FISICA II

Lez. 8 – Campi Magnetici

Prof. Giovanni Mettivier

Prof. Giovanni Mettivier, PhD

Dipartimento Scienze Fisiche

Università di Napoli “Federico II”

Compl. Univ. Monte S.Angelo

Via Cintia, I-80126, Napoli

mettivier@na.infn.it

+39-081-676137

Obiettivi di apprendimento

- Chiarire che il campo magnetico è una grandezza vettoriale e pertanto presenta modulo, direzione e verso.
- Spiegare come un campo magnetico si possa definire attraverso ciò che succede a una particella carica che si muove nel campo.
- Applicare, per una particella carica che si muove in un campo magnetico uniforme, la relazione che lega il modulo della forza F_B, la carica q, la velocità $\boldsymbol{v}$, il modulo del campo $\boldsymbol{B}$ e l'angolo ϕ compreso tra il vettore velocità V e il vettore campo magnetico $\boldsymbol{B}$.
- Trovare, per una particella carica in moto in un campo magnetico uniforme, la direzione e il verso della forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ (1) applicando la regola della mano destra per trovare la direzione del prodotto vettoriale $\boldsymbol{v}x\boldsymbol{B}$ e (2) determinando l'effetto provocato sul verso della carica q.
- Trovare la forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ che agisce su una particella carica in moto calcolando il prodotto vettoriale $q(\boldsymbol{v}x\boldsymbol{B})$ sia in notazione che fa uso dei versori sia mediante i moduli e gli angoli.
- Rendervi conto che il vettore forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ deve essere sempre perpendicolare sia il vettore velocità v sia il vettore campo magnetico B.
- Riconoscere gli effetti della forza magnetica sulla velocità e sull’energia cinetica della particella.
- Illustrare le linee di forza del campo magnetico: dove si originano, dove terminano e cosa rappresenta la loro spaziatura.

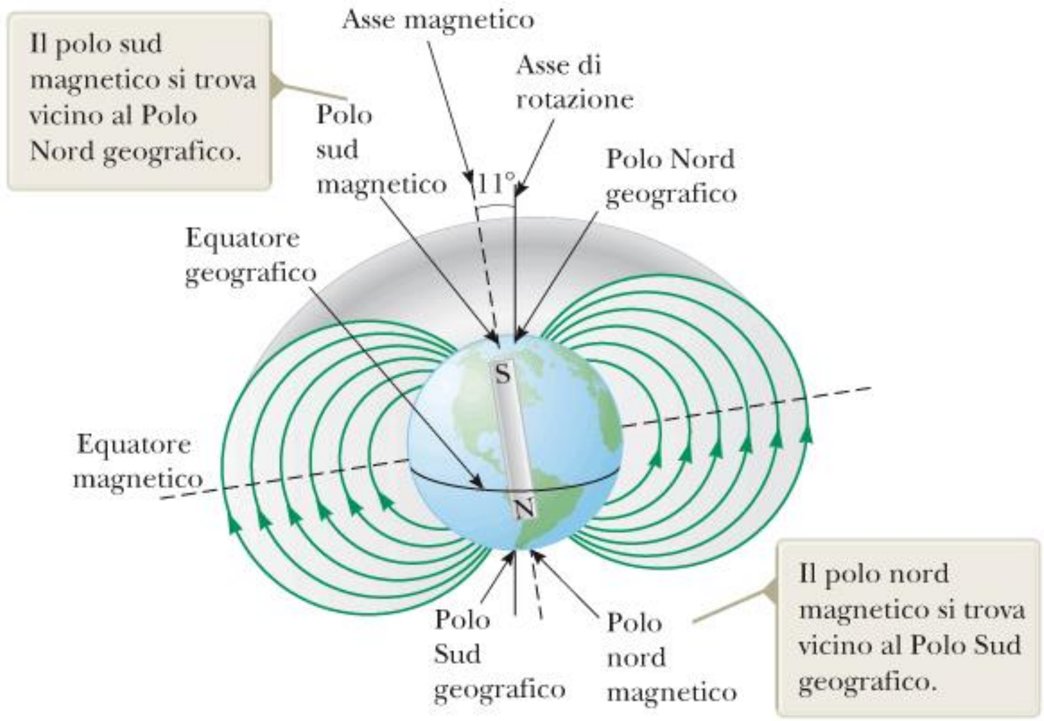
Il fenomeno del magnetismo era conosciuto dai greci fin dall' 800 A.C. Essi avevano scoperto che determinate pietre, dette ora magnetiti (Fe_3O_4), attraevano pezzi di ferro.
La leggenda fa risalire il termine *magnetite* al pastore Magnes che, mentre pascolava il gregge, si sarebbe ritrovato con i chiodi delle scarpe ed il puntale del bastone incollati ad un blocco di magnetite.
Esperimenti successivi mostrarono che ogni magnete, indipendentemente dalla sua forma, ha due **poli**, detti **nord** (N) e **sud** (S), che esercitano delle forze l'uno sull'altro, in modo analogo a quanto accade per le cariche elettriche.

Cioè, poli uguali si respingono, mentre poli diversi si attraggono. Il nome dei poli è dovuto al comportamento di un magnete in presenza del campo magnetico della Terra. Se una barretta magnetica viene sospesa dal centro per mezzo di una funicella in modo che sia libera di oscillare in un piano orizzontale, essa ruoterà finché il suo polo “nord” non si sarà allineato con il polo nord geografico della Terra, (che è un polo sud magnetico) e il suo polo “sud” con il polo sud geografico della Terra.
Sebbene la forza che si esercita tra due poli magnetici sia simile a quella che si ha tra due cariche elettriche, c’è una differenza importante. Le cariche elettriche possono essere isolate, mentre i poli magnetici non possono essere isolati. Ovvero, **i poli magnetici si trovano sempre a coppie**.

Campo magnetico

Quando affermiamo che l’ago magnetico di una bussola ha un polo nord ed un polo sud, dovremmo dire più precisamente che esso ha un polo che «cerca il nord», ed uno che «cerca il sud». Questo vuol dire che un polo dell’ago si orienta, o punta, verso il Polo Nord geografico della Terra.

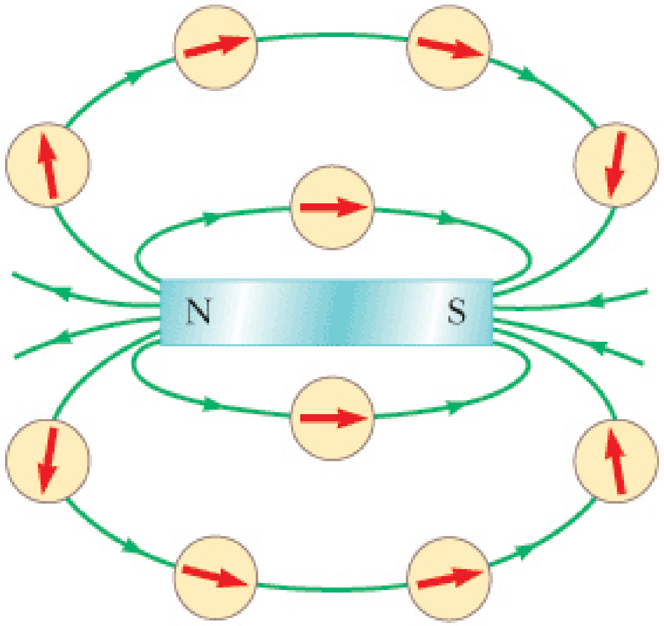
Poiché il polo nord di un magnete è attratto dal Polo Nord geografico della Terra, si conclude che il polo sud magnetico della Terra si trova vicino al polo Nord Geografico e che il polo nord magnetico si trova vicino al polo Sud geografico.
La configurazione del campo magnetico terrestre è molto simile a quella che si avrebbe sotterrando profondamente all’interno della Terra una enorme sbarra magnetizzata.



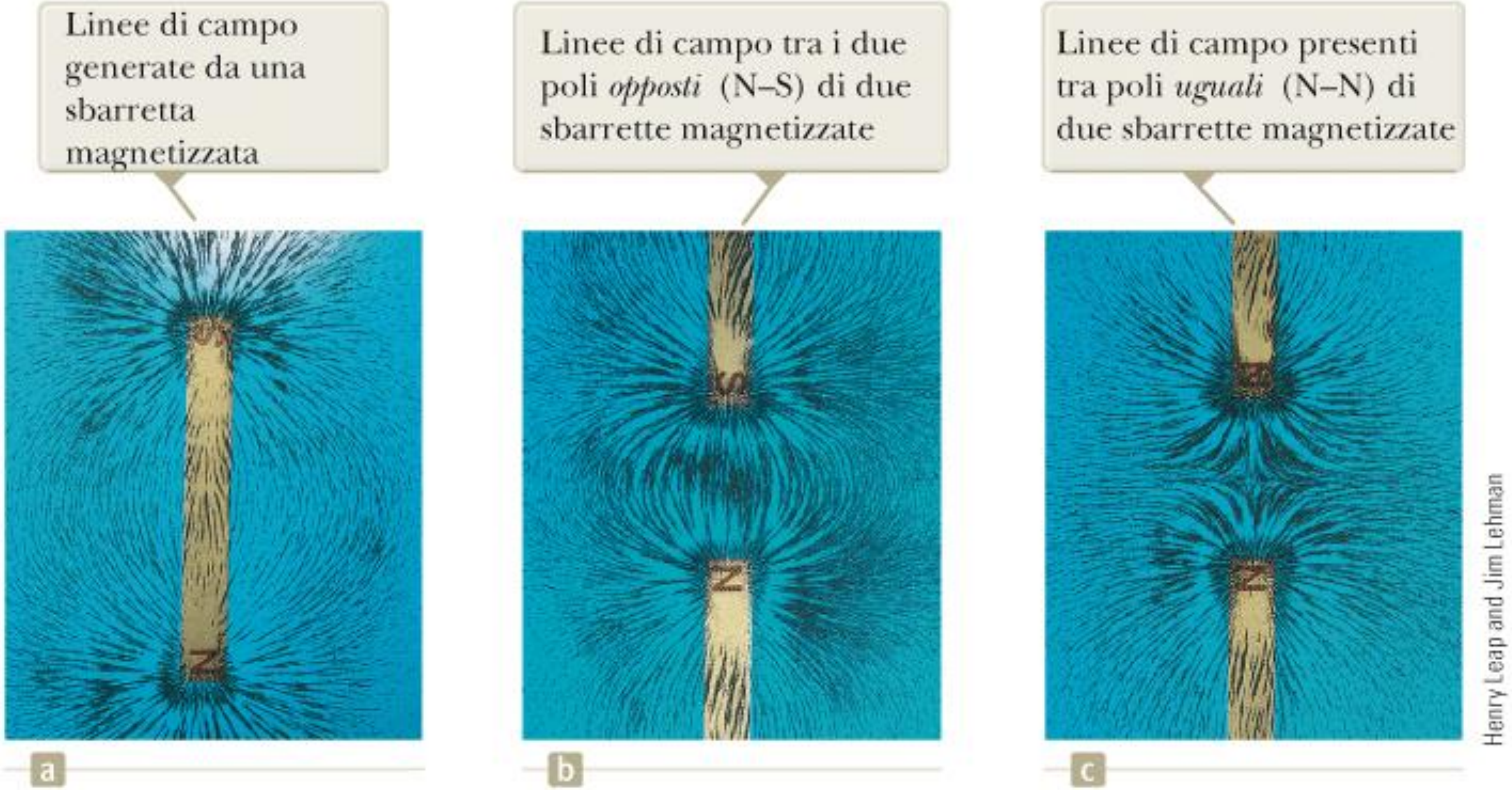
Campo magnetico

Anche una sostanza magnetizzata sarà circondata dal suo campo magnetico. Un **campo magnetico** circonda qualsiasi materia magnetica.
La direzione e il verso di un campo magnetico ***B*** in ogni punto è la direzione e il verso in cui punta il polo nord dell'ago di una bussola in quel punto. Come per il campo elettrico, il campo magnetico verrà rappresentato disegnando delle *linee di campo magnetico*.

