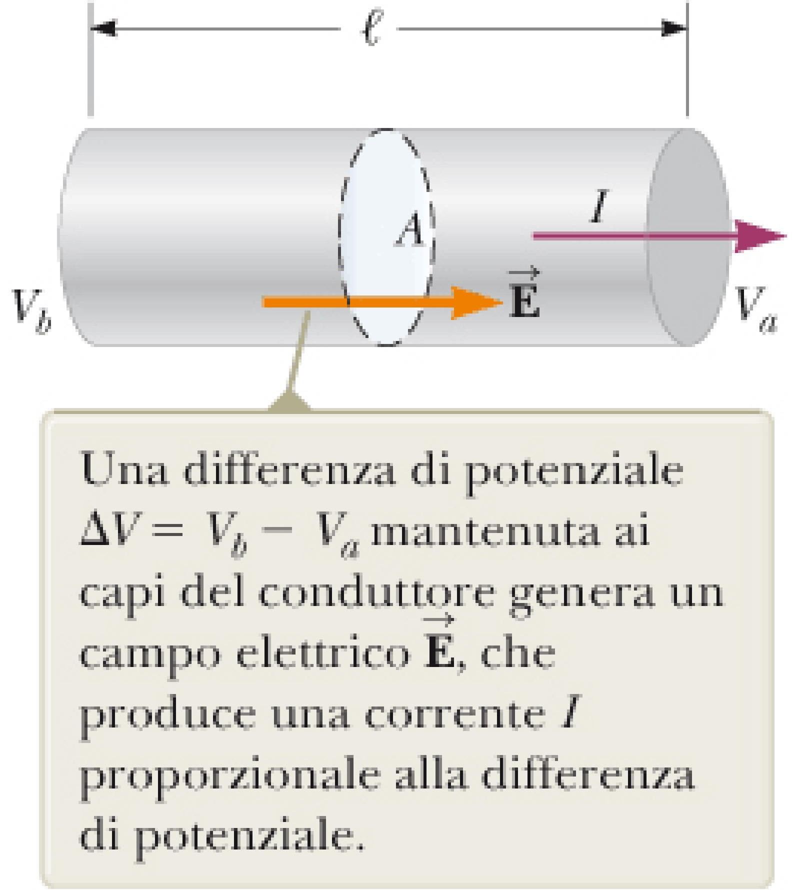
dove la costanza di proporzionalità σ è chiamata **conducibilità** del conduttore. Dei materiali che obbediscono a questa equazione si è soliti dire che seguono la **legge di Ohm**.

Più precisamente, la legge di Ohm stabilisce che:

Per molti materiali (inclusa la maggior parte dei metalli), il rapporto tra la densità di corrente e il campo elettrico è una costante σ, che è indipendente dal campo elettrico che genera la corrente.

Densità di corrente

Considerando un segmento di filo rettilineo di sezione A e lunghezza l. Una differenza di potenziale $\Delta V = V_b - V_a$ viene mantenuta ai capi del filo, generando un campo elettrico costante nel filo



$$\Delta V = El$$

$$J = \sigma \frac{\Delta V}{l}$$

Ma $J = \frac{I}{A}$ quindi

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A} \right) I = RI$$

La quantità $R = l/\sigma A$ è chiamata **resistenza** del conduttore.

In realtà, definiamo questa resistenza secondo l’equazione appena scritta, come il rapporto fra la tensione ai capi del conduttore e la corrente che esso trasporta:

$$R \equiv \Delta V/I$$

L’unità SI della resistenza è il volt su ampere, chiamata **ohm** (*W*).

Per molti materiali, inclusi la maggior parte dei matalli, gli esperimenti dimostrano che la resistenza è costante su un grande intervallo di tensioni applicate. Questo comportamento è noto come **legge di ohm**.

I materiali o dispositivi che obbediscono alle legge di Ohm, e quindi che rappresentano una resistenza costante in un grande intervallo di tensioni, si chiamano **ohmici**.

Se si applica la stessa differenza di potenziale tra le due estremità di bacchette di rame e di legno geometricamente simili, ne risultano correnti assai diverse. La caratteristica del conduttore entra in gioco in questo caso è la sua resistenza elettrica.

La legge di ohm asserisce che *la corrente che scorre attraverso un dispositivo è sempre direttamente proporzionale alla differenza di potenziale applicata al dispositivo stesso*.

