Velocità di sedimentazione degli eritrociti

La misura di v_s libera degli eritrociti nel sangue (VES) fornisce un'utile indicazione diagnostica. Per un eritrocita:

r = 3,5 μm
d = 1,0995 g/cm^3
***d'* (plasma)** = 1,0265 g/cm^3
***η* (sangue)** = 0,01 poise

Esprimendo tutto nel cgs si ha:

$v_s = 1,95 \cdot 10^{-4}$ cm/s = 7 mm/h

Fornisce un ordine di grandezza di v_s (nel caso di particelle sferiche ovvero di approssimazione quasi sferica del globulo rosso).

Normalmente v_s < 7 mm/h (soggetto normale). Quando v_s > 10-12 mm/h può significare che la forma aggregata di eritrociti è alterata o che la composizione del plasma è modificata a causa, ad esempio, di uno stato tossico o infettivo.

Centrifugazione

E' un concetto simile alla sedimentazione nell'applicazione pratica, ma rende molto più rapida la sedimentazione e la filtrazione di specie diverse.
Su di una particella in una centrifuga agisce una forza centrifuga orizzontale data da

FORZA CENTRIFUGA ORIZZONTALE:

$$\boxed{F = m\,\omega^2\,r_0 - m'\omega^2 r_0}$$

m = massa delle particelle
m' = massa di liquido spostato dalla particella (analoga alla spinta di Archimede)

Si ha in analogia al caso del peso:

$$v_s = \frac{\omega^2 r_0 (m - m')}{f} = \frac{\omega^2 r_0 (d - d')V}{f}$$

Per particelle di **FORMA SFERICA**:

$$\boxed{v_s = \frac{\omega^2 r_0 V\,(d - d')}{6\,\pi r \eta} = \frac{2}{9}\,\frac{\omega^2 r_0 r^2\,(d - d')}{\eta}}$$

$\mathbf{r_0}$ = distanza della particella dall'asse di rotazione
r = raggio della particella
ω = velocità angolare di rotazione

NOTA: Se d > d' la centrifugazione causa allontanamento delle particelle dal rotore. Se d < d' la particella è spinta nel verso opposto.

Velocità di sedimentazione in una centrifuga

Per f si ha **RELAZIONE DI EINSTEIN – STOKES:**

$$\boxed{f = \frac{R\,T}{N_0 D} = \frac{K\,T}{D}}$$

N_0 = numero di Avogadro
K = R/ N_0 = **costante di Boltzmann**

Quindi

$$v_s = \frac{\omega^2 r_0\, V\,(d - d')N_0\, D}{R\,T}$$

D = coefficiente di diffusione in cm^2/s

COEFFICIENTE DI SEDIMENTAZIONE:
Un parametro indipendente dai parametri della macchina centrifuga, ω e r_0 è:

$$\boxed{S = \frac{v_s}{\omega^2 r_0} = \frac{V\,(d - d')}{f}}$$

S dipende dalle proprietà delle particelle e del liquido in cui la particella è sospesa e si misura in sec. o in Svedberg (1S = 10^{-13} s).

COEFFICIENTI DI SEDIMENTAZIONE (20°)

- Mioglobina 2,0 S
- Bacillo tubercolosi 3,3 S
- Albumina (siero umano) 4,6 S
- β_1 globulina (umana) 74 S
- virus influenzale 700 S

Qualche esercizio dal Bajardi-Altucci-Capozziello

FLUIDI

3. **In un tubo a forma di U vengono inseriti acqua e olio, come in figura. La distanza tra l'interfaccia olio-acqua e la superficie libera dell'olio è $d = 10cm$. Sapendo che la densità dell'olio è circa $900Kg/m^3$, calcolare la distanza tra la superficie libera dell'acqua e quella dell'olio.**

