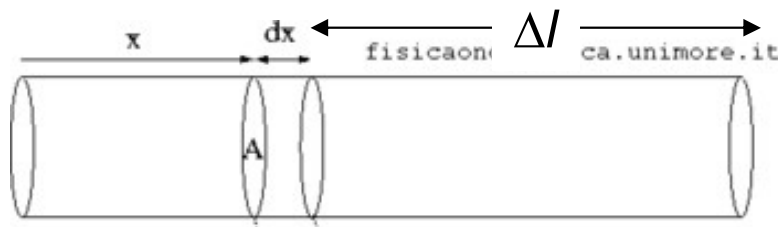


# Generazione e propagazione del suono (onde nei gas)

Il suono è costituito da un'alternanza di strati densi e rarefatti di aria, quindi da una modulazione di pressione, che si propaga. Mentre l'onda si propaga le singole particelle non abbandonano la loro posizione ma oscillano intorno ad essa, pertanto non c'è spostamento macroscopico di massa associato all'onda sonora .



$P_0$  = pressione atmosferica

$$\Delta P (t) = \Delta P_0 \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (1)$$

$\Delta P_0$  = ampiezza della perturbazione pressoria

**Troviamo la relazione tra l'intensità e la pressione sonora**

$$F_{TOT} = \Delta P \cdot S = m \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

$u$  = velocità con cui si muove lo stantuffo

$m$  = massa d'aria su cui agisce  $F_{TOT}$

$$m = d \cdot V = d \cdot \Delta l \cdot S$$

$$\Delta P \cdot S = u \cdot d \cdot \left(\frac{\Delta l}{\Delta t}\right) S = u \cdot d \cdot v \cdot S \quad (2)$$

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad v = \text{velocità dell'onda di pressione nel gas}$$

Supponiamo che lo spostamento dello stantuffo sia di tipo oscillante, con ampiezza massima  $A$ . La velocità  $u$  varia nel tempo e ha andamento del tipo

$$u(t) = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (3)$$

# Velocità di propagazione del suono nei gas

Da (1), (2) e (3) ricaviamo che il massimo della pressione nell'onda sonora è:

$$\Delta P_0 = A \omega_0 v \cdot d$$

La trasformazione della massa d'aria è così veloce da considerarsi **adiabatica** (non c'è tempo per lo scambio di calore). Quindi, per un'adiabatica di un gas perfetto:

$$\frac{\Delta P_0}{P} \approx -\gamma \frac{\Delta V}{V} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\frac{A \omega_0 v d}{P} = -\gamma \frac{\Delta V}{V} = \gamma \frac{\Delta x \cdot S}{\Delta l \cdot S} = \gamma \frac{\Delta x}{\Delta l}$$

$$u_{max} v d = \gamma P \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta l} = \gamma P \frac{u_{max}}{v} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}} = \sqrt{\frac{\gamma P V}{d V}}$$

Dall'equazione di stato:

$$PV = NRT = nN_0 kT$$

Inoltre  $V \cdot d = n N_0 \cdot m$  costituisce la massa del gas contenuto da  $N = n N_0$  molecole di massa  $m$ . Quindi dato  $M =$  peso molare del gas contenuto, dato da  $M = m \cdot N_0$ , si ha:

$$\sqrt{\frac{\gamma K_B T}{m}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

velocità delle onde longitudinali nei gas

e ricordando che  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_{rms}^2 = \frac{3}{2} k_B T$  si ha:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{1}{3} \gamma v_{rms}^2}$$

# Velocità di propagazione del suono in liquidi

Nei liquidi si definisce modulo di compressibilità,  $K$  (si misura in Pa), l'aumento di densità indotto da un'assegnata compressione:

$$K = d \cdot \left( \frac{\Delta p}{\Delta d} \right)$$

Con un semplice modello, simile a quello sviluppato per i gas, si trova per la velocità di propagazione del suono e delle onde meccaniche in generale:

$$v = \sqrt{\frac{K}{d}}$$

Nel seguito la velocità del suono in alcuni mezzi in condizioni standard:

Sostanza	v (m/s)
Aria	344
Anidride Carbonica	259
Alcool Etilico	1207
Acqua	1498
Ferro	5120
Vetro	5170

Come per tutte le onde:

$$v = \nu \cdot \lambda$$

Intervallo di frequenza udibile dall'orecchio:

**INFRASUONI** < 20: 20000 Hz < **ULTRASUONI**

**LUNGHEZZE D'ONDA:** 1,72 cm : 17,2 m

# Velocità del suono lungo una corda e nei solidi

---

E' facile vedere dalle equazioni meccaniche del moto che la velocità di propagazione di un'oscillazione lungo una corda è:

$$v = \sqrt{\frac{T}{d}}$$

$T$  è la tensione

$d$  è la densità del mezzo di cui è fatta la corda

Nei solidi la velocità di propagazione può essere trovata per mezzo del modulo di Young,  $E$ :

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

Dove  $\ell$  ed  $S$  rappresentano rispettivamente lunghezza e superficie del solido in esame. Si trova in modo analogo:

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}$$

# Interferenza

Se due onde hanno la stessa frequenza e oscillano in fase, si dicono coerenti e possono interferire.

