FISICA II

Lez. 11 – Induttanza

Prof. Giovanni Mettivier

Prof. Giovanni Mettivier, PhD

Dipartimento Scienze Fisiche

Università di Napoli “Federico II”

Compl. Univ. Monte S.Angelo

Via Cintia, I-80126, Napoli

mettivier@na.infn.it

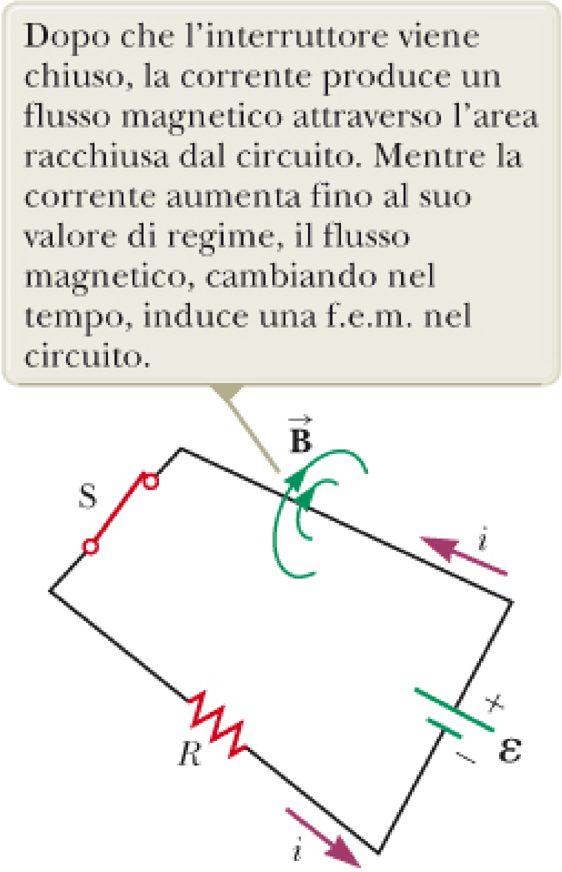
+39-081-676137

Obiettivi di apprendimento

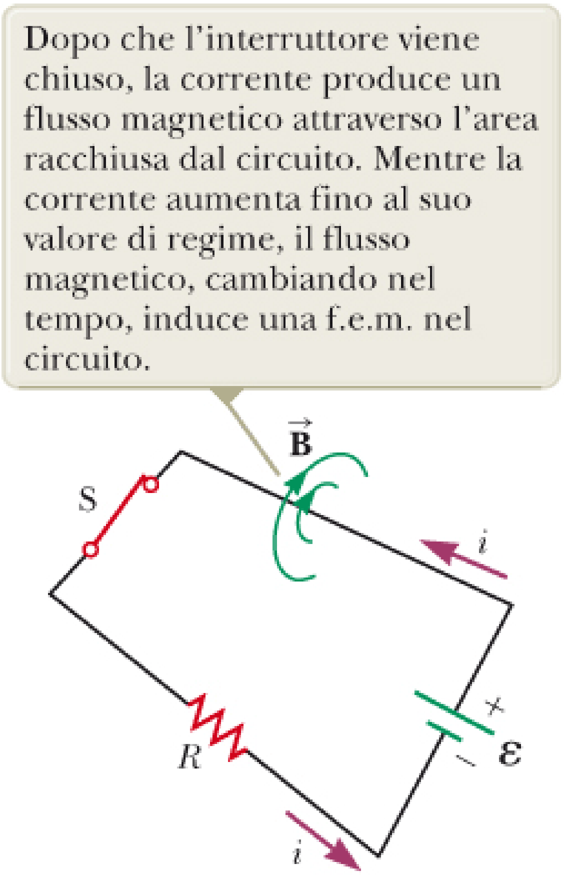
- Riconosce un induttore.
- Applicare la relazione per un induttore che lega l'induttanza *L*, il flusso totale $N\Phi$ e la corrente *i*.
- Applicare la relazione per un solenoide che lega l'induttanza per unità di lunghezza *L/l*, l'area *A* delle spire e il numero *n* di spire per unità di lunghezza.
- Capire come mai appare una *f.e.m.* indotta in una spira percorsa da corrente variabile.
- Applicare la relazione che intercorre tra la *f.e.m.* indotta in una spira, la sua induttanza *L* e la variazione temporale *di/dt* della corrente che vi scorre.
- Determinare, per la *f.e.m.* indotta in una spira da una variazione di corrente, il verso della *f.e.m.* si oppone sempre alla variazione di corrente per compensarla.