E' un errore comune dire che $V=RI$ è una forma della legge di ohm. Non è vero! questa equazione è semplicemente la definizione della resistenza e si applica a tutti i dispositivi conduttori, sia che obbediscano legge di ohm sia che non lo facciano.

L'essenza della legge di Ohm sta nel fatto che l'andamento di i in funzione di V e lineare.

Un **resistore** è un semplice elemento circuitale che fornisce una specifica resistenza in un circuito elettrico. Il simbolo per un resistore in un diagramma circuitale è una linea a zig-zag.

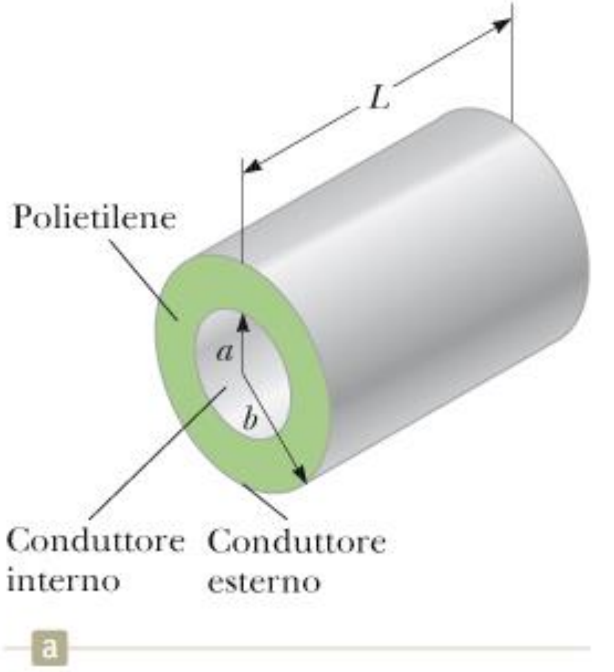
La resistenza di un filo conduttore ohmico è proporzionale alla sua lunghezza *l* e inversamente proporzionale alla sua sezione *A*. Cioè,

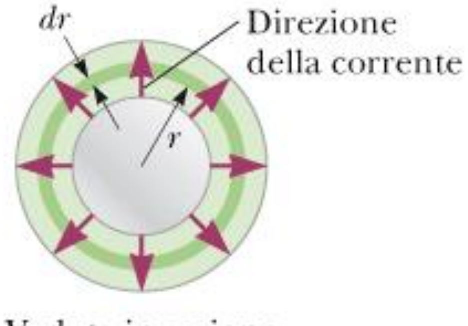
$$R = \rho l/A$$

dove la costante di proporzionalità ρ è chiamata **resistività** del materiale ed ha unità ohm per metro (Ωm).

Esercizio

I cavi coassiali sono largamente usati come cavi per la televisione ed in molte altre applicazioni. Un cavo coassiale consiste in due cilindri conduttori che hanno lo stesso asse. Lo spazio interno tra i conduttori è completamente riempito di polietilene, come mostrato in fig., perché si vuole che le perdite di corrente associate ad un flusso di carica in direzione *radiale* attraverso la plastica siano più piccole possibile. (il cavo è progettato per condurre corrente solo in direzione della sua lunghezza, ma questa *non* è la corrente di cui ci occuperemo nel presente problema). Il raggio del conduttore interno è *a=0.500 cm*, quello del conduttore esterno è *b=1.75 cm,* la lunghezza del cavo è *L=15.0 cm* e la resistività della plastica è 1.0 x 10^{13} Ωm. Si calcoli la resistenza totale della plastica presente tra i due conduttori.





$$dR = \frac{\rho dr}{A} = \frac{\rho}{2\pi r L} dr$$

$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$R = \frac{1.0 \times 10^{15} \Omega m}{2\pi (0.150 m)} ln\left(\frac{1.75\ cm}{0.500\ cm}\right) = 1.33 \times 10^{13} \Omega$$

Resistenza e temperatura

All'interno di un intervallo limitato di temperatura, la resistività di un conduttore varia con la temperatura in maniera approssimativamente lineare ed è espressa da

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

dove ρ è la resistività alla temperatura T (in C), ρ_0 è la resistività alla temperatura di riferimento T_0 (usualmente 20C) e α è chiamato **coefficiente termico di resistività**. Si vede che il coefficiente termico di resistività può essere espresso come