Per le onde piane la fase è:

$$2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \phi \quad \text{ONDA 1}$$

$$2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x + \Delta x}{\lambda} \right) + \phi \quad \text{ONDA 2}$$

C'è una differenza di fase data da  $\frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi = \Delta\phi$

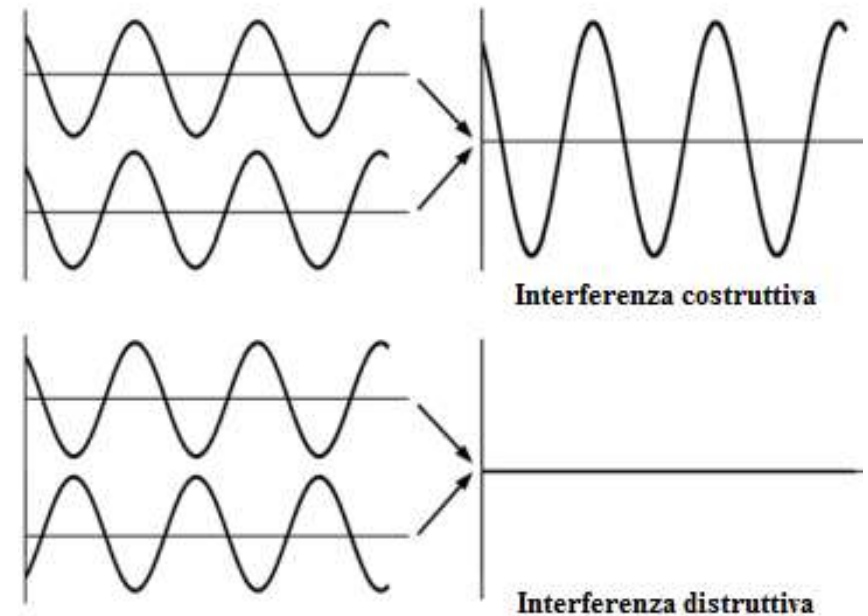
Se  $\Delta\phi = 2N \cdot \pi$   $N = 0, 1, 2, \dots$  (multipli pari di  $\pi$ )

**INTERFERENZA COSTRUTTIVA**

Se  $\Delta\phi = (2N + 1) \pi$   $N = 0, 1, 2, \dots$  (multipli dispari di  $\pi$ ) **INTERFERENZA DISTRUTTIVA**

**COSTRUTTIVA**  $2\pi N = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \rightarrow \Delta x = N \lambda$  un numero intero di lunghezze d'onda  
ovvero un numero pari di semilunghezze d'onda

**DISTRUTTIVA**  $(2N + 1)\pi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \rightarrow \Delta x = N \lambda + \frac{\lambda}{2}$  un numero dispari di semilunghezze d'onda



Interferenza delle onde che viaggiano

# Onde stazionarie

Sommiamo due onde di ugual frequenza ma che viaggiano in senso opposto:

$$S_1 = A \sin \left[ 2\pi \left( -\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right] \quad e \quad S_2 = A \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

Siccome

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \left( \frac{p+q}{2} \right) \cos \left( \frac{p-q}{2} \right)$$

$$S_1 + S_2 = 2A \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} \right) \sin \left( 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

È un'onda che non viaggia. È del tipo:  $S = f(t) \cdot g(x)$

Si accende negli stessi istanti di tempo in tutti i punti dello spazio.

Le onde stazionarie in una corda di lunghezza finita (strumenti musicali, chitarra) hanno lunghezze d'onda definite e quantizzate. Così pure le lunghezze d'onda di onde stazionarie che si generano in strumenti a fiato.

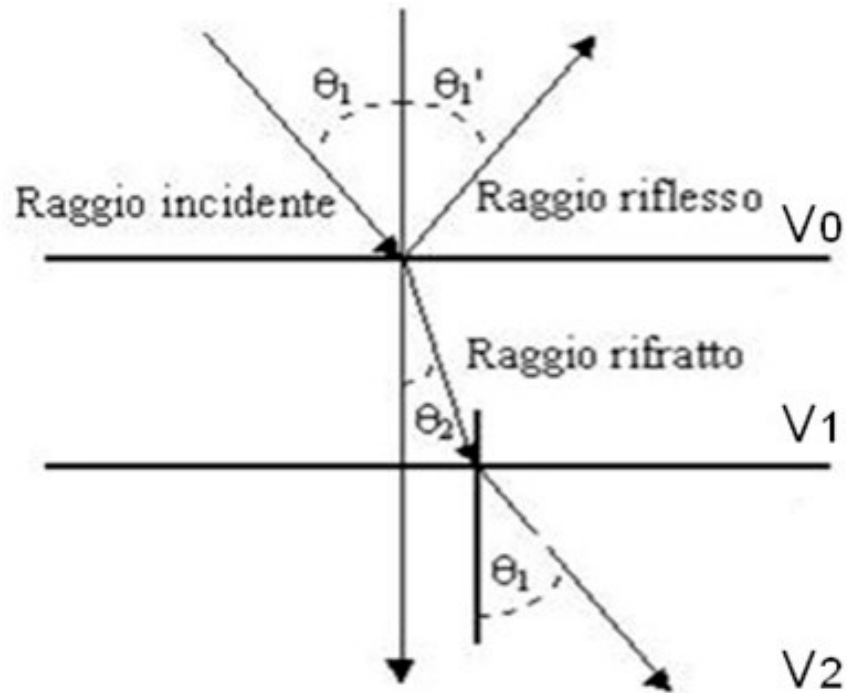
**CORDE**  $L(\text{lunghezza corda}) = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}$   $n = 1, 2, 3, 4$  l'onda deve annullarsi agli

estremi della corda  $2\pi \frac{L}{\lambda_n} = 2n \cdot \frac{\pi}{2}$

**STRUMENTI A FIATO**  $L(\text{lunghezza strumento}) = n \cdot \frac{\lambda_n}{4}$   $n = 1, 3, 5, 7$

*Il modello di Bohr per la quantizzazione della lunghezza d'onda degli elettroni per gli orbitali (stati stazionari) è simile.*

