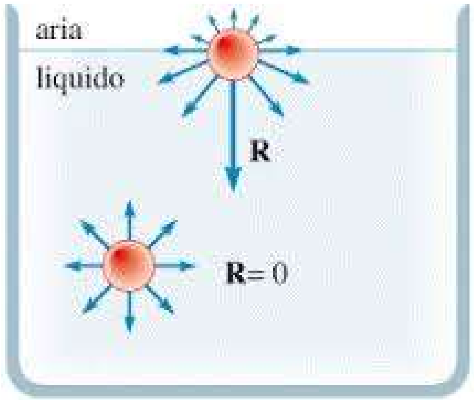
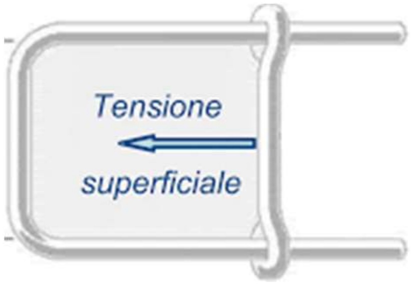
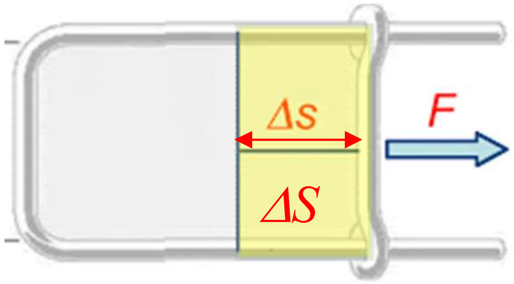
Tensione superficiale

Il liquido minimizza la sua superficie libera di interfaccia a causa delle forze di coesione. Per questo:
→ goccia ha forma sferica
→ bisogna compiere lavoro per stendere una lamina di liquido in un telaietto.







TENSIONE SUPERFICIALE
(forza/unità di lunghezza):

l è la lunghezza del bordo che racchiude l'area ΔS

$$\tau = \frac{F}{l}$$ Spessore di liquido non trascurabile

$$\tau = \frac{F}{2\,l}$$ Spessore di liquido trascurabile

Il lavoro compiuto da F è:

$$L = F \cdot \Delta s = \cdot\ \tau \cdot l \cdot \Delta s = \tau \cdot \Delta S$$

ΔS = variazione della superficie libera
Δs = spostamento del punto di applicazione di F

τ (dyne/cm) dipende dal liquido e dal mezzo all'interfaccia

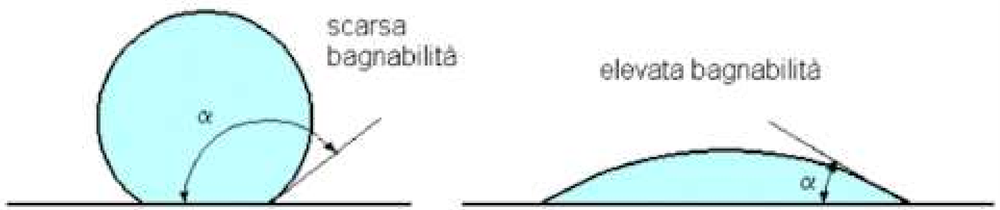
- Mercurio – aria 476
- Acqua – aria 72,5
- Benzene – aria 28,9
- Acqua – olio d'oliva 20,6

$$1\,N = 1\,Kg\,\frac{1\,m}{1\,s^2}$$

$$1\,dyne = 1\,g \cdot \frac{1\,cm}{1\,s^2} = 10^{-5}\,N$$

Forze di adesione – Angolo di contatto

Ci sono liquidi a cui ***piace*** interagire con le pareti (bagnano le pareti, ad esempio acqua su vetro) e liquidi a cui ***non piace*** interagire con le pareti (non bagnano le pareti, ad esempio mercurio su vetro). Queste interazioni sono di tipo elettrostatico e dipendono dalla natura del liquido e della parete.