La figura mostra come si può tracciare il campo magnetico di una sbarretta magnetica con l'aiuto di una bussola, definendo una linea di campo magnetico, analogamente a come fatto per le linee di campo elettrico.



Si noti che le linee di campo magnetico nello spazio esterno al magnete escono dal polo nord e vanno verso il polo sud.



Introduzione storica

La relazione tra magnetismo ed elettricità fu scoperta nel 1819 quando lo scienziato danese Oersted, in una dimostrazione durante una lezione, scoprì che una corrente elettrica che percorre un filo fa deflettere un ago magnetico che si trovi nelle vicinanze. Poco tempo dopo, Ampere trovò le leggi quantitative della forza magnetica che si esercita tra conduttori in cui circola una corrente. Egli prosegue anche che le correnti che percorrono circuiti di dimensioni molecolari siano responsabili di tutti i fenomeni magnetici.

Hans Christian Oersted
Fisico e chimico danese (1777–1851)
Oersted è famoso per la sua scoperta della deviazione dell'ago di una bussola quando posizionata vicino ad un conduttore percorso da corrente. Questa importante scoperta fu la prima evidenza sperimentale della correlazione tra i fenomeni elettrici e magnetici. Fu anche il primo a produrre l'alluminio puro.

L’esistenza di un campo magnetico in un certo punto dello spazio può essere determinata misurando la forza $\boldsymbol{F}_B$ che si esercita su una appropriata particella di prova posta in quel punto.

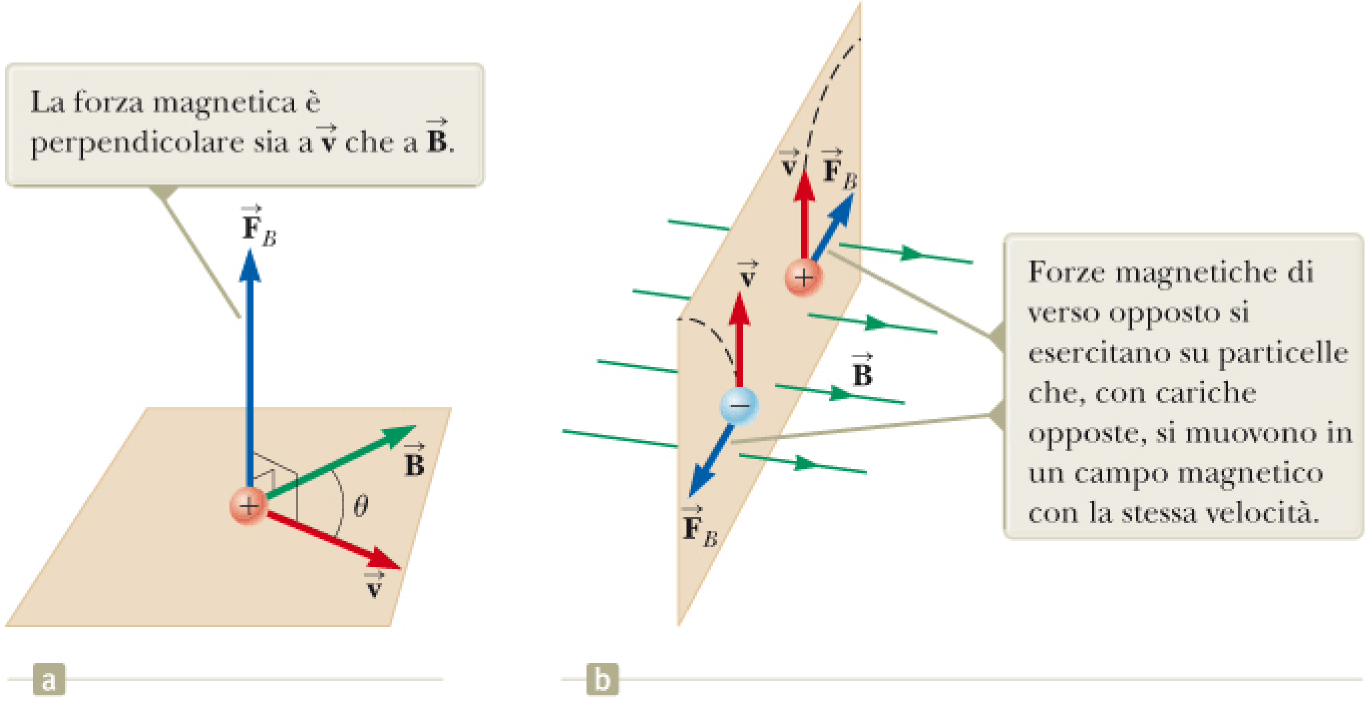
La nostra particella di prova sarà una particella elettricamente carica, per esempio un protone. Se eseguiamo un tale esperimento, troviamo i seguenti risultati:

- La forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ è proporzionale alla carica q e al modulo della velocità v della particella.
- Quando una particella carica si muove parallelamente al vettore campo magnetico, la forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ che agisce sulla carica è zero.

Campo magnetico

- Quando il vettore velocità forma un angolo θ con il campo magnetico, la forza magnetica agisce in direzione perpendicolare sia a ***v*** che a ***B***; cioè la forza magnetica è perpendicolare al piano formato da ***v*** e da ***B***.

- la forza magnetica su una carica negativa è diretta in verso opposto a quella che agisce su una carica positiva che si muove nello stesso verso.
- Se il vettore velocità forma una angolo θ con il campo magnetico, il modulo della forza magnetica è proporzionale a $sen\theta$.

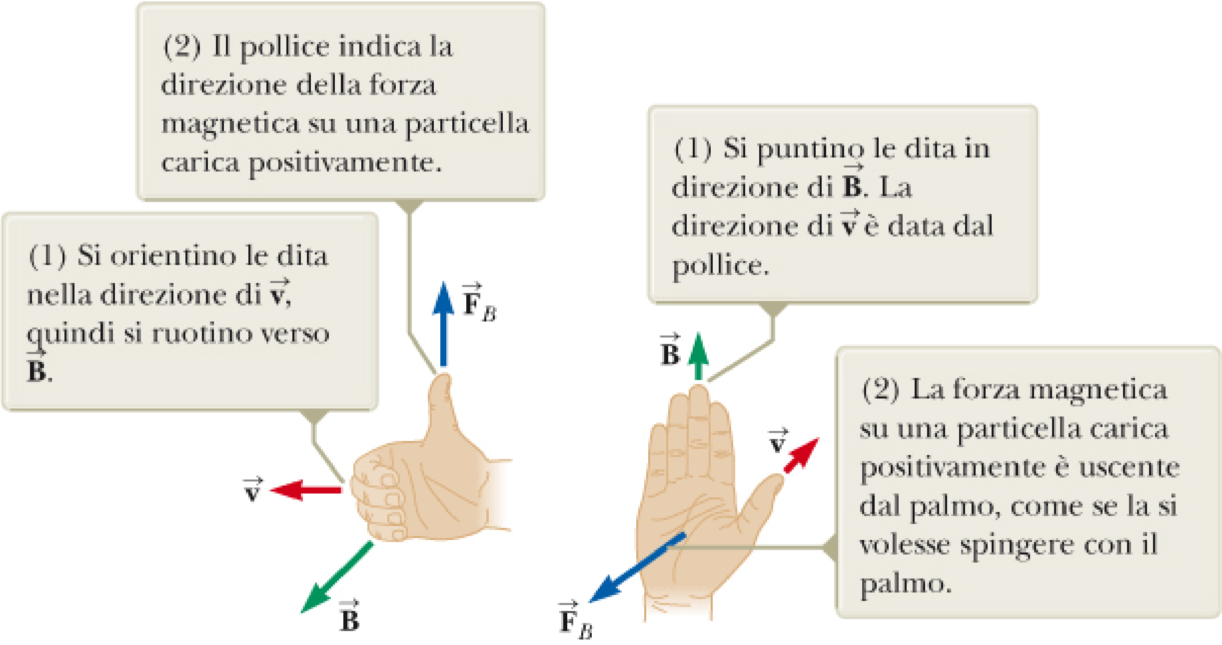


Queste osservazioni si possono riassumere in una forma compatta scrivendo la forza magnetica:

$$\vec{F}_B = q\vec{v}x\vec{B}$$

dove la forza magnetica è nella direzione di ***vxB***, che per definizione di modulo vettoriale, è perpendicolare sia a ***v*** sia a ***B***.

La direzione ed il verso della forza sono determinate utilizzando la regola della mano destra.



Il modulo della forza magnetica ha il valore

$$F_B = |q| vBsen\,\theta$$

dove θ è l'angolo tra ***v*** e ***B***. Da questa espressione si nota che $\boldsymbol{F_B}$ è zero quando ***v*** è parallela o antiparallela a ***B*** (θ = 0 o 180°). Inoltre, la forza massima, cioè $\boldsymbol{F_B} = |q|vB$, quando ***v*** e perpendicolare a ***B*** (θ = 90°).

L'unità SI di campo magnetico è il tesla (T), dove

$$1\,T = 1\frac{N}{C\,m/s}$$

Poiché un coulomb per secondo definisce l'ampere, si ha

$$1\,T = 1\frac{N}{A\,m}$$

Elenchiamo di seguito le differenze importanti tra le forze elettriche e magnetiche agenti sulle particelle cariche:

-La forza elettrica è sempre parallela o antiparallela alla direzione del campo elettrico, mentre la forza magnetica è perpendicolare al campo magnetico.