# Riflessione e Rifrazione



## RIFLESSIONE

1. Raggio incidente, normale e raggio riflesso nello stesso piano
2.  $\theta_1 = \theta_1'$

## RIFRAZIONE

1. Raggio incidente, normale e raggio rifratto nello stesso piano
2.  $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}$  legge di Snell

$v_1, v_2$ , velocità di propagazione dell'onda nel mezzo 1 e nel mezzo 2 rispettivamente.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

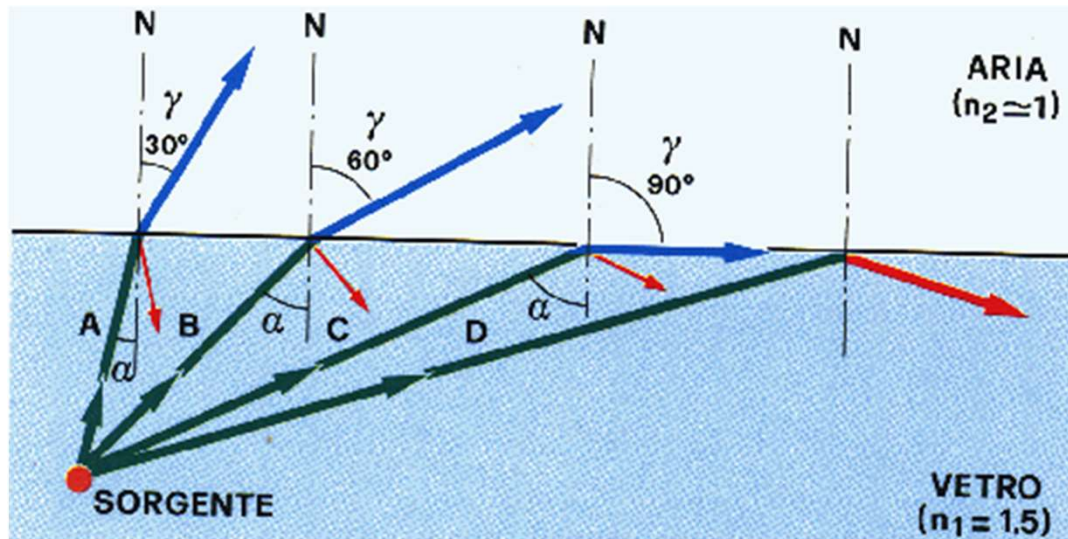
# Indice di rifrazione – angolo limite

Per le onde luminose  $n$ , **INDICE DI RIFRAZIONE** è definito da:

$$n = \frac{c}{v}$$

$c$  = velocità di propagazione della luce nel vuoto  
 $v$  = velocità di propagazione della luce nel mezzo

L'indice di rifrazione dipende dalla natura del mezzo e dalla frequenza dell'onda



## ANGOLO LIMITE / RIFLESSIONE TOTALE

Ha luogo quando si passa da un mezzo più rifrangente (con indice di rifrazione più alto) ad uno meno rifrangente (con indice di rifrazione più basso).

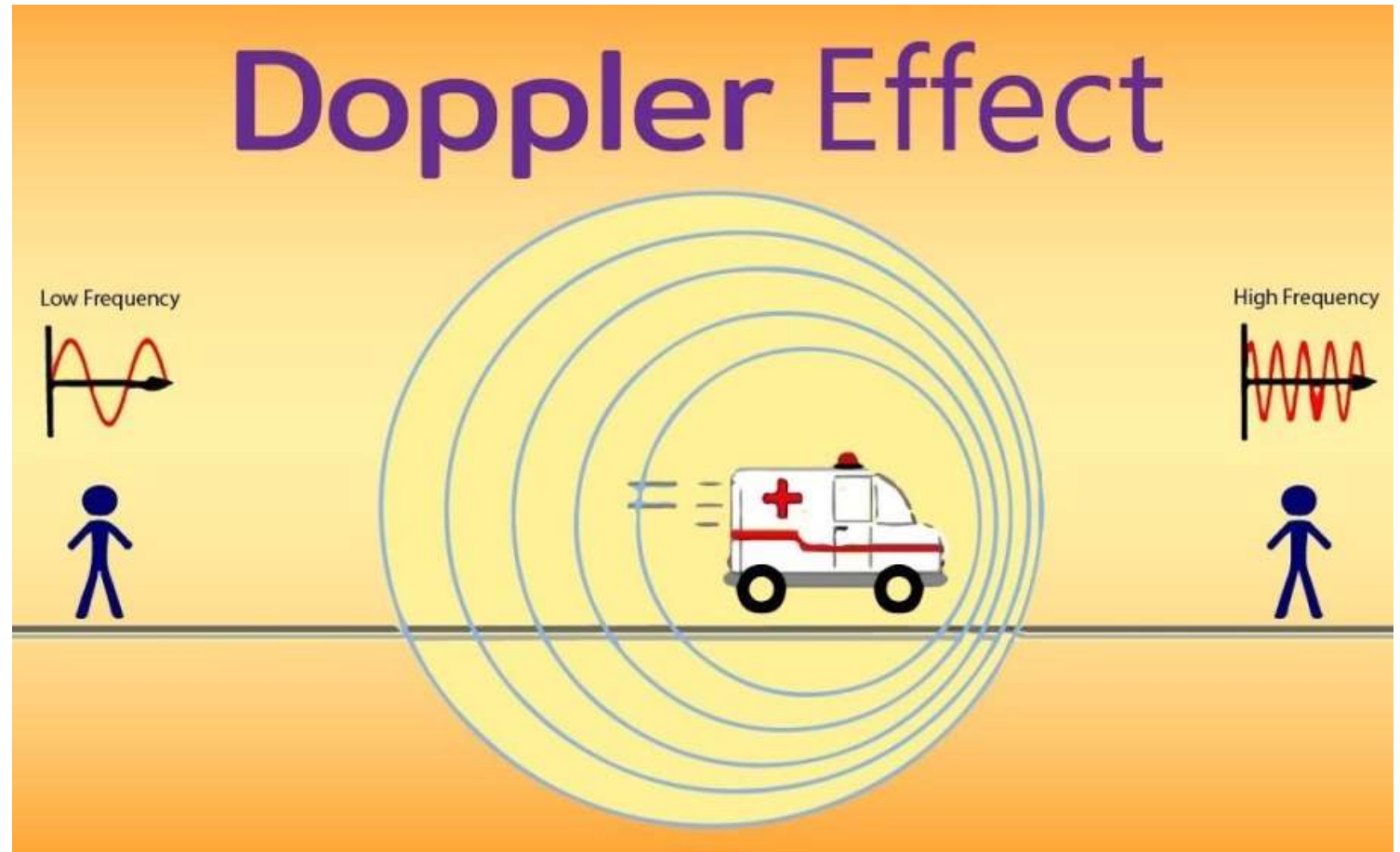
Quando  $\theta_2 = \pi/2$ ,  $\sin \theta_2 = 1$   
 $\theta_1 = \theta_{lim}$  in quel caso