Utilizzeremo i termini *f.e.m.* o *corrente* senza un aggettivo per descrivere una grandezza associata ad una sorgente materiale. Invece, aggiungeremo l'aggettivo *indotta* per descrivere la *f.e.m.* e la corrente prodotte da un campo magnetico variabile nel tempo.

Consideriamo il circuito in fig. Quando si chiude l'interruttore, la corrente non passa istantaneamente da zero al suo valore massimo ε/R.



Per descrivere questo effetto si può utilizzare la legge dell'induzione di Faraday. Non appena la corrente inizia ad aumentare, aumenta anche il flusso magnetico concatenato con il circuito prodotto da questa corrente. Un aumento del flusso induce nel circuito una *f.e.m.* indotta. Il verso della *f.e.m.* indotta farebbe circolare nel circuito una corrente indotta (se una corrente non fluisse già nel circuito) tale da generare un campo magnetico che si opporrebbe alla variazione del flusso magnetico iniziale. Di conseguenza, la *f.e.m.* indotta è opposta alla *f.e.m.* della batteria; ciò porta ad un aumento graduale e non istantaneo della corrente verso il suo valore finale di regime. A causa del suo verso, questa *f.e.m.* indotta è anche chiamata *forza controelettromotrice.* Questo fenomeno è detto ***autoinduzione***, perché la variazione del flusso concatenato con il circuito ha origine dal circuito stesso. La *f.e.m.* ε_L che si origina è chiamata ***f.e.m. autoindotta***.



Per ricavare una descrizione quantitativa dell'autoinduzione ricordiamo che la *f.e.m.* indotta è, per la legge di Faraday, la derivata rispetto al tempo del flusso magnetico cambiata di segno. Il flusso magnetico è proporzionale al campo magnetico che, a sua volta, è proporzionale alla corrente che circola nel circuito. Quindi, la *f.e.m.* autoindotta è sempre proporzionale alla derivata rispetto al tempo della corrente. Per un circuito qualunque possiamo scrivere la seguente relazione di proporzionalità:

$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

dove *L* è una costante di proporzionalità, chiamata ***induttanza*** della spira, che dipende dalle caratteristiche geometriche della spira e da altre proprietà fisiche.
Anche il flusso magnetico aumenta e il senso della f.e.m. autoindotta è opposto a quello della corrente che aumenta.

Brady-Handy Collection, Library of Congress Prints and Photographs Division [LC-BH83-997]

Joseph Henry
Fisico americano (1797–1878)
Henry, un fisico americano, fu il primo direttore dell'Istituto Smithsoniano e il primo presidente dell'Accademia delle Scienze Naturali. Migliorò la progettazione degli elettromagneti e costruì uno dei primi motori elettrici. Egli fu lo scopritore del fenomeno dell'autoinduzione, ma non pubblicò le sue scoperte. L'unità di induttanza, l'henry, porta, in suo onore, il suo nome.

Autoinduttore e induttanza

Se poi consideriamo una bobina costituita da N spire, molto vicine fra loro (bobina toroidale o solenoide ideale), percorsa da una corrente i, dalla legge di Faraday si ricava

$$\varepsilon_L = -N d\Phi_B/dt.$$

Combinando questa espressione con

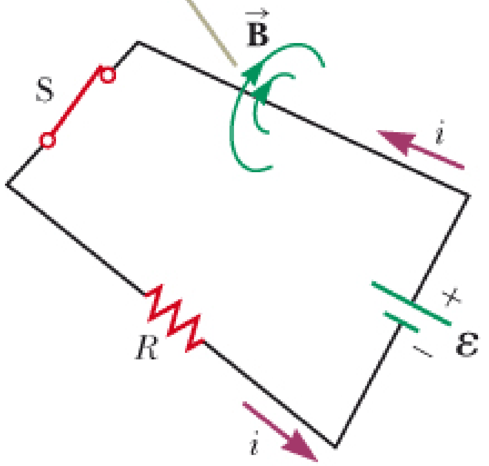
$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

si trova che

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

dove si è supposto che ogni spira sia attraversata dallo stesso flusso e che L sia l'induttanza dell'intera bobina.