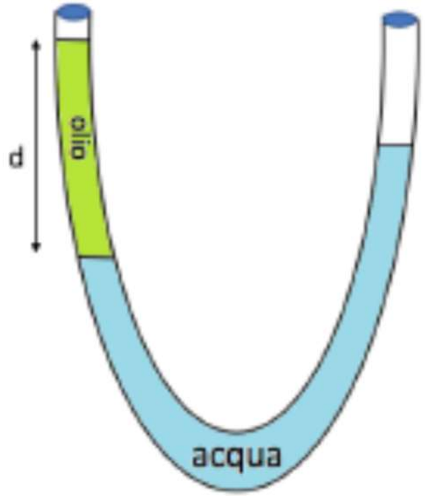


Figura 2.2

Applichiamo il principio di Pascal e imponiamo che in due punti allineati dello stesso liquido vi sia la medesima pressione. Scegliamo come punto l'interfaccia tra acqua e olio a sinistra, e il corrispondente punto allineato a destra. In tal modo possiamo calcolare l'altezza dell'acqua a destra, rispetto all'interfaccia tra acqua e olio:

$$\rho_O g d = \rho_A g h \quad (2.35)$$

da cui

$$h = \frac{\rho_O}{\rho_A} d \quad (2.36)$$

La distanza tra la superficie libera dell'acqua e quella dell'olio sarà quindi

$$H = d - h = d\left(1 - \frac{\rho_O}{\rho_A}\right) = 1cm \quad (2.37)$$

Qualche esercizio dal Bajardi-Altucci-Capozziello

FLUIDI

6. **Una sfera di argilla (densità $\rho_A = 2200 Kg/m^3$), sta affondando in acqua a velocità costante pari a $v = 17 m/s$. Sapendo che la viscosità dell'acqua è pari a $8.9 \cdot 10^{-4} pa \cdot s$, calcolare il raggio della sfera.**

In questo caso bisogna porre la risultante delle forze pari a zero, dato che la sfera affonda a velocità costante:

$$F_P - F_A - F_{Att} = 0 \qquad (2.44)$$

da cui

$$mg - \rho_L V g - 6\pi\eta r v = 0 \qquad (2.45)$$

Esplicitando la massa e il volume della sfera si ha

$$(\rho_A - \rho_L)\frac{4}{3}\pi r^3 g - 6\pi\eta r v = 0 \qquad (2.46)$$

quindi, isolando il raggio si ottiene

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho_A - \rho_L)}} \qquad (2.47)$$

Qualche esercizio dal Bajardi-Altucci-Capozziello

FLUIDI

9. **Quando, a livello del mare, la pressione all'interno di una bolla è $1.3\,atm$, il suo raggio è 2 mm. A parità di pressione interna, quanto vale il raggio della bolla sopra una montagna alta 2000 m? Si assuma che la densità dell'aria sia** $1.23Kg/m^3$

La prima parte del problema suggerisce che quando la pressione esterna è 1 atm e quella interna 1.3 atm, si forma una bolla di raggio $2mm$. Tramite la relazione (2.25), possiamo quindi trovare la tensione superficiale:

$$p_{int} - p_{ext} = \frac{4\tau}{R} \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{R\Delta p}{4} = \frac{0.3 \cdot 101300 \cdot 0.002}{4} \sim 15.2N/m \tag{2.55}$$

Calcoliamo la diminuzione della pressione esterna causata dalla variazione di altezza, tramite la legge di Stevino:

$$p_0 - p_h = \rho g h = 1.23 \cdot 9.8 \cdot 2000 = 24109pa \tag{2.56}$$

La nuova pressione esterna sarà quindi

$$p_{ext} = p_0 - \rho g h = 77192pa \tag{2.57}$$

Applicando nuovamente l'equazione (2.25), possiamo trovare il nuovo raggio r:

$$(p_{int} - p_{ext}) = \frac{4\tau}{r} \tag{2.58}$$

da cui

$$r = \frac{4\tau}{p_{int} - p_{ext}} \sim 1.11mm \tag{2.59}$$

Qualche esercizio dal Bajardi-Altucci-Capozziello

FLUIDI

1. **Durante il volo di un aeroplano, l'aria passante sotto le ali ha una velocità minore di quella passante sopra. Si consideri un aereo le cui ali abbiamo un'area di 12 m^2 ciascuna. Le velocità al di sopra e al di sotto delle ali valgono rispettivamente $200m/s$ e $250m/s$. Sapendo che la densità dell'aria è pari a $\rho = 1.23Kg/m^3$ e supponendo che la differenza di velocità tra la parte superiore dell'ala e quella inferiore sia l'unico responsabile del volo dell'aereo, calcolare la massa dell'aeroplano.**