- la forza elettrica agisce su una particella carica indipendentemente dalla sua velocità, mentre la forza magnetica agisce su una particella carica solo quando essa è in movimento e la forza è proporzionale alla velocità.

- la forza elettrica compie lavoro spostando una particella carica, mentre la forza magnetica associata ad un campo magnetico costante non compie lavoro spostando una particella, perché è sempre perpendicolare allo spostamento.

Quando una carica è in movimento in un campo magnetico costante, la forza magnetica è sempre perpendicolare allo spostamento. Cioè, per un piccolo spostamento $d\mathbf{s}$ di una particella, il lavoro fatto dalla forza magnetica nella particella è $dW = \mathbf{F}_B d\mathbf{s} = (\mathbf{F}_B \mathbf{v})dt = 0$, perché la forza magnetica è un vettore perpendicolare a $\mathbf{v}$.

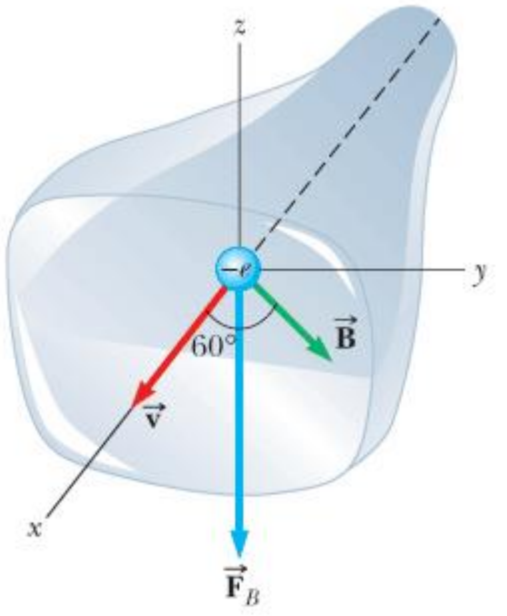
Da questa relazione e dal teorema dell'energia cinetica possiamo dedurre che l'energia cinetica di una particella carica non può essere alterata solo da un campo magnetico costante. In altre parole, quando una particella carica si muove con velocità $\mathbf{v}$, la presenza del campo magnetico può alterare la direzione del vettore velocità, ma non può modificare il modulo della velocità della particella.

Esempio

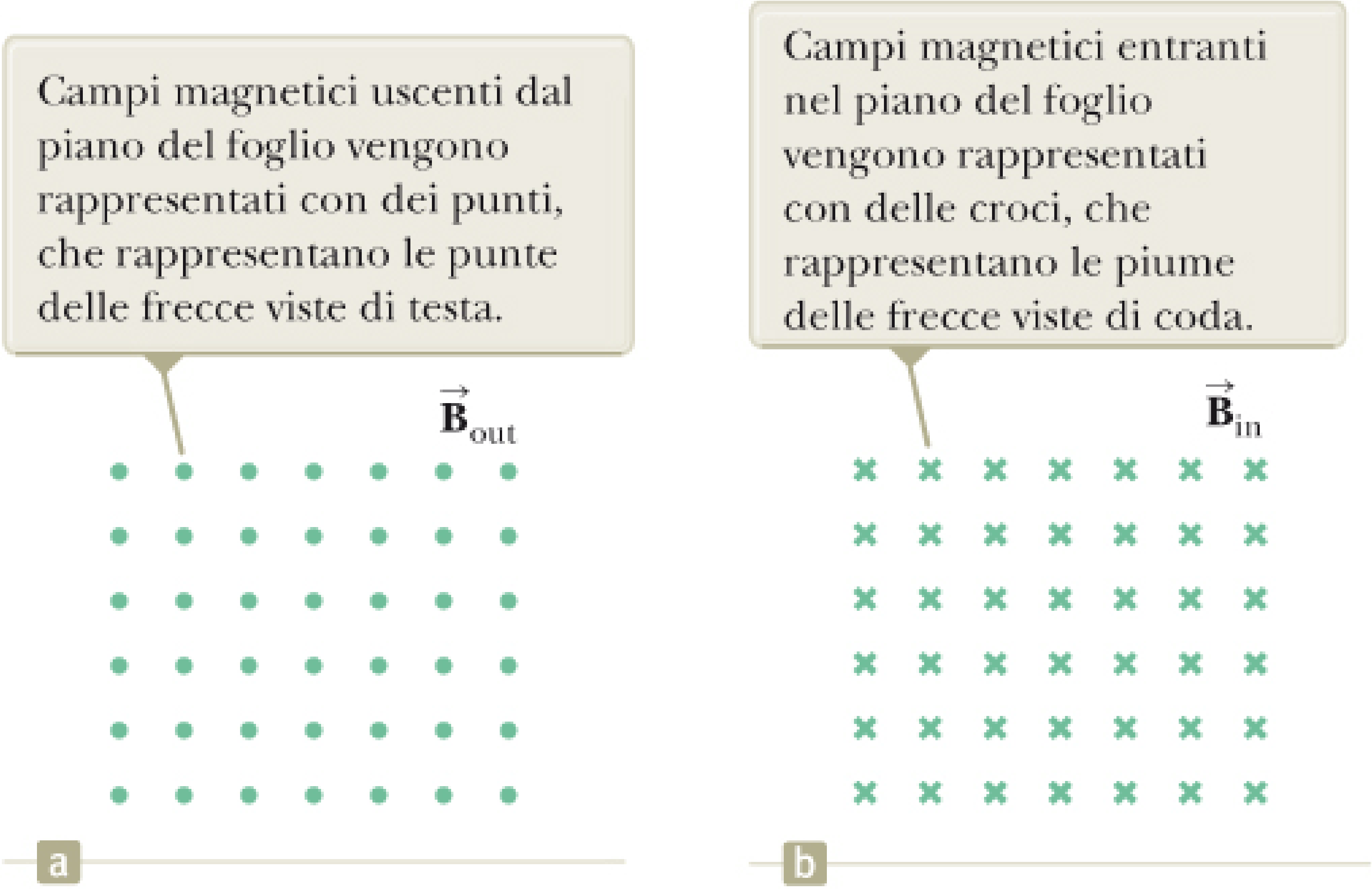
Un elettrone in un tubo catodico televisivo si muove verso la parete anteriore del tubo con una velocità *8 x* 10^6 *m/s* lungo la direzione dell'asse x. Il collo del tubo è circondato da un avvolgimento di filo che crea un campo magnetico di modulo *0.025 T,* diretto a un angolo di 60° con l'asse x e giacente nel piano *xy*. Calcolare la forza magnetica e l'accelerazione dell'elettrone.

$$F_B = |q|vBsen\theta$$
$$= (1.6x10^{-19}C)(8x10^6 m/s)(0.025T)(sen60°)$$
$$= 2.8x10^{-14}N$$

$$a = \frac{F_b}{m_e} = \frac{2.8x10^{-14}N}{9.1x10^{-31}kg} = 3.1x10^{16}m/s^2$$

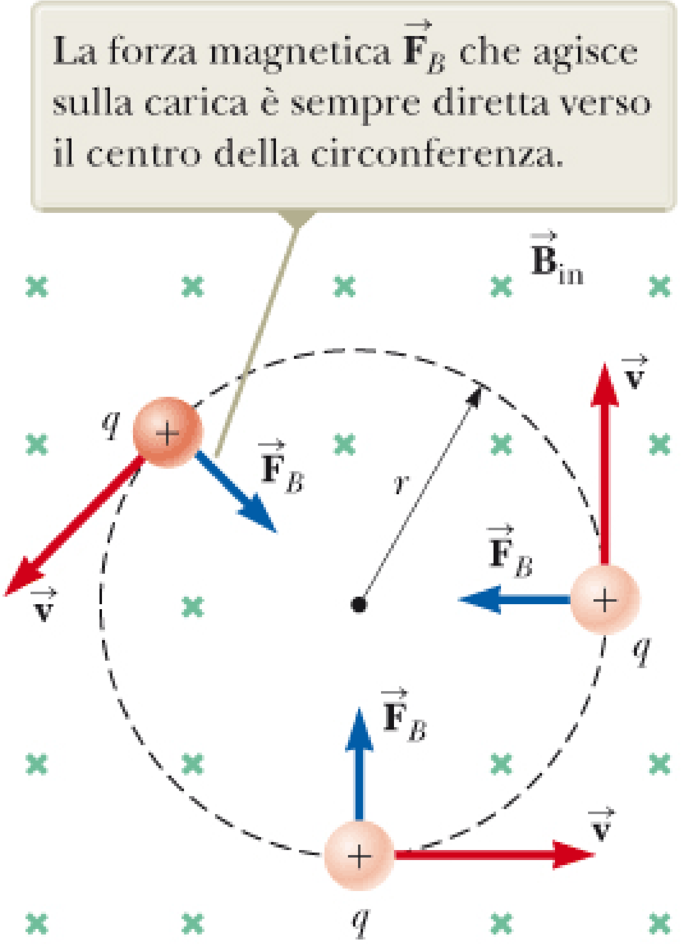


Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme



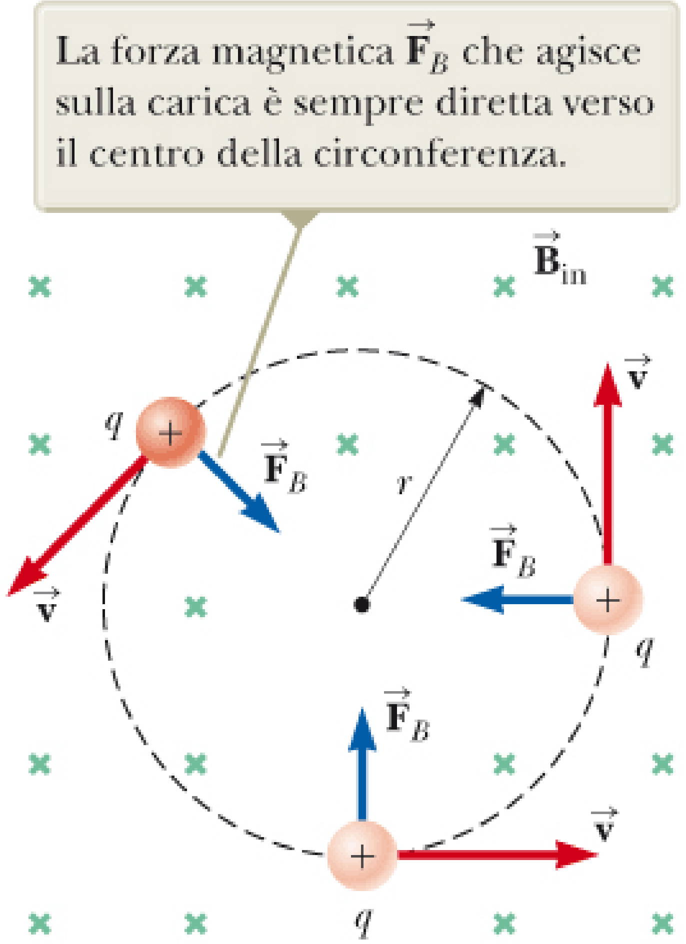
Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

Consideriamo, ora, il caso particolare di una particella carica positivamente che si muove in un campo magnetico uniforme quando il vettore velocità iniziale della particella è perpendicolare al campo. Assumiamo che la direzione orientata del campo magnetico sia entrante nella pagina. La fig. mostra che la particella si muove lungo una traiettoria circolare il cui piano è perpendicolare al campo magnetico.



Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

La particella si muove in questo modo poiché la forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ è perpendicolare a $\boldsymbol{v}$ e a $\boldsymbol{B}$ e ha un modulo costante qvB. Mentre la forza cambia la direzione di $\boldsymbol{v}$, la direzione di $\boldsymbol{F}_B$ varia continuamente. Poiché $\boldsymbol{F}_B$ punta sempre verso il centro della circonferenza, il moto della particella è un moto circolare uniforme.



Il modello della particella nel campo ci dice che la forza magnetica sulla particella è perpendicolare sia alle linee del campo magnetico sia alla velocità della particella.
Sebbene la particella cambi la direzione della sua velocità perché sottoposta alla forma magnetica, la forza magnetica rimane perpendicolare alla velocità. Se la forza è sempre perpendicolare alla velocità, il percorso della particella è circolare.

Utilizzando il modello punto materiale soggetto all'azione di una forza risultante per scrivere la seconda legge di Newton per la particella:

$$\sum F = F_B = ma$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Cioè, il raggio della traiettoria è proporzionale alla quantità di moto *mv* della particella e inversamente proporzionale alla carica della particella e all'intensità del campo magnetico.

La velocità angolare della particella è

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

Il periodo del moto (il tempo che la particella impiega per compiere una rivoluzione) è uguale alla lunghezza della circonferenza diviso per la velocità della particella:

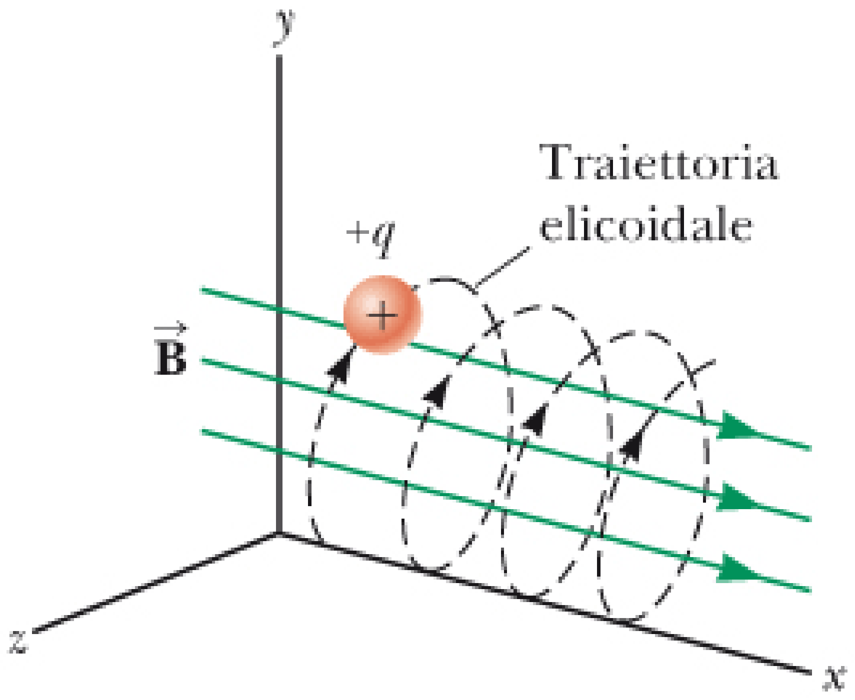
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Questi risultati mostrano che la velocità angolare ed il periodo del moto circolare non dipendono dalla velocità della particella o dal raggio dell'orbita. La velocità angolare ω è spesso detta ***frequenza di ciclotrone***.

Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

Se il vettore velocità di una particella carica in moto in un campo magnetico forma un angolo arbitrario con ***B***, la traiettoria della particella sarà un'elica. Per esempio, se il campo è nella direzione dell'asse *x*, come in fig., non c'è componente della forza lungo l'asse, quindi $a_x=0$ e la componente lungo *x* della velocità rimane costante. La particella carica è in equilibrio in questa direzione. D'altro canto, la forza magnetica ***qvxB*** produce una variazione nel tempo delle componenti v_x e v_y ed il moto risultante è descritto da un'elica con l'asse parallelo al campo magnetico. La proiezione della traiettoria sul piano *xz* (visto dall'asse *x*) è una circonferenza. (Le proiezioni sui piani *xy* e *xz* sono sinusoidi!) Le equazioni possono ancora essere utilizzate sostituendo *v* con

$$v_{\perp} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$$



Esercizio

Un protone percorre un'orbita circolare di raggio *14 cm* in un campo magnetico uniforme di *0.35 T* perpendicolare alla velocità del protone. Si trovi la velocità del protone.

$$v = \frac{qBr}{m_p}$$

$$v = \frac{(1.6 \times 10^{-19} C)(0.35\, T)(0.14\, m)}{1.67 \times 10^{-27} kg}$$

$$= 4.7 \times 10^{6}\, m/s$$

Esercizio

In un esperimento progettato per misurare l'intensità di un campo magnetico uniforme, un fascio di elettroni, accelerato a partire dalla quiete da una differenza di potenziale di *350 V*, entra nella zona di un campo magnetico perpendicolare alla velocità degli elettroni. Sottoposti alla forza magnetica, gli elettroni percorrono una traiettoria circolare ed il raggio della traiettoria è *7.5 cm*.

a) Qual è il valore del campo magnetico?

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}m_e v^2 - 0\right) + (q\Delta V) = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{-2q\Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{-2(-1.6\times10^{-19}C)(350\,V)}{9.11\times10^{-31}kg}} = 1.11\times10^{7}\,{}^{m}/_{s}$$

$$B = \frac{m_e v}{er} = \frac{(9.11\times10^{-31}kg)(1.11\times10^{7}\,m/s)}{(1.6\times10^{-19}C)(0.075\,m)} = 8.4\times10^{-4}\,T$$

Esercizio

In un esperimento progettato per misurare l'intensità di un campo magnetico uniforme, un fascio di elettroni, accelerato a partire dalla quiete da una differenza di potenziale di *350 V*, entra nella zona di un campo magnetico perpendicolare alla velocità degli elettroni. Sottoposti alla forza magnetica, gli elettroni percorrono una traiettoria circolare ed il raggio della traiettoria è *7.5 cm*.

b) Qual è la velocità angolare degli elettroni?

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1.11 \times 10^7\, m/s}{0.075\, m} = 1.5 \times 10^8 rad/s$$

Idee chiave

- quando una particella di carica *q* si muove con velocità v attraverso un campo magnetico *B*, sulla particella agisce una forza magnetica data da

$$\vec{F}_B = q\vec{v}x\vec{B}$$

- la regola della mano destra per il prodotto vettoriale fornisce la direzione e il verso di *vxB*. il segno di q stabilisce se F_B e concorde o discorde con il verso di *vxB*
- chiamando ϕ l'angolo formato tra ***v*** e ***B***, il modulo di F_B è dato da

$$F_B = |q| vBsen\,\theta$$

Obiettivi di apprendimento

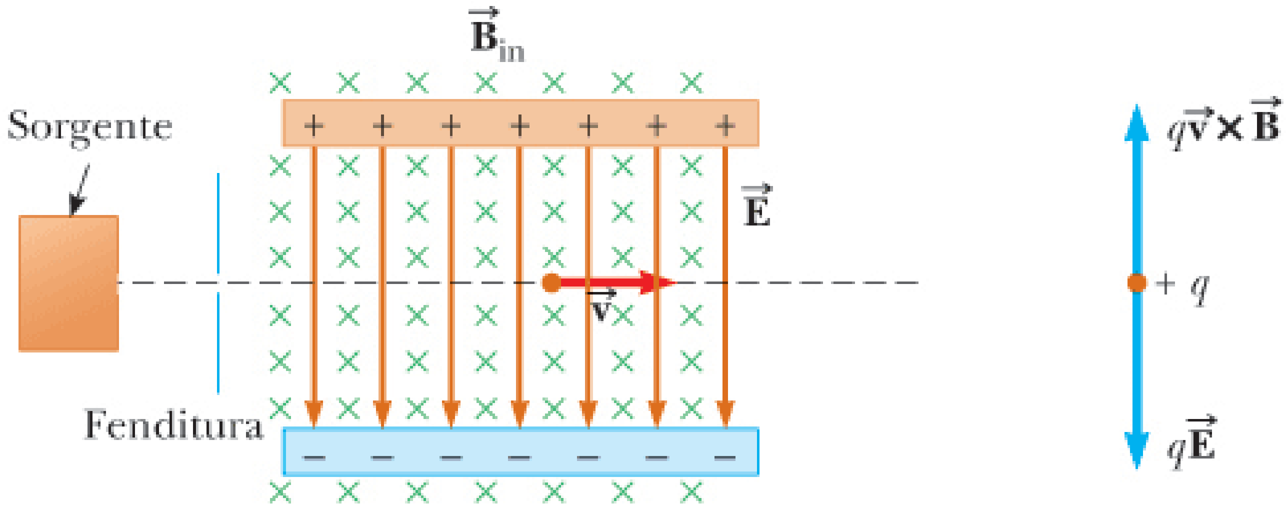
- Determinare, per una particella carica in moto attraverso un campo magnetico e un campo elettrico, la forza netta agente sulla particella sia in notazione coi versori sia in termini di modulo e angoli.
- Determinare, ove la forza magnetica e la forza elettrica agenti su una particella abbiano versi opposti, la velocità per le quali le forse si annulleranno, o vedono la predominanza dell'una sull'altra.

Una carica che si muove con velocità *v* in presenza di un campo elettrico ***E*** e di un campo magnetico ***B*** subisce sia una forza elettrica *qE* sia una forza magnetica *qvxB*. La forza totale, detta **forza di Lorentz**, agente sulla particella è quindi

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}x\vec{B}$$

Selettore di velocità

In numerosi esperimenti in cui si utilizzano particelle cariche, è importante ottenere particelle che si muovano tutte praticamente con la stessa velocità. Ciò si può ottenere applicando una combinazione di campo elettrico e campo magnetico orientati come mostrato in fig. Un campo elettrico uniforme è diretto verticalmente verso il basso e un campo magnetico uniforme viene applicato perpendicolarmente al campo elettrico. Le particelle che si muovono in questa regione subiranno la forza di Lorentz.