Dopo che l'interruttore viene chiuso, la corrente produce un flusso magnetico attraverso l'area racchiusa dal circuito. Mentre la corrente aumenta fino al suo valore di regime, il flusso magnetico, cambiando nel tempo, induce una f.e.m. nel circuito.



Da

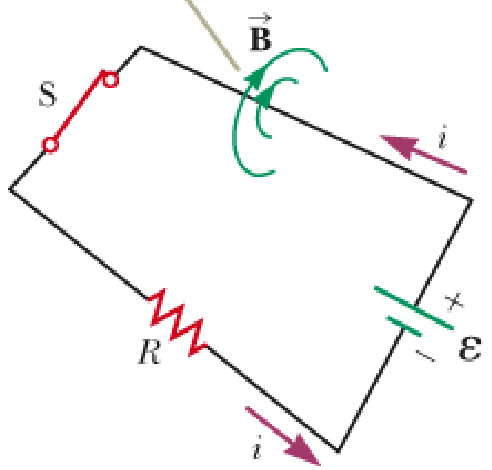
$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

possiamo esprimere l'induttanza come il rapporto

$$L = -\frac{\varepsilon_L}{di/dt}$$

Questa mostra che l'induttanza dà una misura della capacità di un circuito di opporsi alla *variazione* della corrente.
Nel SI l'unità di misura dell'induttanza è l'***henry*** *(H)* che corrisponde a un volt per secondo su ampere: 1H = 1Vs/A.

Dopo che l'interruttore viene chiuso, la corrente produce un flusso magnetico attraverso l'area racchiusa dal circuito. Mentre la corrente aumenta fino al suo valore di regime, il flusso magnetico, cambiando nel tempo, induce una f.e.m. nel circuito.



Per illustrare il calcolo dell'induttanza, supponiamo che un lungo solenoide a spire ravvicinate abbia lunghezza *l*, sezione di area *S* e *n* spire per unità di lunghezza. All'interno del solenoide il campo magnetico dovuto alla corrente *i* è approssimativamente uniforme e parallelo all'asse del solenoide. L'intensità del campo è data da $B=\mu_0 ni$, e non teniamo conto degli effetti di estremità. Ciascuno giro dell'avvolgimento è approssimativamente una spira piana di area *S* e il flusso concatenato con una spira è $\Phi_B = \int \vec{B} d\vec{S} = \int B dS = BS = \mu_0 niS$. In un solenoide di lunghezza *l* vi sono *N* = *nl* spire, cosicché $N\Phi_B = (nl)(\mu_0 niS) = \mu_0 n^2 Sli$. Dall'equazione $L = \frac{N\Phi_B}{i}$, si ottiene l'induttanza di un lungo solenoide con avvolgimento fitto:

$$L = \mu_0 n^2 Sl$$

Esempio

Si consideri un solenoide formato da *N* spire avvolte uniformemente e si faccia l'ipotesi che la sua lunghezza *l* sia molto maggiore del raggio delle spire e che all'interno del solenoide ci sia aria.

a) Si calcoli l'induttanza del solenoide

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \qquad \Phi_B = BA = \mu_0 niA = \mu_0 \frac{N}{l} iA \qquad L = \frac{N\Phi_B}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