La differenza di velocità genera una differenza di pressione tra il sotto dell'aereo e il sopra che può essere calcolata tramite la legge di Bernoulli

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = 1.384 \cdot 10^4 pa \qquad (2.168)$$

Tale differenza di pressione è l'unico responsabile per il volo dell'aereo, in quanto non sussistono altre forze che si oppongono alla forza peso. Il bilancio di forze, dunque, sarà

$$F_{Peso} - F_{Press} = 0 \qquad (2.169)$$

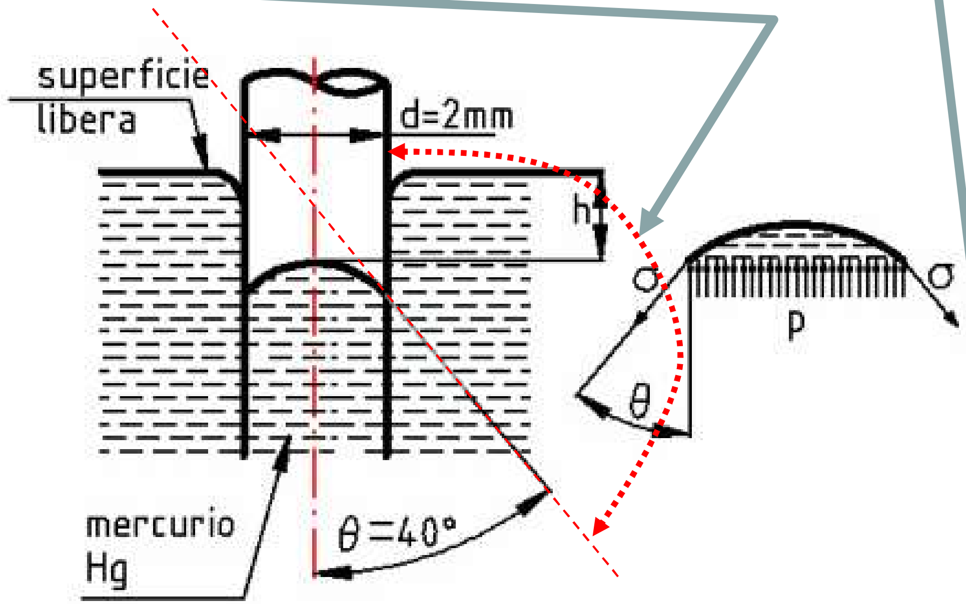
dato che l'aereo è fermo lungo l'asse verticale. Esplicitando i termini e scrivendo la forza di pressione come $F_{Press} = 2S\Delta p$, si ha

$$m = \frac{2S\Delta p}{g} =\sim 3.39 \cdot 10^4 Kg \qquad (2.170)$$

Qualche esercizio

FLUIDI ***Osservando la figura determinare la depressione h di Hg nel tubo capillare.***

Angolo di contatto = 180° - θ



Nota bene:

1. **il fattore 4 è dovuto al fatto che a denominatore della legge di Jurin compare il diametro *d* e non il raggio *r*. La legge è sempre la stessa.**
2. **L'angolo di contatto per Hg è sempre > di 90° (liquido che non bagna la parte). Infatti, in questo caso è 180° - 40° = 140°. Ricordare che cos(θ) = -cos(180°-θ), l'altezza di 6.43 mm sarà quindi «negativa» (una depressione), ossia un dislivello al di sotto del livello del liquido nel recipiente.**

$$\sigma \cdot \pi d \cdot \cos\theta = \rho g h \frac{\pi d^2}{4} \Longrightarrow h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\rho g d} = 6.43\,\mathrm{mm}$$