L'angolo di contatto di un liquido con un solido viene utilizzato come indice di bagnabilità. Per $\alpha < 90°$ il liquido bagna la parete (es: acqua su vetro), per $\alpha > 90°$ il liquido non bagna la parete (es: mercurio su vetro). Se $\alpha = 0°$ si dice che il liquido bagna perfettamente la parete.

Per liquidi che bagnano la parete α **< 90°**
Per liquidi che non bagnano la parete α **> 90°**.
Si tratta di un equilibrio tra forze di coesione nel liquido e forze di adesione liquido – parete.

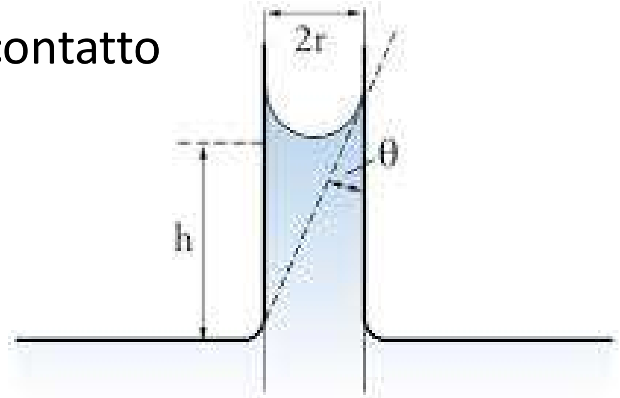
ANGOLI DI CONTATTO in °

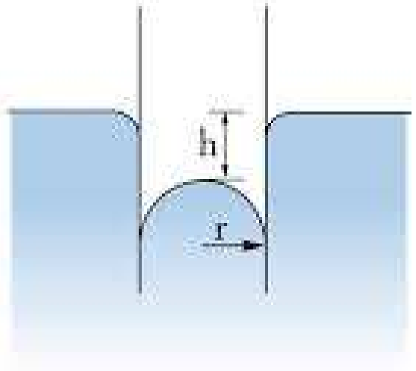
- acqua – vetro 25
- Hg – vetro pulito 148
- acqua – paraffina 107

Capillarità e legge di Jurin

Quandoil condotto ha un raggio molto piccolo.

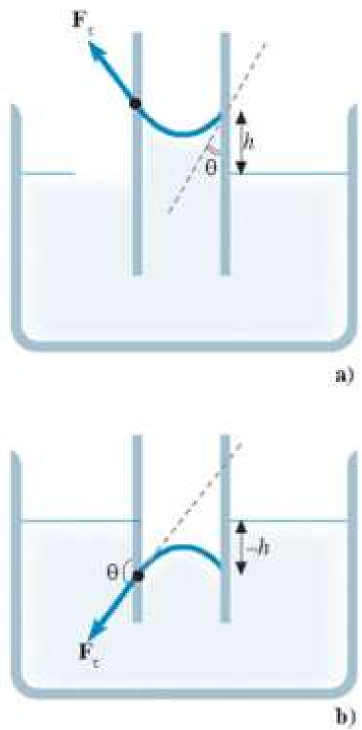
θ = angolo di contatto

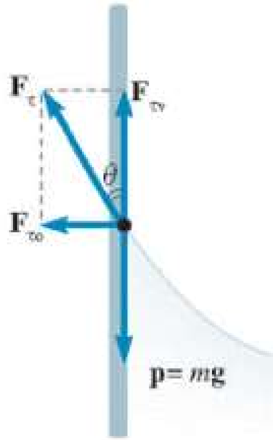




Liquido che bagna la parete
(innalzamento del capillare)

Liquido che non bagna la parete
(depressione capillare)





All’equilibrio la componente verticale della forza d’adesione dovuta alla tensione superficiale equilibra il peso equilibra il peso dell’innalzamento del liquido nel capillare.