$$* n_1 \sin \theta_{lim} = n_2$$

$$\theta_{lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

# Effetto Doppler

La frequenza di un'onda misurata da un osservatore dipende dalla velocità dell'osservatore rispetto alla sorgente dell'onda.



Frequenza della sorgente ferma sia  $\nu_0$ . Sia  $U_s$  la velocità della sorgente rispetto all'osservatore.

In un tempo  $t$  la sorgente genera  $N$  onde con  $N = \nu_0 \cdot t$  mentre percorre un tratto di spazio  $U_s \cdot t$  verso l'osservatore. I fronti di queste onde sono compresi all'interno dello spazio  $(v - U_s) \cdot t$  dove  $v$  è la velocità di propagazione delle onde. La lunghezza d'onda è allora:

$$\lambda' = \frac{(v - U_s) \cdot t}{N} = \frac{(v - U_s) \cdot t}{v_0 \cdot t} = \frac{v - U_s}{v_0}$$

Per una situazione statica (sorgente e osservatori fermi) si ha:

$$\lambda_0 = \frac{v}{v_0}$$

La frequenza davanti all'osservatore è:

$$v' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{v - U_s} \cdot v_0$$

Analogamente per un osservatore posto dietro alla sorgente si ha:

$$\lambda' = \frac{v + U_s}{v_0}; \quad v' = \frac{v}{v + U_s} \cdot v_0$$

Quando la sorgente è ferma e l'osservatore in moto con velocità  $U_r$  si ha:

$$v' = \frac{v \pm U_r}{v} \cdot v_0$$

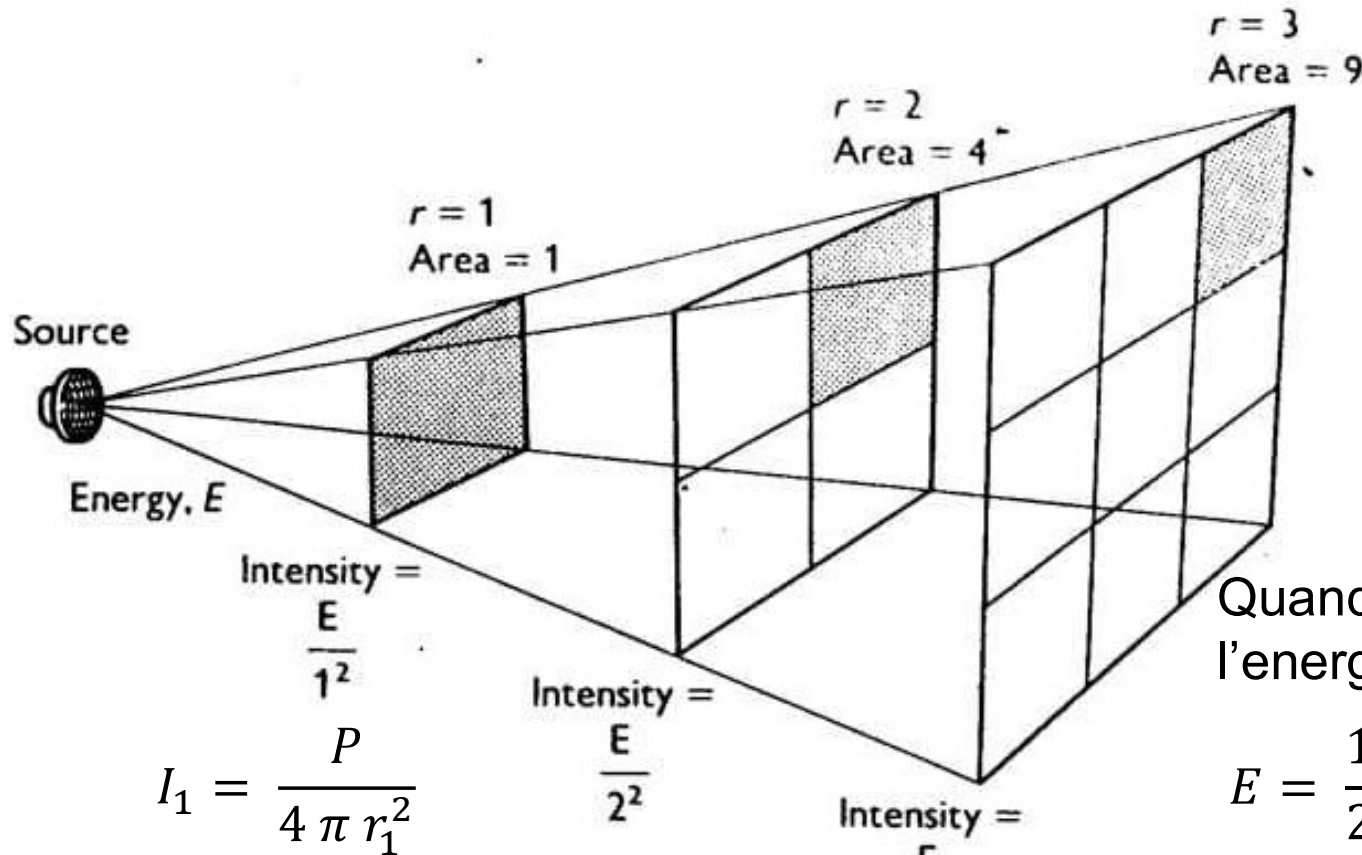
Quando rispetto al sistema di riferimento si muovono entrambi si ha:

$$v' = \frac{v \pm U_r}{v \mp U_s} \cdot v_0 \quad \text{che è la formula più generale}$$

**ECO DOPPLER:** come si propagano le frequenze dei liquidi nel corpo. Da qui si ricava la velocità del sangue nei vasi e informazioni sui vasi stessi

# Intensità sonora

L'intensità è definita come potenza/(area unitaria) e si misura nel SI in  $\text{w/m}^2$



In generale si ha

$$I = \frac{P}{4 \pi r^2} = I(r)$$

Quindi:

$$I = \frac{E}{\Delta t} \cdot \frac{1}{S}$$

Quando l'energia è tutta potenziale l'energia del moto vibratorio si scrive:

$$E = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2$$

$m$  = massa di mezzo che vibra nel portare il suono.

$$E = \frac{1}{2} \omega_0^2 A^2 V d = E = \frac{1}{2} \omega_0^2 A^2 S v \Delta t d$$

Per l'intensità vale una relazione che la lega al  $\Delta P_0$ .

$$I = \frac{E}{S \Delta t} = \frac{1}{2} v d \omega_0^2 A^2 = \frac{\Delta P_0^2}{2 v d} \rightarrow \Delta P_0 = \sqrt{2 I v d}$$

# La voce umana

---

Lo spettro prodotto dalla voce umana è uniforme fino a circa 3000 Hz. La cavità orale umana, che è complessa, si schematizza così: un tubo lungo 0,17 m aperto all'altezza della bocca e chiuso all'altezza delle corde vocali.

Le frequenze di risonanza (le note nel canto) sono date da:

$$f = \frac{(2n-1)v}{4\Delta l} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

dove

$f$  = frequenza di risonanza

$\Delta l$  = lunghezza del tubo (cavo faringe-laringe) = 0,17 m

$v$  = 343 m/s (in aria)

Per  $n=1$  (fondamentale)  $f(n=1) = 500$  Hz

Poi  $f(n=2) \cong 1500$  Hz

$f(n=3) \cong 2500$  Hz

L'intervallo principale è 300-3000 Hz.

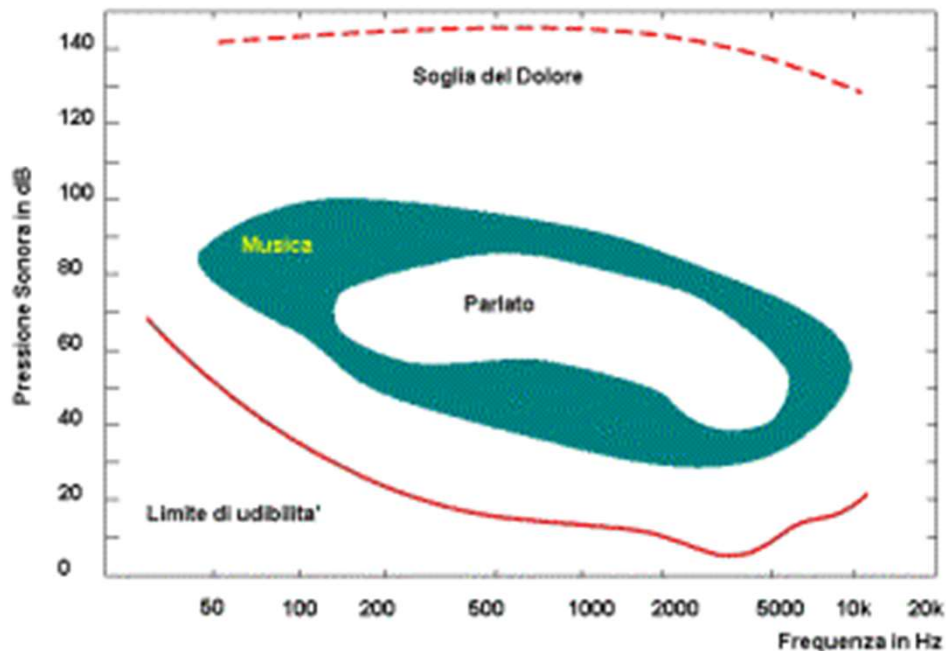
# Sistema uditivo

L'orecchio umano è un naturale rivelatore di onde sonore. Rivela senza distorcere da intensità di  $10^{-12}$  W/m<sup>2</sup> fino a 1 W/m<sup>2</sup>. Sono definite due caratteristiche principali:

**1. SOGLIA DI UDIBILITÀ:** rappresenta la minima intensità udibile ad una data frequenza

**2. SOGLIA DI DOLORE:** rappresenta l'intensità per la quale, ad una data frequenza gli ossicini vibrano così tanto da colpire la parte dell'orecchio medio. Si prova allora solletico o prurito o dolore.

L'intervallo di intensità rivelabile è compreso tra queste due curve (zona in figura tra curva tratteggiata e curva continua).



Il timpano si comporta come una membrana dalla tensione variabile a seconda dell'intensità.

# Livello d'intensità sonora: il decibel

Il livello dell'intensità è una misura relativa dell'intensità sonora. Esso si misura in decibel (dB) ed è definito come:

$$l \text{ (dB)} = 10 \text{ Log} \frac{I}{I_0}$$

dove

$I$  = intensità del suono in  $\text{W/m}^2$

$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  (l'intensità minima udibile per definizione/convenzione)

Log = logaritmo in base 10

A 1000 Hz l'intervallo udibile dell'orecchio umano va da circa 0 dB a ~ 120-130 dB.

## Intensità in dB di alcune sorgenti sonore

Martello pneumatico a 1 m	110
Tromba	75
Traffico stradale	70
Conversazione a 1 m	60
Radio a basso volume	40
Bisbiglio a 1 m	20
Respiro	10
Soglia dell'udito	0

# Proprietà soggettive del suono

---

## *VOLUME, TONO, TIMBRO*

**VOLUME:** definito in termini di intensità o intensità relativa e misurato in dB.

**TONO:** frequenza o gruppo di frequenze dominanti nell'onda acustica che è una sovrapposizione di più onde sinusoidali monocromatiche. Ci permette di distinguere suoni alti e acuti da suoni bassi e gravi.

**TIMBRO:** è determinato dalla forma del periodo dell'onda acustica e, quindi, in definitiva, dalle frequenze aggiuntive alla portante che è invece il tono.

*Nella musica il volume corrisponde a quanto sia forte il suono, il tono corrisponde alla nota, il timbro corrisponde, a parità di nota, al suono emesso ad esempio da diversi strumenti.*

# Applicazioni mediche dell'acustica

---

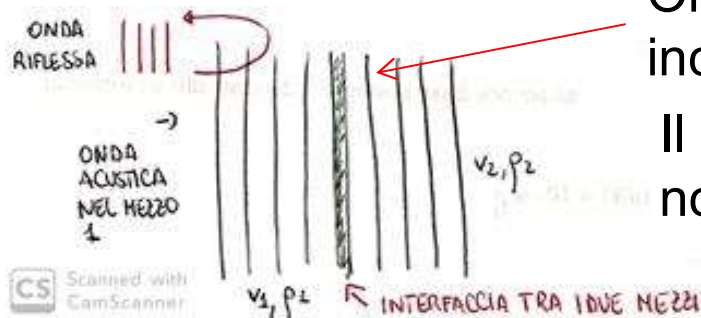
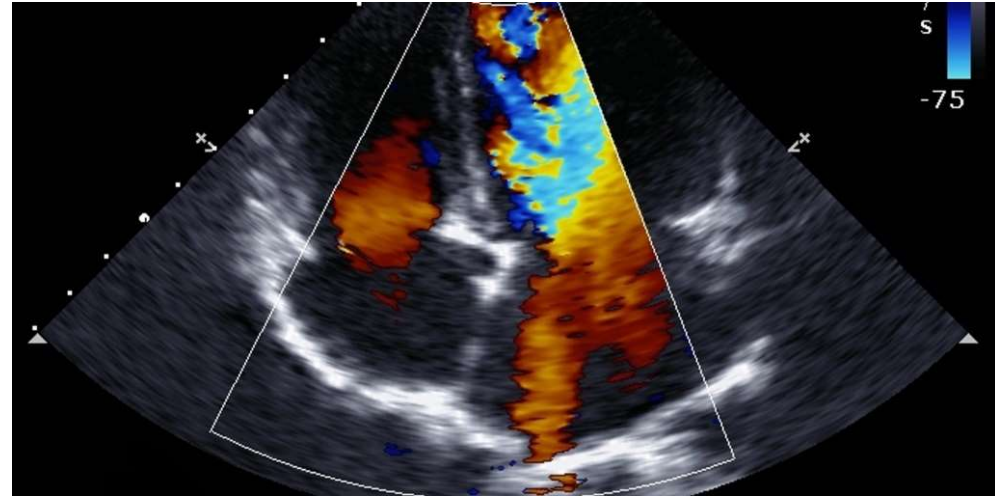
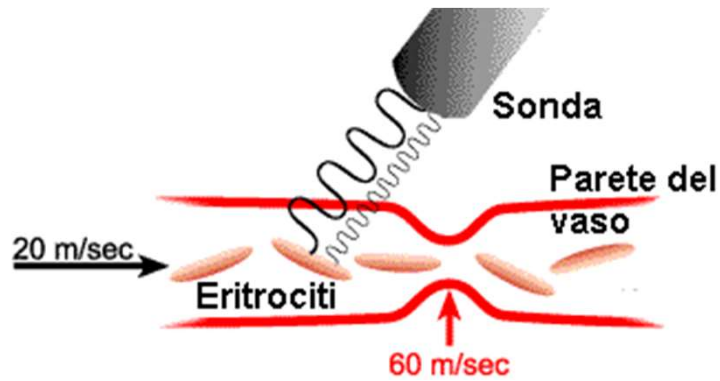
**EFFETTO DOPPLER:** L'effetto Doppler viene utilizzato per studiare il flusso sanguigno in un'arteria o nel cuore stesso.