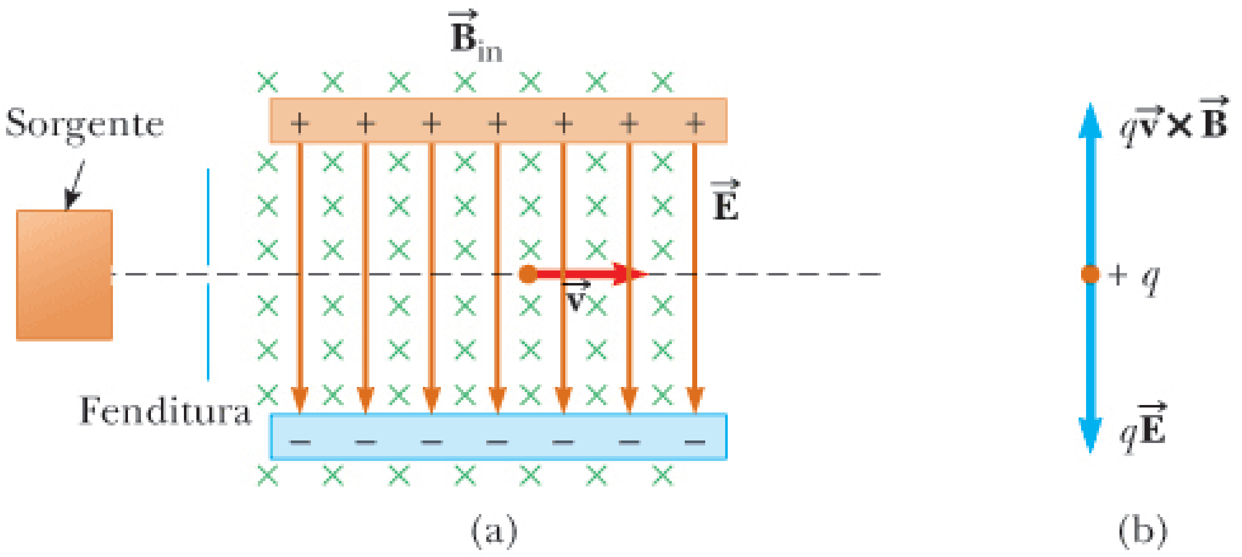


(a) (b)

Selettore di velocità

Per una particella carica positivamente, la forza magnetica *qvxB* è diretta verso l'alto e la forza elettrica *qE* è diretta verso il basso. Quando i moduli dei due campi sono scelti in modo che *qE* = *qvB*, la particella è in equilibrio e si muove in linea retta orizzontale attraverso la regione dei campi. Dalla *qE* = *qvB* troviamo che

$$v = \frac{E}{B}$$



Soltanto quelle particelle che hanno questa velocità non saranno deflesse quando si muoveranno attraverso i campi elettrico e magnetico perpendicolari e passeranno attraverso una piccola apertura alla fine del dispositivo. La forza magnetica esercitata sulle particelle che si muovono a velocità maggiori di questa è più intensa della forza elettrica, e queste particelle saranno deflesse verso l’alto. Quelle che si muovono a velocità minori di questa saranno deflesse verso il basso.

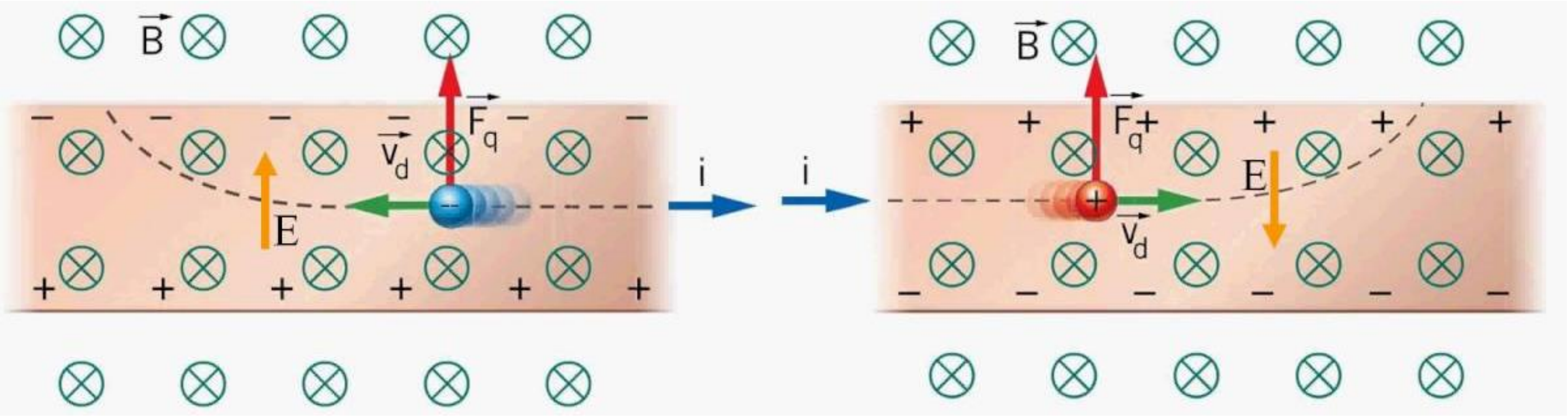
Idee chiave

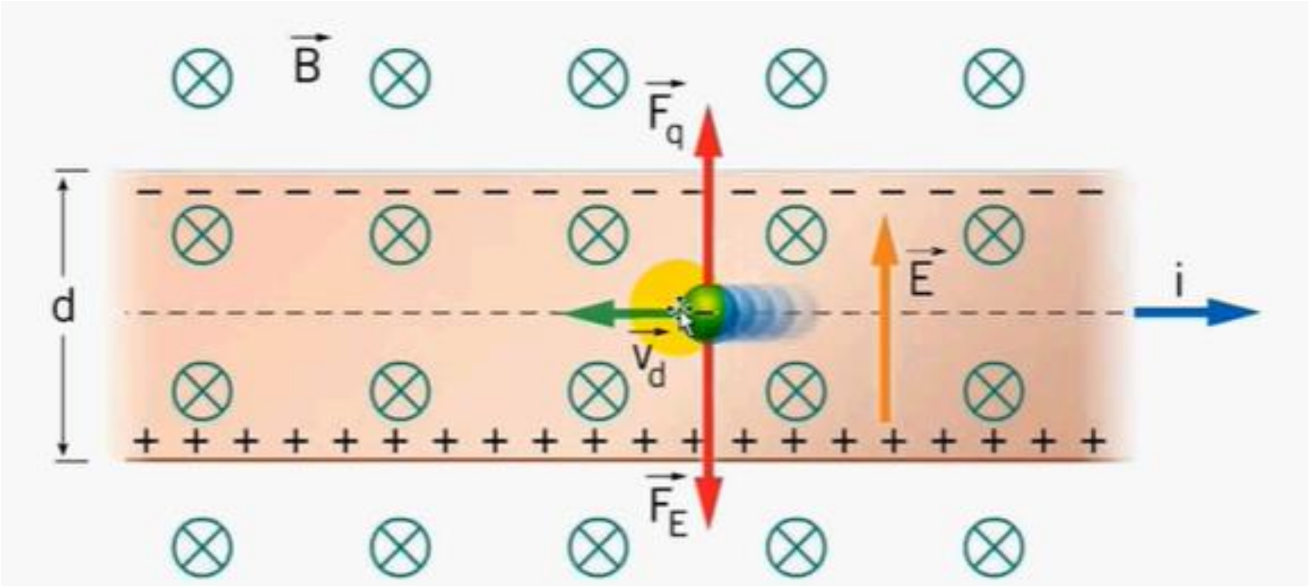
- Una particella carica che si muove in una regione ove siano presenti sia un campo elettrico sia un campo magnetico, può risentire sia di una forza elettrica sia di una forza magnetica.
- Se i due campi sono perpendicolari, si dicono *incrociati.*
- Se le due forze hanno versi opposti, per certe velocità la particella si muove in linea retta.

Obiettivi di apprendimento

- Individuare, per una corrente perpendicolare a un campo magnetico, il verso della corrente, quello del campo magnetico e la direzione della forza magnetica agente sulla corrente (ovvero sul filo percorso dalla corrente).
- Applicare, per una corrente in un campo magnetico, la relazione che la lega il modulo F_B della forza magnetica, la corrente i, la lunghezza L del filo e l'angolo ϕ compreso tra il vettore lunghezza $\boldsymbol{L}$ e il vettore di campo $\boldsymbol{B}$.
- Applicare la regola della mano destra per il prodotto vettoriale al fine di determinare il verso della forza magnetica che agisce su una corrente in un campo magnetico.
- Calcolare, per una corrente in un campo magnetico, la forza magnetica $\boldsymbol{F}_B$ come prodotto vettoriale tra il vettore lunghezza $\boldsymbol{L}$ e il vettore di campo $\boldsymbol{B}$, sia con modulo e angoli sia in notazione coi versori.
- Descrivere il procedimento di calcolo della forza che agisce su un filo percorso da corrente in un campo magnetico, quando il filo non è rettilineo o il campo non è uniforme.