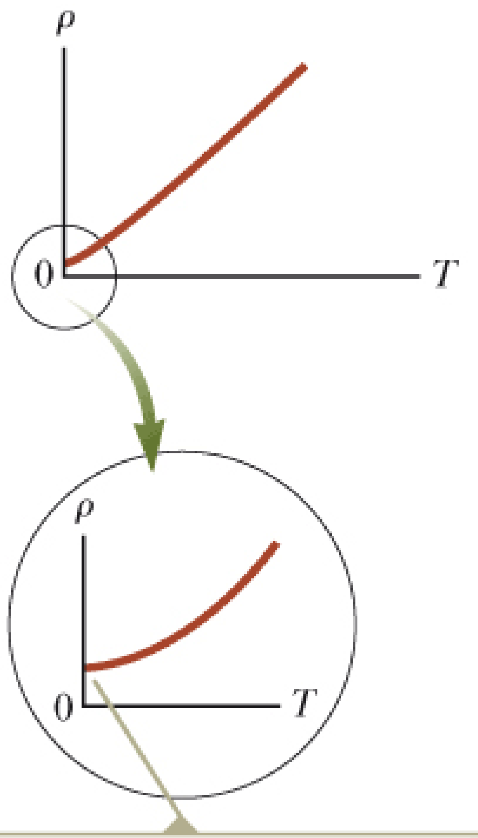
$$\alpha = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

dove $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ è la variazione di resistività nell'intervallo di temperatura $\Delta T = T - T_0$.

La variazione della resistenza di un campione con la temperatura può essere scritta come

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

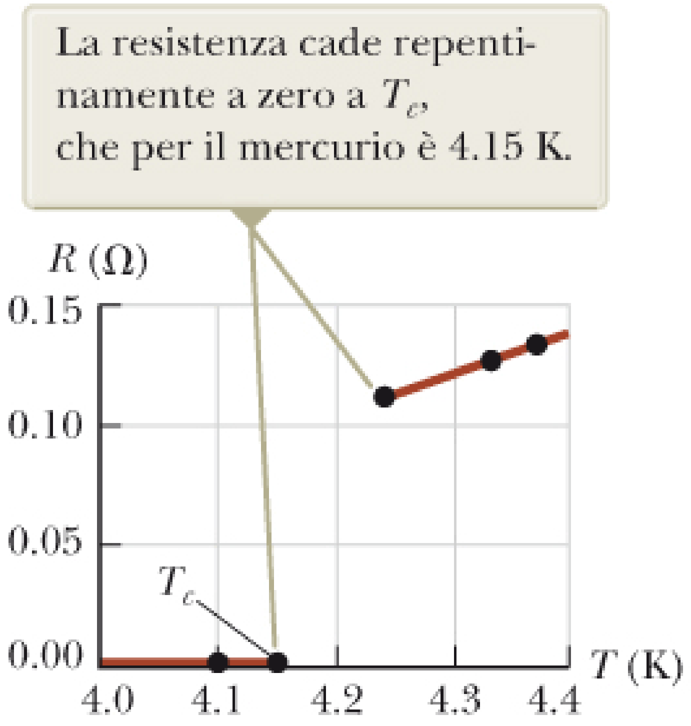
dove R_0 è la resistenza alla temperatura T_0.



Quando T si avvicina allo zero assoluto (inserto ingrandito), la resistività si avvicina a un valore finito.

Superconduttori

Esiste una classe di metalli e di composti la cui resistività diminuisce fino a zero quando vengono raffreddati al di sotto di una certa temperatura T_c, chiamata **temperatura critica**. Questi materiali sono noti come **superconduttori.**



Idee chiave

- La resistenza *R* di un conduttore ed è finita come

$$R = \frac{V}{i}$$

dove *V* e la differenza di potenziali ai capi di un conduttore e i la corrente che vi scorre.

- la resistività ρ e la conducibilità σ di un materiale sono legate dalla relazione

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J}$$

in cui *E* è il modulo del campo elettrico applicato e *J* e il modo della densità di corrente.