$$F_v = F_{r\cos\theta} = m \cdot g = d \cdot \pi r^2 \cdot \Delta h \cdot g$$

r = raggio del capillare

$$\cancel{2}\cancel{\pi}r \cdot \tau \cdot \cos\theta = d\pi \cancel{r}^2 \cdot \Delta h \cdot g$$

LEGGE DI JURIN

$$\boxed{\Delta h = \frac{2 \cdot \tau \cdot \cos\theta}{d \cdot g \cdot r}}$$

$\theta < 90° \rightarrow \Delta h > 0$ **Liquido che bagna la parete**

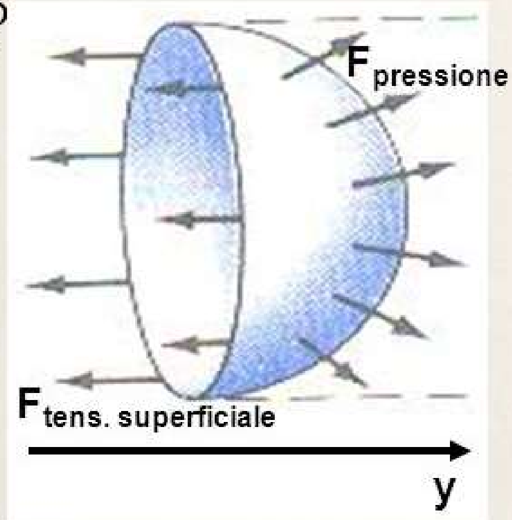
$\theta > 90° \rightarrow \Delta h < 0$ **Liquido che non bagna la parete**

Legge di Laplace

Per effetto della tensione superficiale una goccia tende ad avere una superficie più piccola possibile. Come conseguenza la pressione interna sarà più grande di quella esterna. Consideriamo una goccia.

$$F_{pressione} = A \cdot \Delta P = \pi R^2 \, \Delta P$$

$$F_{tens.\ sup.} = 2 \pi R \, \tau$$



All'equilibrio:

$$F_{pressione} = F_{tens.\ sup}$$

$$\cancel{\pi} R^{\cancel{2}} \, \Delta P = 2 \cancel{\pi} \cancel{R} \, \tau$$

$$P_L = \frac{2\tau}{R}$$ **Legge di Laplace per una goccia sferica**

$$P_L = \frac{4\tau}{R}$$ **Legge di Laplace per una bolla sferica**

$$P_L = \frac{\tau}{R}$$ **Legge di Laplace per un tubo cilindrico**

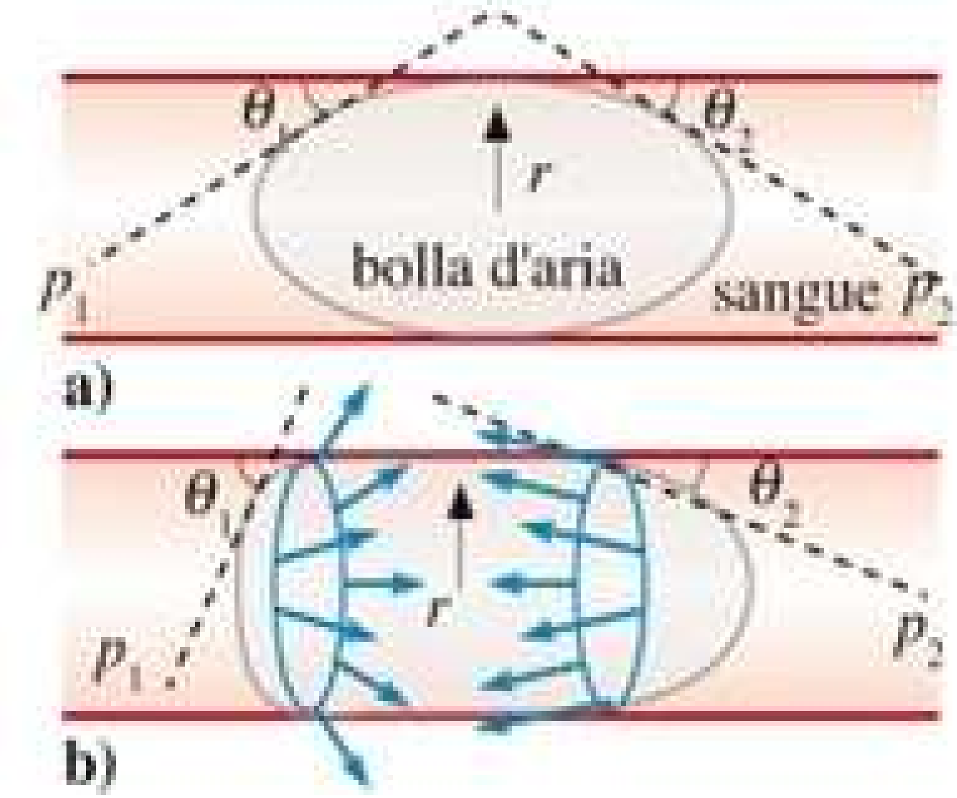
13

Embolia gassosa

In un condotto di piccolo raggio la presenza di una bolla di gas può impedire lo scorrimento del liquido. Ciò può portare fino al blocco del flusso del sangue nel vaso (embolia).

Il fenomeno è spiegato dalla tensione superficiale e dalla legge di Laplace.

Abbiamo 2 menischi di raggi di curvatura diversi. Se la pressione esterna a sx è uguale alla pressione della pressione esterna a dx allora i raggi di curvatura dei due menischi saranno uguali per simmetria e così pure i due angoli di contatto.



$p_1=p_2$, ovvero

$\Delta p=0$, $\theta_1=\theta_2$

In queste condizioni abbiamo un equilibrio, la bolla è ferma.

Se invece $p_1 > p_2$ $\quad \Delta p \neq 0$

La bolla si sposta da sinistra a destra, quindi il menisco di destra diminuisce la sua curvatura e quindi anche θ_2 diminuisce. Si ha quindi $\theta_1>\theta_2$.

Oltre alla pressione esterna p_1 e p_2 dall'interno agiscono sulla bolla le pressioni dovute alla tensione superficiale $p_{1\tau}$ e $p_{2\tau}$. Sul menisco 1 di sinistra:

$$p_{1\tau} = \frac{F_{1\tau}}{\pi r_1^2}$$

$F_{1\tau}$ = forza dovuta a τ

$$p_{1\tau} = \frac{\tau\cos\theta_1 \cdot 2\cancel{\pi}\cancel{r_1}}{\cancel{\pi}\cancel{r_1^2}} = \frac{2\ \tau\cos\theta_1}{r_1}$$

Ne consideriamo la componente lungo l'asse del vaso.

Si ha sul menisco 1:

$$p_1' = p_1 + p_{1\tau} = p_1 + \frac{2\ \tau\cos\theta_1}{r_1}$$

p_1 e $p_{1\tau}$ sono concordi nel senso che riescono a stringere entrambe il menisco e ad appiattirlo.
Analogamente sul menisco 2 a destra si ha:

$$p_2' = p_2 + p_{2\tau} = p_2 + \frac{2\ \tau\cos\theta_2}{r_2}$$

La differenza di pressione tra le due calotte sarà:

$$\Delta p' = p_1' - p_2' = (p_1 - p_2) - 2\tau\left(\frac{\cos\theta_2}{r_2} - \frac{\cos\theta_1}{r_1}\right)$$

Consideriamo $r_1 \approx r_2$ (ma $\theta_1 \neq \theta_2$ in modo significativo, gli angoli cambiano più dei raggi in percentuale perché nella definizione di angolo il raggio è a denominatore…), infatti $\cos\theta = R/r$ dove:

R= raggio del vaso
r = raggio di curvatura del menisco

Allora:

$$\Delta p' \approx \Delta p - \frac{2\tau}{r}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = \Delta p - \Delta p_\tau$$

$$\Delta p_\tau = \frac{2\tau}{r}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) > 0$$

Di conseguenza: $\Delta p' < \Delta p$
In presenza della bolla il Δp che muove il sangue nei vasi è diminuito a causa del Δp_τ dovuto alla tensione di superficie. Il flusso di sangue può essere rallentato o arrestato dall'ingresso di aria nel vaso, in particolare per piccoli vasi (*r* è al denominatore)

Trasporto in regime viscoso

La forza di attrito viscoso, che sente un corpo in moto relativo rispetto ad un fluidi viscoso, è opposta alla velocità relativa.

FORZA DI ATTRITO VISCOSO: (moto di una sferetta che cade in un liquido viscoso)

$$\boxed{\vec{F_A} = -f\,\vec{v}}$$

f = coefficiente di frizione o di attrito

Per una particella sferica di raggio r:

LEGGE DI STOCKES

$$\boxed{\vec{F_A} = -\,6\,\pi r \eta\,\vec{v}}$$

L'equazione del moto è:

$$m\vec{a} = m\vec{g} - m'\vec{g} - 6\,\pi r \eta\,\vec{v}$$

Spinta di Archimede

$$m\,\frac{d^2z}{dt^2} = (m - m')g - 6\,\pi r \eta\,\frac{dz}{dt}$$

Z = asse verticale lungo cui avviene il moto

Velocità di sedimentazione

All'equilibrio $\frac{d^2 z}{d\,t^2} = 0$ (accelerazione nulla) allora:

VELOCITÀ DI SEDIMENTAZIONE, v_s:

$$\frac{dz}{dt} = v_s$$

$$0 = (m - m')g - 6\,\pi r \eta \cdot v_s$$

$$\boxed{v_s = \frac{(m - m')g}{6\,\pi r \eta}}$$

COEFFICIENTE DI MOBILITÀ μ:

$$\boxed{\mu = \frac{1}{f} = \frac{v_s}{F}}$$

Siccome

$$(m - m')g = (d - d')Vg$$

V = volume delle particelle

$$v_s = \frac{(d - d')Vg}{6\,\pi r \eta}$$

Per la **sfera** $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (la **VES**)

$$\boxed{v_s = \frac{(d - d') \cdot \frac{4}{3}\cancel{\pi} r^3 g}{6\cancel{\pi} r \eta} = \frac{2}{9}\frac{r^2 g(d - d')}{\eta}}$$

v_s dipende dalle caratteristiche delle particelle in sospensione, cioè dalle loro dimensioni e densità. *Mediante sedimentazione si possono quindi separare particelle diverse presenti in sospensione o in soluzione. Per particelle molto lente, molto piccole si usa la centrifugazione.*

Velocità di sedimentazione degli eritrociti

La misura di v_s libera degli eritrociti nel sangue (VES) fornisce un'utile indicazione diagnostica. Per un eritrocita:

r = 3,5 μm
d = 1,0995 g/cm^3
***d'* (plasma)** = 1,0265 g/cm^3
***η* (sangue)** = 0,01 poise

Esprimendo tutto nel cgs si ha:

$v_s = 1,95 \cdot 10^{-4}$ cm/s = 7 mm/h

Fornisce un ordine di grandezza di v_s (nel caso di particelle sferiche ovvero di approssimazione quasi sferica del globulo rosso).

Normalmente v_s < 7 mm/h (soggetto normale). Quando v_s > 10-12 mm/h può significare che la forma aggregata di eritrociti è alterata o che la composizione del plasma è modificata a causa, ad esempio, di uno stato tossico o infettivo.