Effetto Hall

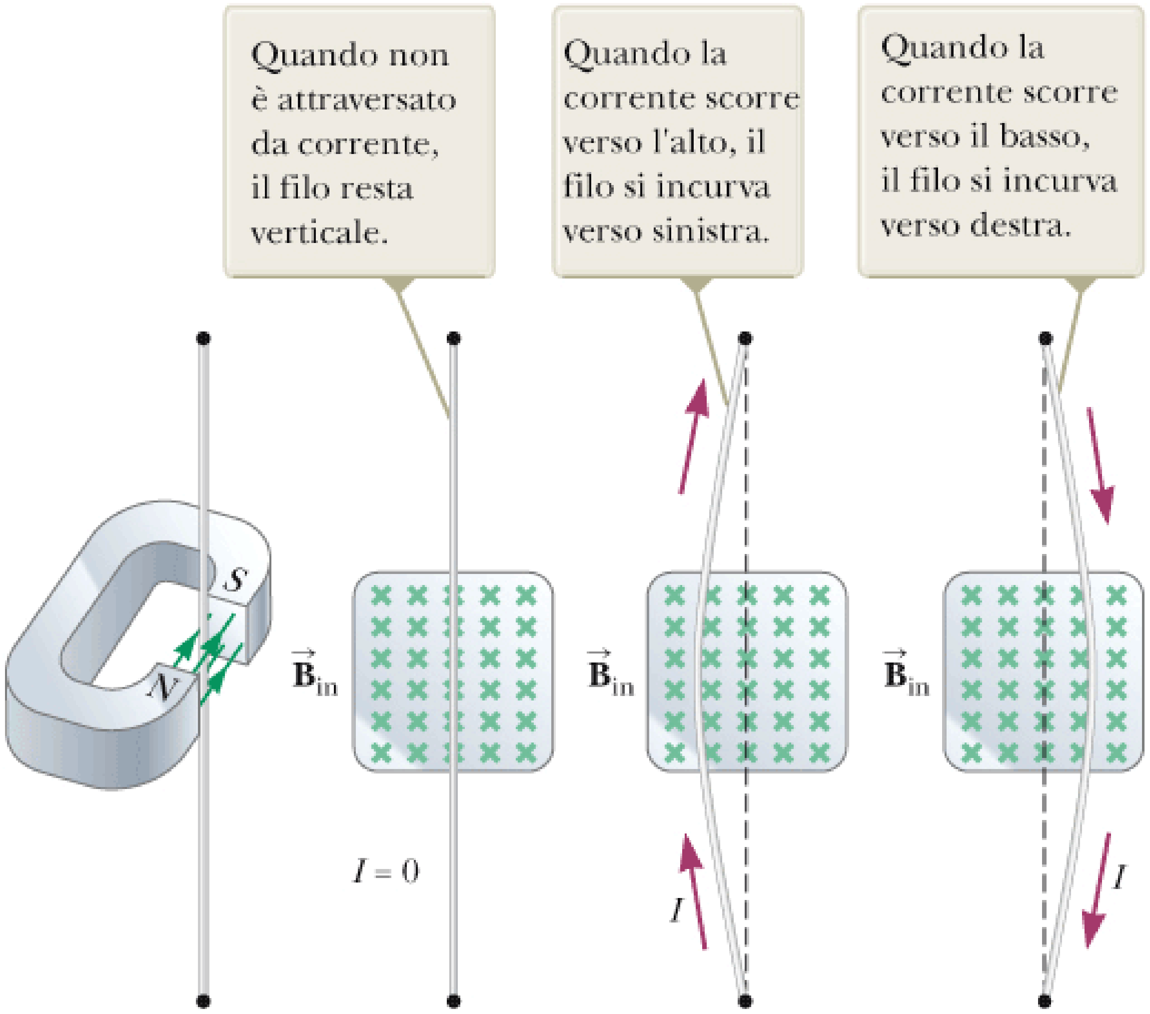




Forza magnetica su conduttore percorso da corrente

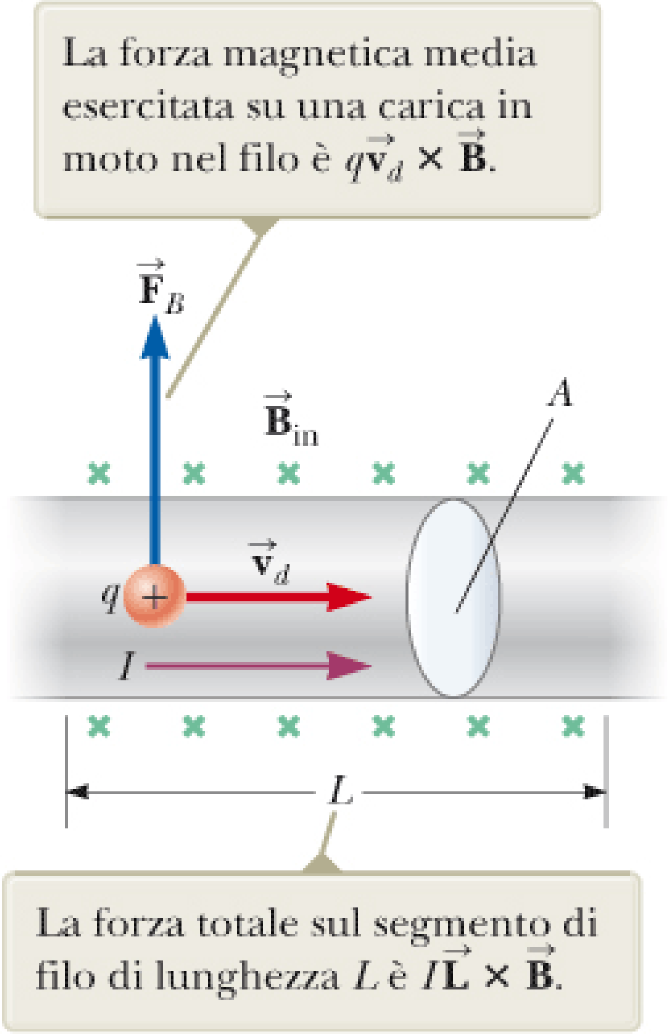
Poiché una singola particella carica che si muove in un campo magnetico esterno si esercita una forza magnetica, non dovrebbe meravigliare il fatto che anche un filo percorso da corrente sia soggetto a una forza magnetica quando venga posto in un campo magnetico esterno. Si può dimostrare che esiste una forza che agisce su un filo percorso da corrente sospeso in verticale tra i poli di un magnete.

Tutto ciò deriva dal fatto che la corrente non è altro che un insieme di molte particelle cariche in movimento: quindi, la forza magnetica risultante sul filo è dovuta alla somma delle singole forze magnetiche sulle particelle cariche. La forza agente sulle particelle viene trasmessa a tutto «l'insieme» del filo attraverso gli urti con gli atomi che costituiscono il filo.



Forza magnetica su conduttore percorso da corrente

Consideriamo un tratto rettilineo di filo di lunghezza *L*, di sezione *A*, in cui circoli una corrente *I* in un campo magnetico esterno uniforme ***B***. La forza magnetica che agisce su una carica *q* che si muove con una velocità di deriva $\boldsymbol{v}_d$ è data da $q\boldsymbol{v}_d \times \boldsymbol{B}$. Per trovare la forza magnetica totale agente sul tratto di filo, moltiplichiamo la forza agente su una carica per il numero di cariche contenute nel tratto di filo considerato.



Forza magnetica su conduttore percorso da corrente

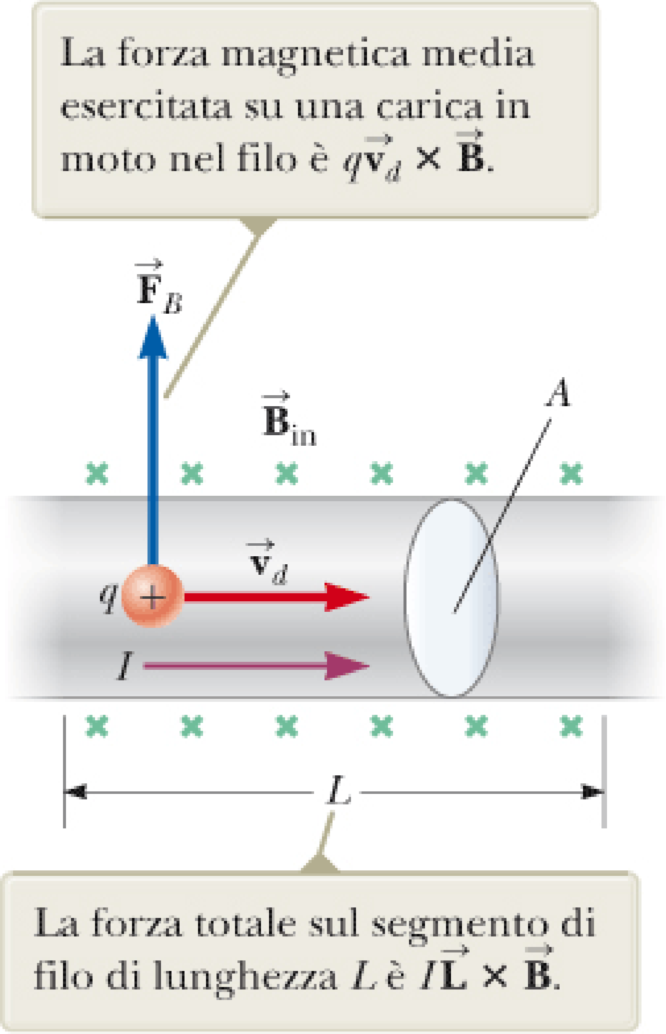
Poiché il volume del tratto è AL, il numero di cariche nel tratto è nAL, dove n è il numero di cariche per unità di volume. Quindi, la forza magnetica totale agente sul filo di lunghezza L è:

$$\vec{F}_B = \left(q\vec{v}_d \times \vec{B}\right) nAL$$

Questa si può scrivere in una forma più conveniente notando che la corrente nel filo è data da $I = nqv_dA$, $\boldsymbol{F}_B$ si può esprimere come

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

dove L è un vettore nel verso della corrente I; il modulo di L è uguale alla lunghezza del tratto. Questa espressione si applica unicamente al caso di un tratto rettilineo di filo in un campo magnetico esterno uniforme.



Idee chiave

- Un filo rettilineo percorso dalla corrente *i* in un campo magnetico è soggetto a una forza perpendicolare

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$$

- La forza che agisce su un tratto elementare di filo ***dL*** percorso dalla corrente *i* in un campo magnetico è data da

$$d\vec{F}_B = id\vec{L} \times \vec{B}$$

- Il verso del vettore lunghezza ***L*** o ***dL*** è lo stesso della corrente *i.*

Obiettivi di apprendimento

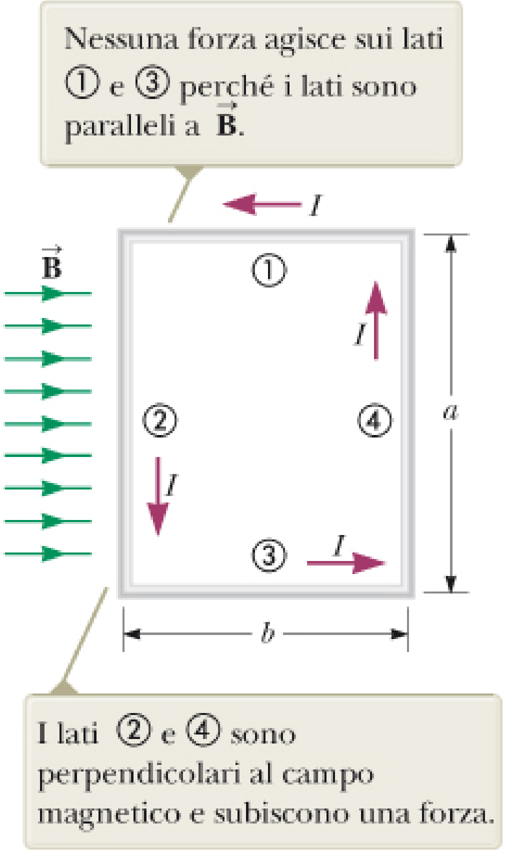
- Disegnare una spira rettangolare percorsa da corrente in un campo magnetico, indicando le forze magnetiche agenti sui quattro lati, il verso della corrente, il vettore normale ***n*** e il verso in cui il momento torcente esercitato dalle forze tende a ruotare la spira.
- Applicare, per una bobina percorsa da corrente in un campo magnetico, la relazione tra il modulo t del momento torcente, il numero di spire *N*, l'area *A* di ciascuna spira, la corrente *i*, il modulo *B* del campo magnetico e l'angolo θ compreso tra il vettore normale ***n*** e il vettore campo magnetico ***B***.