**ULTRASUONI:** Hanno frequenze superiori a 20000 Hz. Possono arrivare fino alla  $10^9$  Hz. Vengono utilizzati come mezzo diagnostico, terapeutico, chirurgico.

## - DIAGNOSTICA -

Servono soprattutto in azione combinata per imaging (ecografie). Cristalli piezoelettrici costituiscono una sonda che genera impulsi ultrasonici, i quali sono parzialmente riflessi dal bersaglio. Nel tempo tra un impulso e il successivo la sonda agisce come rivelatore dell'onda riflessa o *eco*. Gli ultrasuoni che si propagano nel corpo vengono in parte assorbiti, quindi si usano intensità non maggiori di  $10^4$  W/m<sup>2</sup> per evitare danneggiamento. Gli ultrasuoni sono molto utili perché vengono riflessi anche da interfacce tra mezzi con la stessa densità e possono essere utilizzati anche quando i raggi X produrrebbero danni. Ad esempio, citiamo l'ecografia per visualizzare il feto nel grembo materno.

# Eco-Doppler



Onda acustica trasmessa dal mezzo 1 nel mezzo 2 ad incidenza perpendicolare.

Il rapporto tra onda riflessa e incidente ad incidenza normale è:

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{(v_1 d_1 - v_2 d_2)^2}{(v_1 d_1 + v_2 d_2)^2}$$

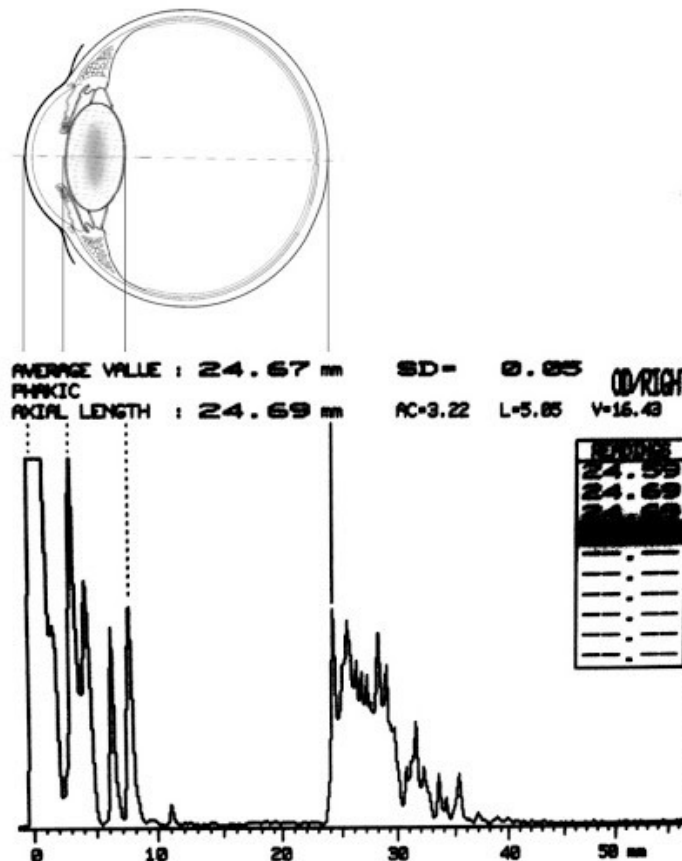
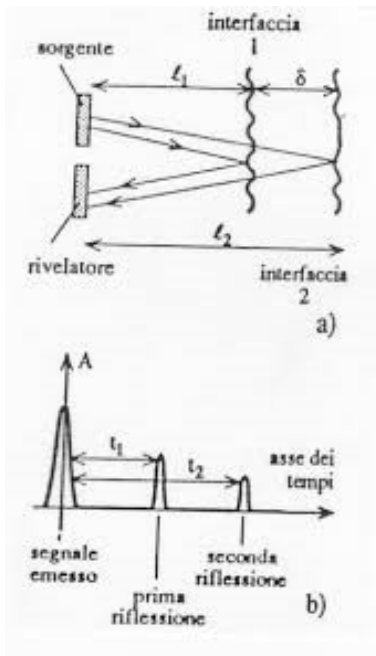
$V_{\text{mezzo}}$  = impedenza acustica del mezzo e si misura in  $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$  (analogo all'indice di rifrazione nell'ottica).

Quando le densità sono simili,  $d_1 \approx d_2$ , la **riflessione si minimizza**. Se, invece,  $d_1$  è molto diversa da  $d_2$  (separazione aria/ tessuto) la **riflessione ha grande intensità**. Si utilizza un gel in grado di migliorare la trasmissione tra sorgente di ultrasuoni e il tessuto.