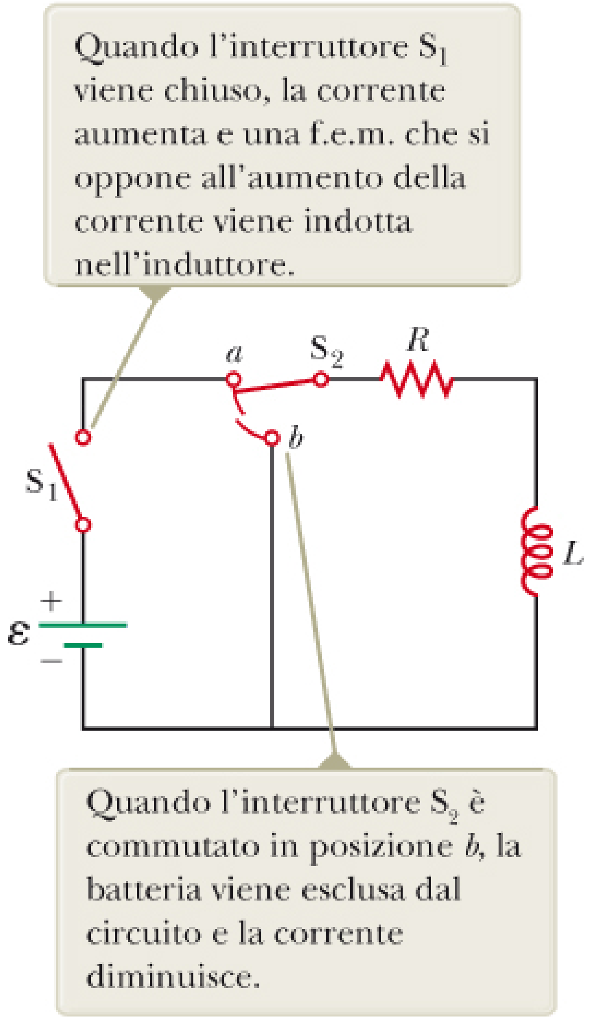
b) Si calcoli l'induttanza del solenoide formato da 300 spire, di lunghezza 25 cm e con sezione di area 4 cm^2

$$L = (4\pi \times 10^{-7} T\, m/A) \frac{300^2}{25 \times 10^{-2} m} (4 \times 10^{-4} m^2) = 1.81 \times 10^{-4} T\, m^2/A = 0.181\, mH$$

c) Si calcoli la *f.e.m.* autoindotta nel solenoide se la corrente che lo percorre diminuisce di 50 A/s.

$$\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt} = -(1.81 \times 10^{-4}\ H)(-50\, A/s) = 9.05\, mV$$

Un elemento di circuito di grande induttanza è detto ***induttore.***
Poiché l'induttanza di un induttore produce una forza controelettromotrice, un induttore in un circuito si oppone alle variazioni della corrente che scorre nel circuito. L'induttore cerca di mantenere la corrente uguale al valore che si ha prima di ogni sua variazione.
Gli elementi di questo circuito connessi alla batteria sono un induttore e un resistore e, perciò, esso è definito ***circuito RL***. Le linee curve utilizzate per l'interruttore S_2 significano che l'interruttore non potrà mai essere aperto, ma deve rimanere sempre o in posizione *a* o in posizione *b*. (se l'interruttore non è connesso né ad *a* né a *b*, non circola corrente nel circuito).