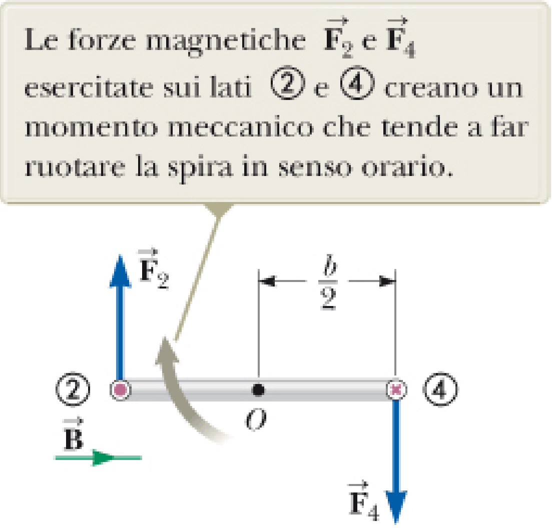
Momento meccanico su una spira

Consideriamo una spira rettangolare percorsa da corrente *I* immersa in un campo magnetico uniforme e parallelo al piano della spira. Le forze agenti sui lati (1) e (3) sono nulle, poiché questi fili sono paralleli al campo, per cui, per questi lati, ***L***x***B***=*0*. Sui lati (2) e (4), che sono perpendicolari al campo, agiranno invece delle forze magnetiche. Per $\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$, il modulo di queste forze è

$$F_2 = F_4 = IaB$$

Se guardiamo la spira dal lato (3) vediamo la situazione in cui le due forze ***F₂*** e ***F₄*** hanno le direzioni ed i versi indicati. Le due forze hanno versi opposti e *non* giacciono sulla stessa retta di azione. Se la spira è incerniata in modo da poter ruotare intorno al punto *O*, le due forze produrranno un momento che la farà ruotare in senso orario.





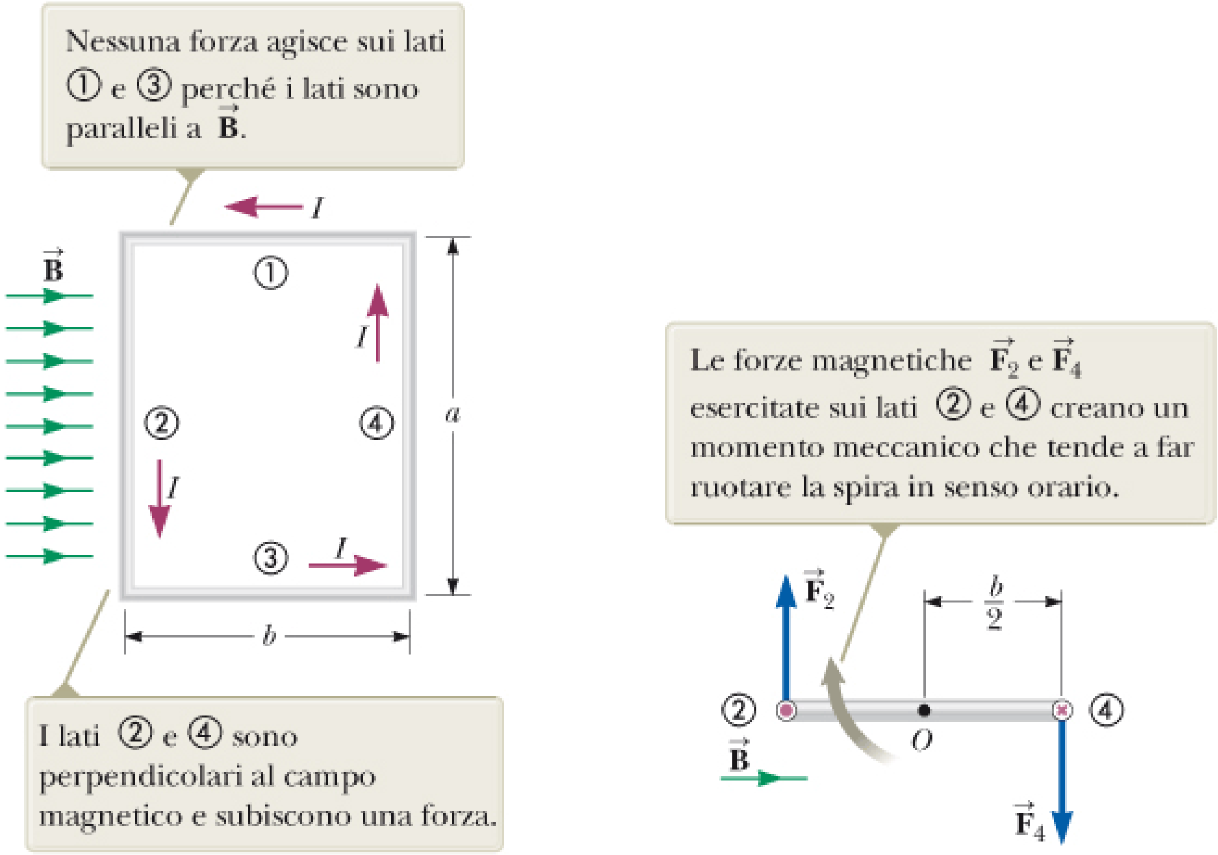
Il momento τ_{max} è

$$\tau_{max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB)\frac{b}{2} + (IaB)\frac{b}{2} = IabB$$

Essendo *b/2* il braccio di ciascuna forza rispetto a *O*. Poiché l'area racchiusa dalla spira è *A=ab*, il momento meccanico massimo può essere espresso come

$$\tau_{max} = IAB$$

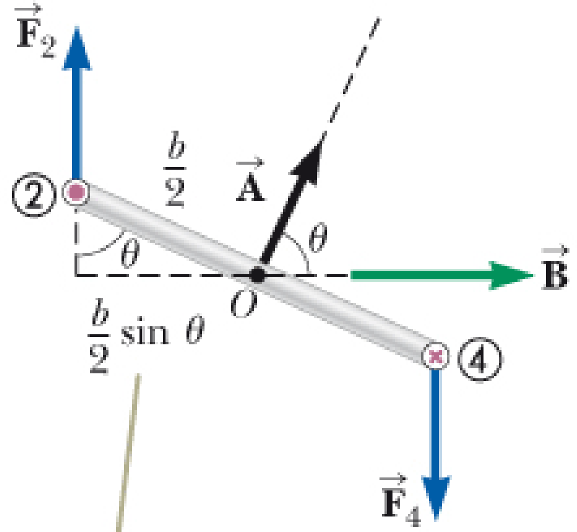
Se la corrente circolasse in verso opposto, anche i versi delle forze sarebbero opposti e il verso della rotazione sarebbe antiorario.



Momento meccanico su una spira

Facciamo ora l'ipotesi che il campo magnetico uniforme formi un angolo θ<90° con una retta perpendicolare al piano della spira. Per comodità, ipotizziamo che il campo ***B*** sia perpendicolare ai lati (2) e (4). In questo caso le forze magnetiche $\boldsymbol{F_1}$ e $\boldsymbol{F_3}$ agenti sui lati (1) e (3) hanno somma vettoriale nulla e non producono alcun momento, perché la loro retta d'azione passa per uno stesso punto. Le forze $\boldsymbol{F_2}$ e $\boldsymbol{F_4}$ agenti sui lati (2) e (4) formano una coppia e quindi producono un momento meccanico rispetto a *qualunque punto.* Riferendoci alla vista di fig., il braccio della forza $\boldsymbol{F_2}$ rispetto al punto O è uguale a $(b/2)\sin\theta$. Analogamente, per la forza $\boldsymbol{F_4}$ il braccio è di nuovo $(b/2)\sin\theta$. Poiché $F_2=F_4=IaB$; il modulo del momento della coppia magnetica risultante rispetto al *O* è

$$\tau = F_2\frac{b}{2}sin\theta + F_4\frac{b}{2}sin\theta$$
$$= IaB\left(\frac{b}{2}sin\theta\right) + IaB\left(\frac{b}{2}sin\theta\right) = IabBsin\theta$$
$$= IABsin\theta$$



Quando la normale alla spira forma un angolo θ con il campo magnetico, il braccio del momento della coppia è $(b/2)\sin\theta$.

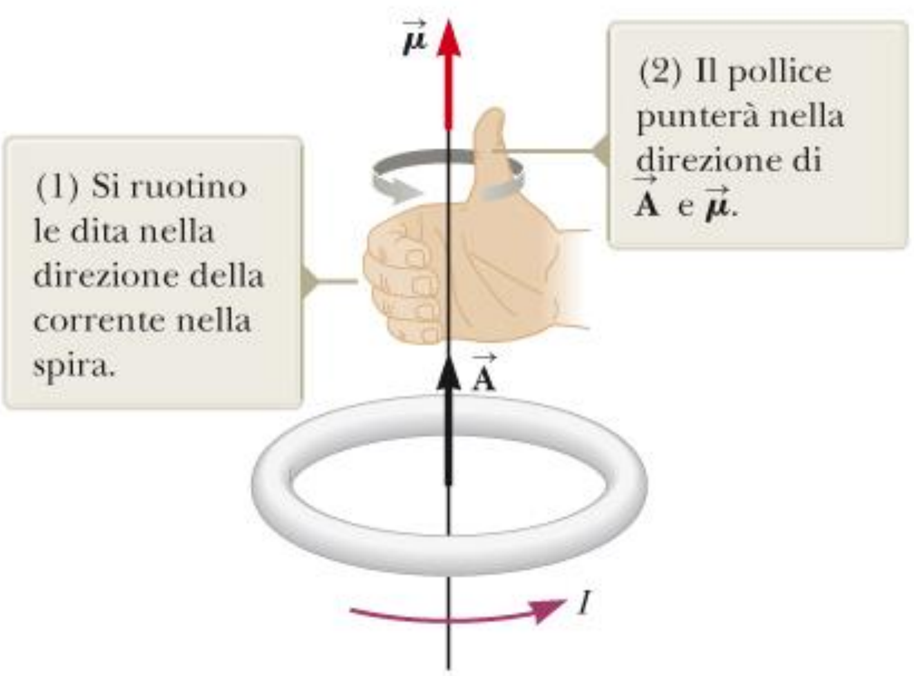
dove *A=ab* è l'area della spira. Questo dimostra che il momento ha valore massimo *IAB* quando il campo è perpendicolare alla normale al piano della spira *(θ=90°)* ed è nullo quando il campo è parallelo al piano della spira *(θ=0)*.