- Il campo elettrico e la densità di corrente sono legati alla resistività dalla relazione

$$\vec{E} = \rho\vec{J}$$

- la resistenza *R* di un filo conduttore di lunghezza *l* e sezione trasversale di area *A* è data da

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

- la resistività ρ per la maggior parte delle sostanze varia con la temperatura. per molte di esse, inclusi i metalli, la relazione trama resistività ρ sei la temperatura *T* è approssimativamente descritta dalla seguente equazione:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0\alpha(T - T_0)$$

in cui T_0 è la temperatura di riferimento, ρ_0 è la resistività alla temperatura T_0 e alfa rappresenta il coefficiente termico di resistività la sostanza in esame.

Potenza elettrica

La perdita di energia potenziale elettrica per unità di tempo del sistema quando la carica *Q* attraversa il resistore:

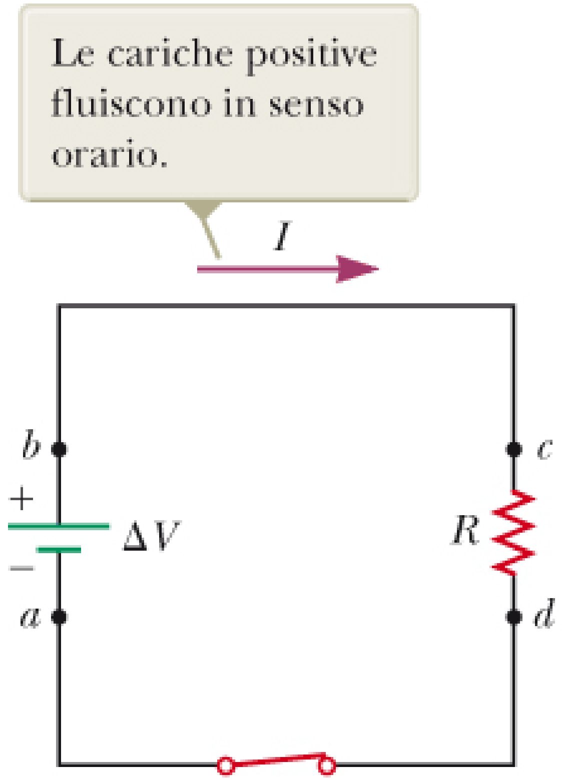
$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

dove *I* è la corrente nel circuito. Quando poi la carica riattraversa la batteria, il sistema riacquista questa stessa energia potenziale a spese dell'energia chimica della batteria stessa.
Quindi, la potenza *P* fornita al resistore è

$$P = I\Delta V$$

Il fatto che per un resistore $\Delta V = IR$, possiamo anche esprimere la potenza fornita al resistore nella forma alternativa

$$P = I^2R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$



Quando *I* è in ampere, ΔV in volt e *R* in ohm, l'unità SI di potenza è il watt.
La potenza persa in energia interna in un conduttore di resistenza *R* è spesso chiamata *riscaldamento per effetto Joule*; spesso viene anche indicata come perdita I^2R.

Esempio

Una stufa elettrica è costituita da un filo di nicromo di resistenza 8.00 Ω al quale è stata applicata una differenza di potenziale di 120V. Si trovino la corrente nel filo e la potenza sviluppata della stufa.

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{120\ V}{8.00\ \Omega} = 15.0\ A$$

$$P = I^2 R = (15.0\ A)^2 (8.00\ \Omega) = 1.80 \times 10^3 W = 1.80\ kW$$

Esempio

Uno scaldabagno a immersione che opera alla tensione di 110 V deve portare 1.50 kg di acqua dalla temperatura di 10.0 C e quella di 50.0 C in 10.0 min.

a) Quale deve essere la sua resistenza?

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{Q}{\Delta t} \qquad \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{mc\Delta T}{\Delta t} \rightarrow R = \frac{(\Delta V)^2 \Delta t}{mc\Delta T}$$

$$R = \frac{(110\,V)^2(600\,s)}{(1.50\,kg)(4186\,J/kgC)(50.0\,C - 10.0\,C)} = 28.9\,\Omega$$

b) Si stimi il costo richiesto per scaldare l'acqua.

$$T_{ET} = P\Delta t = \frac{(\Delta V)^2}{R}\Delta t = \frac{(110\,V)^2}{28.9\,\Omega}(10.0\,min)\left(\frac{1\,h}{60.0\,min}\right) = 69.8\,Wh = 0.0698\,kWh$$

$$Costo = (0.0698\,kWh)(0.11 euro/kWh) = 0.008\,euro = 0.8\,centesimi$$