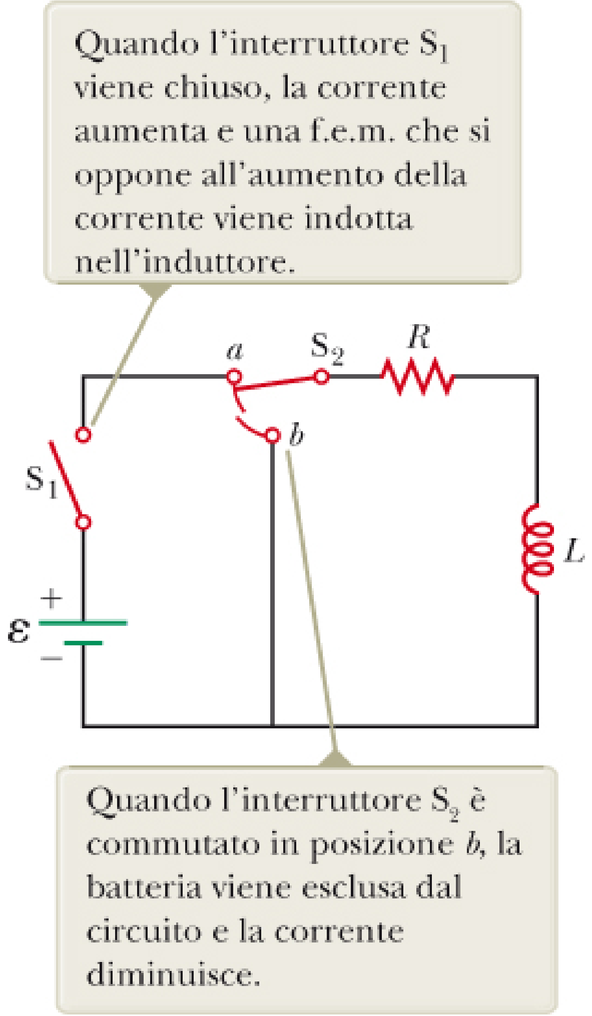
Circuiti RL

Si faccia l'ipotesi che in S_2 sia stata selezionata la posizione *a* e che l'interruttore S_1, aperto negli istanti $t<0$, venga poi chiuso nell'istante $t=0$. La corrente comincerà a crescere e nell'induttore si genererà una forza controelettromotrice che si oppone alla crescita della corrente.

Con questa considerazione, applichiamo la legge di Kirchhoff delle maglie, scegliendo un verso di percorrenza orario:

$$\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

dove iR è la caduta di tensione ai capi del resistore.



Circuiti RL

La soluzione rappresenta la corrente, in funzione del tempo, che circola nel circuito. Per trovare la soluzione, è conveniente fare il cambio di variabile $x=(\varepsilon/R)-i$, e quindi sostituire $dx=-di$, che diventa

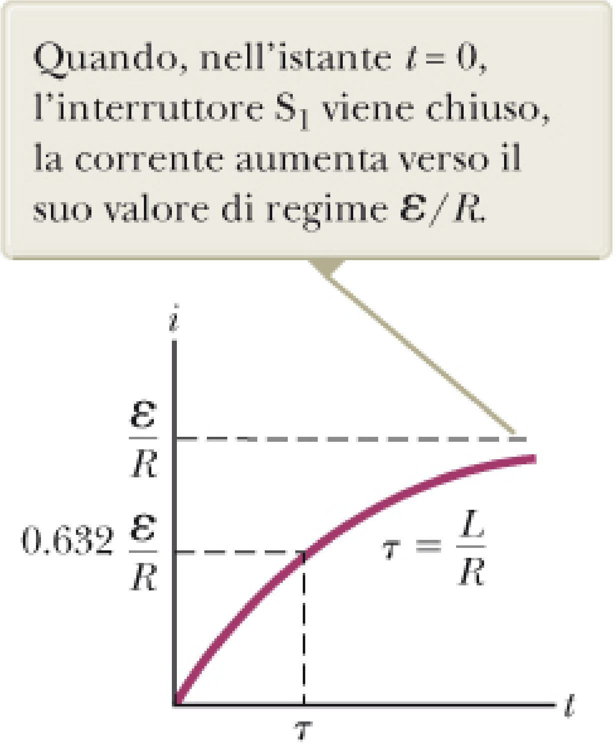
$$x + \frac{L}{R}\frac{dx}{dt} = 0$$

Riordinando e integrando questa espressione si ha

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

$$ln\frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L}t$$

dove x_0 è il valore di x al tempo $t=0$.