Momento meccanico su una spira

Una espressione vettoriale conveniente del momento meccanico esercitato su una spira in un campo magnetico uniforme ***B*** è

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

dove ***A*** è perpendicolare al piano della spira e ha modulo uguale all'area della spira. L'orientazione di ***A*** si determina utilizzando la regola della mano destra.



Idee chiave

- Su ciascuno degli elementi che costituiscono una spira percorsa da corrente immersa in un campo magnetico uniforme agisce una diversa forza magnetica, ma la loro risultante è nulla.
- Dato *N* il numero di spire in una bobina, *A* la loro area, *i* la corrente, *B* il campo magnetico e θ l'angolo compreso tra il campo magnetico ***B*** e l'asse ***n*** della bobina, il momento torcente netto che agisce sulla bobina ha modulo dato da

$$\tau = NiABsin\theta$$

Il prodotto ***IA*** si dice **momento di dipolo magnetico** μ (o, più semplicemente, momento magnetico) della spira:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

Nella SI l'unità di misura del momento magnetico è ampere per metro quadro (Am^2). Se una bobina contiene *N* spire di uguale area, il momento di dipolo magnetico della bobina è

$$\vec{\mu}_{bob} = NI\vec{A}$$

Il momento meccanico esercitato su una spira percorsa da corrente immersa in un campo magnetico ***B*** si scrive come

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Questo risultato è analogo a τ=***p****x****E***, per il momento meccanico esercitato su un dipolo elettrico di momento di dipolo ***p*** immerso in un campo elettrico ***E.***

Momento di dipolo

L'energia potenziale di un sistema formato da un dipolo magnetico in un campo magnetico dipende dalla orientazione del dipolo nel campo magnetico ed è

$$U_B = -\vec{\mu}\vec{B}$$

Questa espressione mostra che il sistema ha energia minima U_{min} $=-\mu B$ quando $\boldsymbol{\mu}$ è parallelo e concorde con ***B.*** Il sistema ha energia massima U_{max} $= +\mu B$ quando $\boldsymbol{\mu}$ è parallelo e discorde con ***B***.

Esercizio

Una bobina rettangolare, percorsa da una corrente di *15* μ*A*, di dimensioni di *5.4 cm x 8.5 cm*, è formata da 25 spire di filo. Un campo magnetico di *0.350 T* viene applicato parallelamente al piano della bobina.

a) Si calcoli il modulo del momento di dipolo magnetico della bobina

$$\mu_{bob} = NIA = (25)(15 \times 10^{-6} A)(0.054\, m)(0.085\, m)$$

$$= 1.72 \times 10^{-3} Am^2$$

a) Qual è il modulo del momento meccanico che agisce sulla bobina?

$$\tau = \mu_{bob} B = (1.72 \times 10^{-3} Am^2)(0.350\, T)$$

$$= 6.02\ \times 10^{-4} Nm$$

Idee chiave

- Una bobina, di *N* spire con sezione di area *A* e percorse da corrente *i*, in un campo magnetico uniforme B, è soggetto a un momento torcente τ dato da

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

qui μ rappresenta il momento di dipolo magnetico della bobina, il cui modulo è $\mu = NiA$ e il verso è dato dalla regola della mano destra.

- L'energia potenziale magnetica di un dipolo magnetico in un campo magnetico è data da

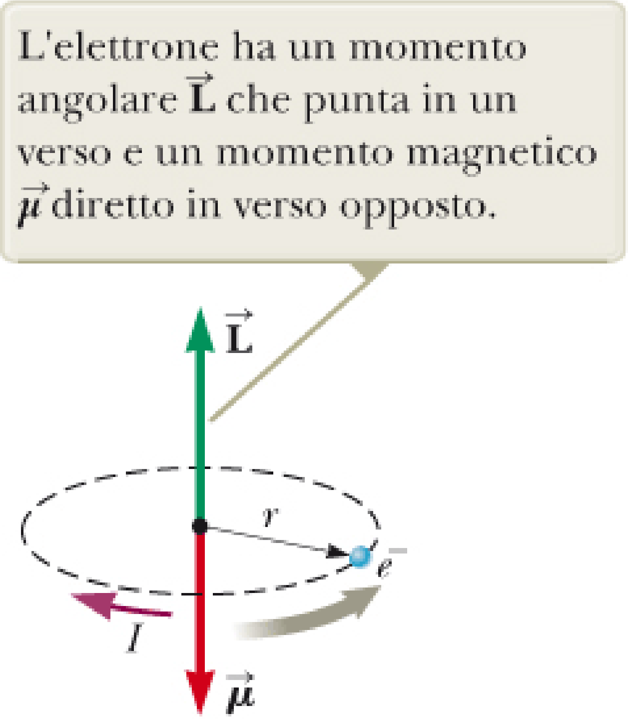
$$U(\theta) = -\vec{\mu}\,\vec{B}$$

Magnetismo nella materia

Dal modello classico dell'atomo, nel quale gli elettroni percorrono orbite circolari intorno al nucleo.

Nel nostro modello classico facciamo l'ipotesi che l'elettrone sia in moto con velocità di modulo *v* costante e percorra un'orbita circolare di raggio *r* attorno al nucleo. La corrente *I* associata con l'elettrone che sta orbitando è uguale al rapporto fra la sua carica *e* ed il periodo orbitale *T*. Per una particella in moto circolare uniforme, $T=2\pi r/v$, abbiamo

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$



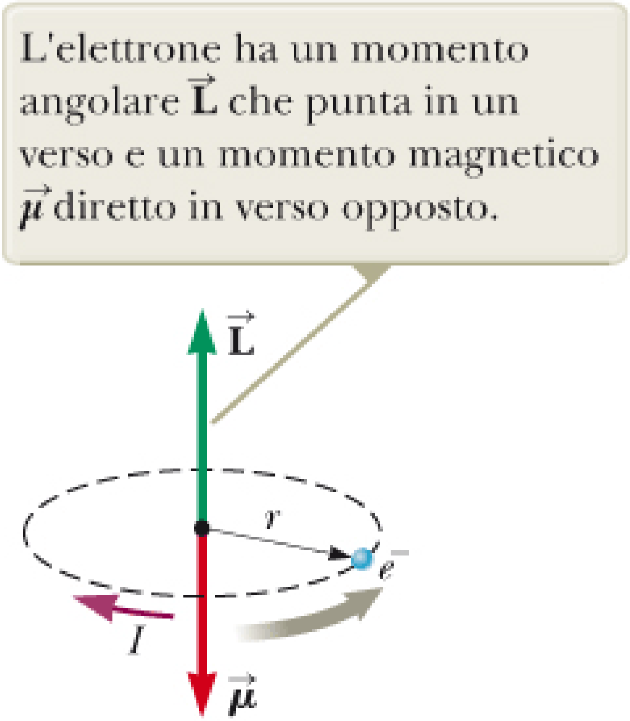
Il momento magnetico associato con questo anello di corrente è $\mu=IA$, dove $A=\pi r^2$ è l'area delimitata dall'orbita, e quindi ha valore

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r}\right)\pi r^2 = \frac{1}{2}evr$$

Poiché $L=m_e vr$ è il modulo del momento angolare orbitale dell'elettrone (con $\phi=90°$), il momento magnetico può essere scritto come

$$\mu = \left(\frac{e}{2m_e}\right)L$$

Questo risultato mostra che il momento magnetico dell'elettrone è proporzionale al suo momento angolare orbitale. Si noti che, essendo la carica dell'elettrone negativa, i vettori $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{L}$ hanno verso *opposto*. Entrambi i vettori sono perpendicolari al piano dell'orbita, come in figura.



Dal momento che tutte le sostanze contengono elettroni, ci si potrebbe chiedere perché non tutte le sostanze mostrano proprietà magnetiche. La ragione principale, è che, nella maggior parte delle sostanze, il momento magnetico di un elettrone nell'atomo si compensa con il momento magnetico di un altro elettrone che orbita in senso opposto. Il risultato totale è che, per la maggior parte dei materiali, l'effetto magnetico prodotto dal moto orbitale degli elettroni è zero o è molto piccolo.

Magnetismo nella materia

Ferromagnetismo

Un piccolo numero di sostanze cristalline mostra fenomeni magnetici molto marcati; questo tipo di fenomeno è chiamato **ferromagnetico.**

Queste sostanze contengono momenti magnetici atomici permanenti che tendono ad allinearsi fra loro sotto l'effetto di un campo magnetico anche debole. Quando i momenti si sono allineati, la sostanza rimane magnetizzata, anche se viene rimosso il campo magnetico esterno. Questo allineamento permanente è dovuto al forte accoppiamento fra momenti magnetici vicini che può essere descritto completamente solo in termini quantistici.

Un materiale ferromagnetico posto in campo magnetico esterno sviluppa un forte momento dipolare magnetico nella direzione del campo esterno. Se il campo non è uniforme, il materiale ferromagnetico è attratto verso una regione di campo più intenso da una regione di campo più debole.

Paramagnetismo

Le sostanze paramagnetiche hanno una magnetizzazione piccola ma positiva.

Questi momenti magnetici interagiscono solo debolmente fra loro e, in assenza di un campo esterno, sono orientati a caso. Quando la sostanza paramagnetica viene immersa in un campo magnetico esterno, i momenti magnetici atomici tendono ad allinearsi nella direzione del campo.

Un materiale paramagnetico posto in un campo magnetico esterno, sviluppa un momento dipolare magnetico nella stessa direzione del campo esterno. Se il campo non è uniforme, il materiale paramagnetico è attratto verso una regione di campo magnetico più intenso da una regione di campo più debole.

Magnetismo nella materia

Diamagnetismo

Quando si applica un campo magnetico esterno ad una sostanza diamagnetica, si induce un debole momento magnetico nel verso opposto al campo applicato.

Un materiale diamagnetico posto in un campo magnetico esterno sviluppa un momento dipolare magnetico opposto alla direzione del campo esterno. Se il campo non è uniforme, il materiale diamagnetico viene respinto dalla regione di più elevata intensità magnetica verso una regione di intensità più debole.

La rana riprodotta nella figura è diamagnetica, come tutti gli animali. Investendola con un campo magnetico divergente, ponendola per esempio all'estremità superiore di un solenoide con asse verticale percorso da corrente, tutti gli atomi della rana sono sospinti verso l'alto in modo da allontanarsi dalla regione di campo più intenso. La rana non è a disagio, perché tutti i suoi atomi sono soggetti alle medesime forse e quindi al suo interno non sperimenta alcuna variazione di forze. La sensazione è simile a quella di assenza di peso o di galleggiamento in acqua, situazione a cui la rana è perfettamente abituata. Con un solenoide di dimensioni opportune potremmo far lievitare in modo simile anche un corpo umano, grazie al suo diamagnetismo.