# Principio dell'eco-impulso: modi A-scan e B-scan

Un impulso ultrasonico breve incide sul bersaglio, viene riflesso parzialmente, **eco**, e l'onda riflessa viene rivelata ad un certo istante **dopo** quella incidente. Dalla conoscenza della velocità di propagazione dei suoni nei tessuti (circa 1540 m/s) si ritrova la distanza bersaglio/sorgente.

Ad esempio si misura così il *diametro biparietale delle ossa del cranio di un feto che è un'indicazione molto utile nella diagnosi prenatale.*



Esempio di A-scan

# B-scan

Nel modo **B-scan** molti fasci di ultrasuoni impulsati sono diretti in varie direzioni. Ciascun fascio registra su uno schermo la posizione delle interfacce incontrate come un punto luminoso. Tutto questo avviene per molti fasci contemporaneamente a formare un'immagine del profilo dell'interfaccia anatomica (~ 240 diverse sorgenti contemporanee) che viene aggiornata 30 volte al secondo. *Si monitora così anche il movimento.* Misurando anche la frequenza shiftata dell'onda riflessa se ne misura la sua velocità rispetto alla sorgente (eco-Doppler). Si riporta questa informazione con colori diversi nell'immagine 2D o 3D del bersaglio. Si misura così l'andamento del flusso sanguigno, tracciando una vera e propria mappa. Le immagini sono, ad esempio, utili in cardiologia per diagnosticare anomalie cardiache nel feto.

C'è parecchia matematica e algoritmi....

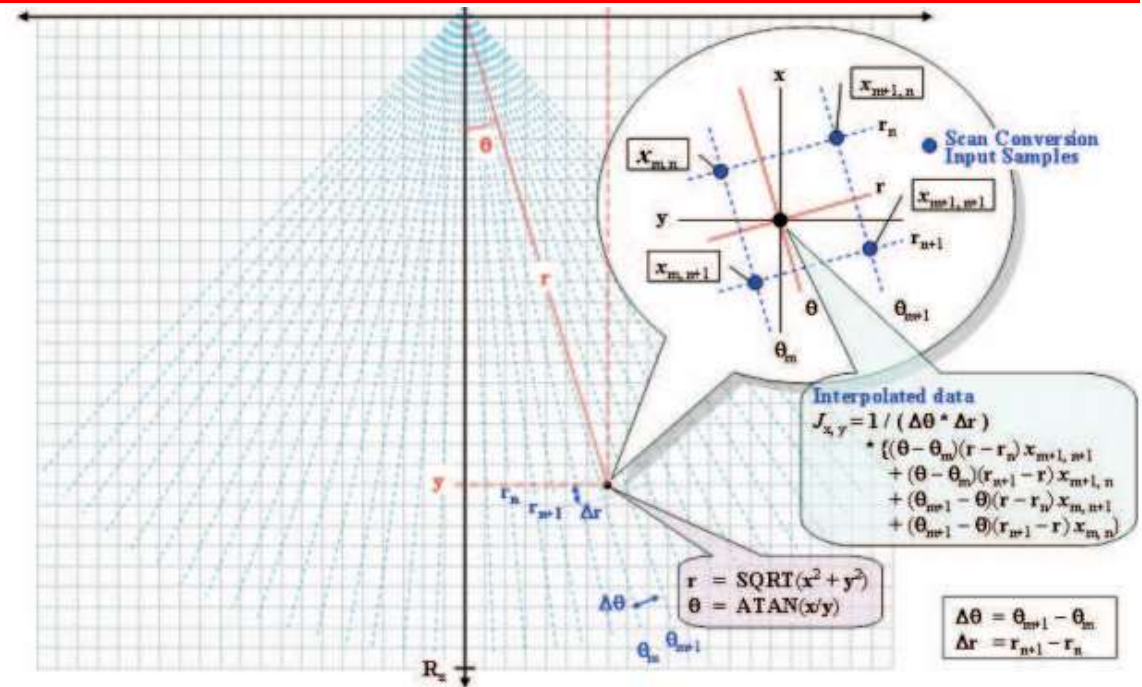


Figure 2. Scan Conversion Using Bilinear Interpolation for Sectored Image

A commonly used interpolation method for scan conversion is bilinear interpolation. Figure 2 shows scan conversion using bilinear interpolation for the sectored image. The underlying principle for scan conversion for linear scan images using bilinear interpolation is similar. The basic steps for scan conversion to generate a desired sample can be summarized in the following steps.

1. Identify the neighboring four input pixels that reside on the neighboring two scan lines.
2. Compute the four interpolation coefficients.
3. Interpolate the desired sample using the four neighboring pixels and the computed interpolation coefficients.

# Applicazioni chirurgiche

---

## - APPLICAZIONI CHIRURGICHE

Si usano ultrasuoni intensi che possono frammentare i bersagli incontrati.

**Rimozione di calcoli renali (litotripsia):** Il rilascio di intensi ultrasuoni nei liquidi provoca aumento di calore e il fenomeno della cavitazione (una sorta di ebollizione locale). Si formano piccole bolle di vapore in seguito all'aumento di temperatura. Queste possono in seguito implodere con un brusco cambio di  $T$  e  $p$  della zona interessata (rottura di cellule, miscelazione di liquidi immiscibili).

## - ODONTOIATRIA

Asportazione di tartaro e placca batterica.