Circuiti RL

Prendendo l’antilogaritmo di questo risultato si ottiene

$$x = x_0 e^{-Rt/L}$$

Poiché nell’istante $t=0$ $i=0$, notiamo dalla definizione di x che $x_0=\varepsilon/R$. Perciò l’ultima espressione è equivalente a

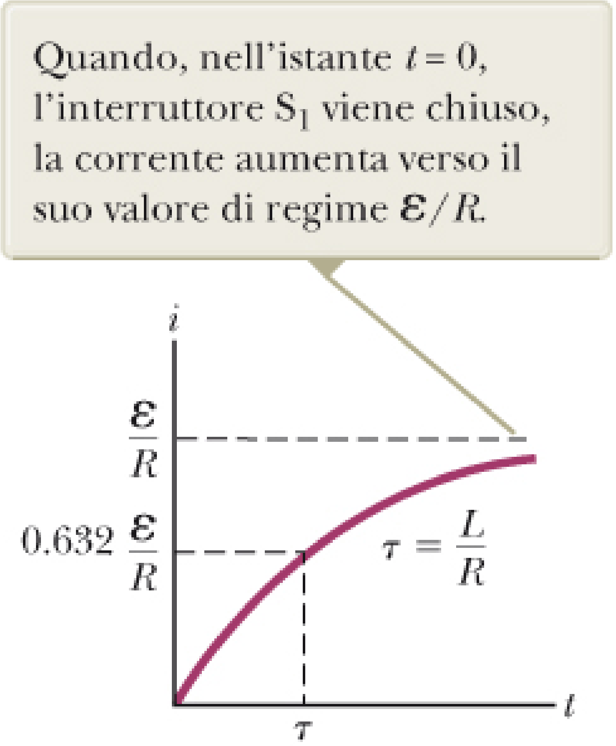
$$\frac{\varepsilon}{R} - i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-Rt/L} \qquad\qquad i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

Possiamo scrivere l’ultima espressione nella forma

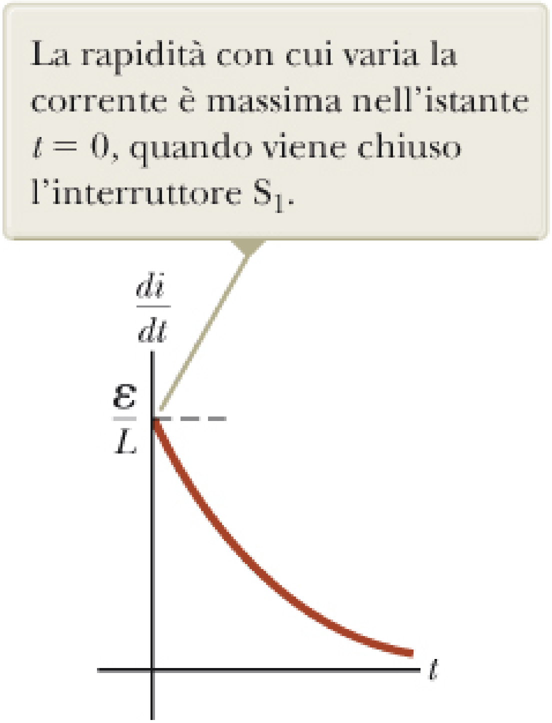
$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

dove la costante *t* è la ***costante di tempo*** del circuito *RL*:

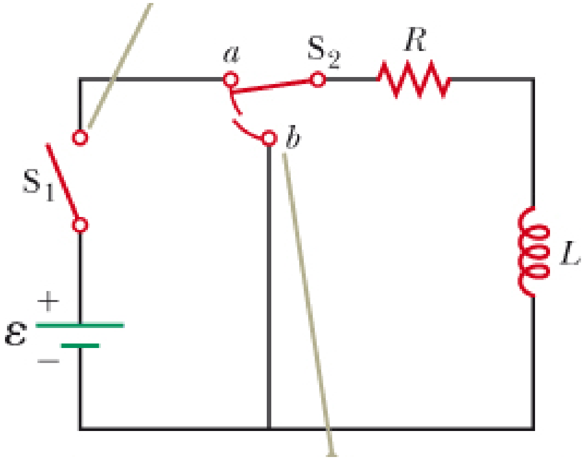
$$\tau = \frac{L}{R}$$



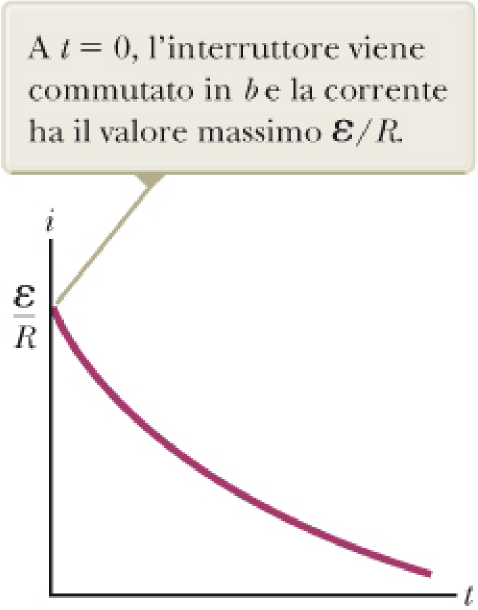
Assumiamo che l'interruttore S_2 sia rimasto in posizione *a* (mentre l'interruttore S_1 era chiuso) abbastanza a lungo da assicurare che la corrente abbia il valore di regime, ε/R. Dopo che S_2 viene commutato da *a* a *b*, il circuito è descritto dalla maglia più a destra nella figura e la batteria è alimenta da circuito. Imponendo $\varepsilon = 0$ in $\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0$ si ha



$$iR + L\frac{di}{dt} = 0$$



$$i = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/\tau} = I_i e^{-t/\tau}$$



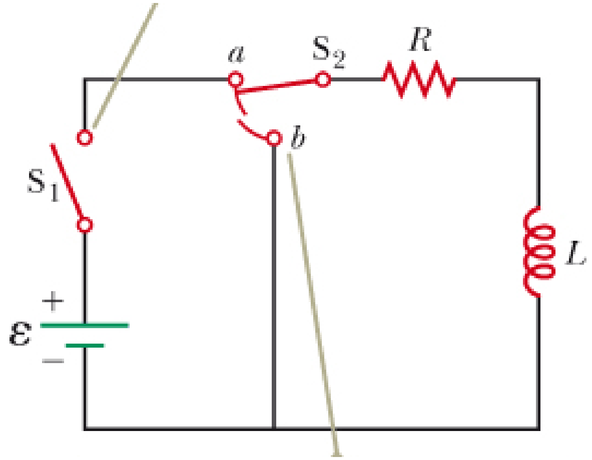
Si consideri di nuovo il circuito di fig.. Si assuma che gli elementi del circuito abbiamo i valori ε =*12 V*, *R*= *6 Ω* e *L*=*30 mH*.

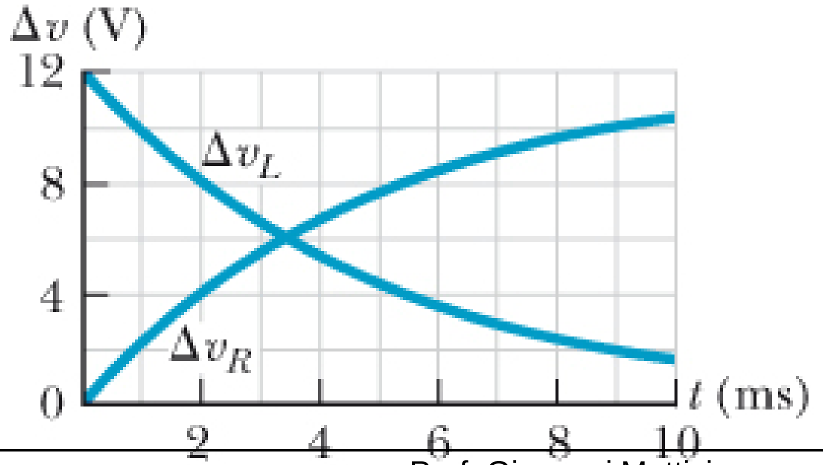
a) Si calcoli la costante di tempo del circuito

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{30 \times 10^{-3}\ H}{6\ \Omega} = 5\ ms$$

b) L'interruttore S_2 è in posizione *a* e l'interruttore S_1 viene chiuso a *t*=*0*. Si calcoli la corrente nel circuito a *t*=*2 ms*.

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{12\ V}{6\ \Omega}\left(1 - e^{-2\ ms/5\ ms}\right) = 2\ A\left(1 - e^{-0.4}\right) = 0.659\ A$$





Esempio

Idee chiave

- L'induttore è un dispositivo usato per ottenere un campo magnetico d'intensità desiderata in una regione delimitata di spazio. Stabilendo una corrente *i* in ciascuno degli *n* avvolgimenti di un induttore, ad essi si concatena un flusso magnetico Φ_B. L'induttanza dell'induttore è allora

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

- L'unità di misura dell'induttanza è l'henry (H), per cui 1 H = 1 T m^2/A.
- L'induttanza per unità di lunghezza in prossimità dell'asse di un lungo solenoide di sezione *A* ed *n* avvolgimenti per unità di lunghezza è

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$$

- Quando in una bobina la corrente *i* varia nel tempo vi si induce una *f.e.m*. Una tale *f.e.m.* autoindotta si esprime come

$$\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

- Il verso di ε_L si trova mediante la legge di Lenz: la *f.e.m.* indotta agisce in modo da opporsi alla variazione che l'ha generata.

Obiettivi di apprendimento

- Descrivere come si ricava l'equazione dell'energia associata al campo magnetico di un induttore in un circuito *RL* con sorgente di *f.e.m.* costante.
- Applicare la relazione tra l'energia del campo magnetico ***E***, l'induttanza *L* e la corrente i per un induttore in un circuito *RL*.
- Capire come a ogni campo magnetico sia associata un'energia.
- Applicare la relazione tra la densità di energia u_L di un campo magnetico e l'intensità di campo ***B***.

Una batteria in un circuito che contiene un induttore deve erogare più energia di quella che fornirebbe al circuito senza l'induttore. Consideriamo il circuito con l'interruttore S_2 in posizione *a*. Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, parte dell'energia erogata dalla batteria diventa energia interna della resistenza del circuito e la rimanente energia viene immagazzinata nel campo magnetico dell'induttore. Moltiplicando i due membri di $\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0$ per *i* e riordinando, si ha

$$i\varepsilon = i^2R + Li\frac{di}{dt}$$

Osservando che $i\varepsilon$ è la potenza con cui la batteria eroga energia e che i^2R è la potenza fornita dal resistore, troviamo che $Li(di/dt)$ è la potenza fornita dall'induttore.

Se indichiamo con U_B l'energia immagazzinata in un certo istante nell'induttore, la velocità dU_B/dt con cui questa energia viene immagazzinata è

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

Per calcolare l'energia totale immagazzinata nell'induttore in un certo istante, riscriviamo questa espressione come $dU_B=Lidi$ ed integriamo:

$$U_B = \int dU_B = \int_0^i Lidi = L\int_0^i idi$$

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2$$

Rappresenta l'energia immagazzinata nel campo magnetico dell'induttore quando è percorso dalla corrente i. Notiamo che l'equazione è simile a quella di un condensatore $U_E=1/2C(\Delta V)^2$.

Si consideri un tratto di lunghezza *l* vicino al centro di un solenoide, molto lungo, la cui sezione abbia area *A*; *Al* è il volume associato a questa lunghezza. L'energia accumulata entro la lunghezza *l* del solenoide deve essere totalmente racchiusa in tale volume poiché il campo magnetico all'esterno del solenoide è praticamente nullo. Inoltre, l'energia immagazzinata deve essere distribuita uniformemente nel volume del solenoide poiché il campo magnetico è ovunque uniforme all'interno.
Così si può scrivere la densità di energia come

$$u_L = \frac{E_L}{Al}$$

Da cui, poiché

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

Si ottiene

$$u_L = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{L}{l}\frac{i^2}{2A}$$

Ricordando $\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$ si ottiene la densità dell'energia come $u_L = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Idee chiave

- Se un’induttanza è percorsa da una corrente *i*, il suo campo magnetico immagazzina un’energia data da

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

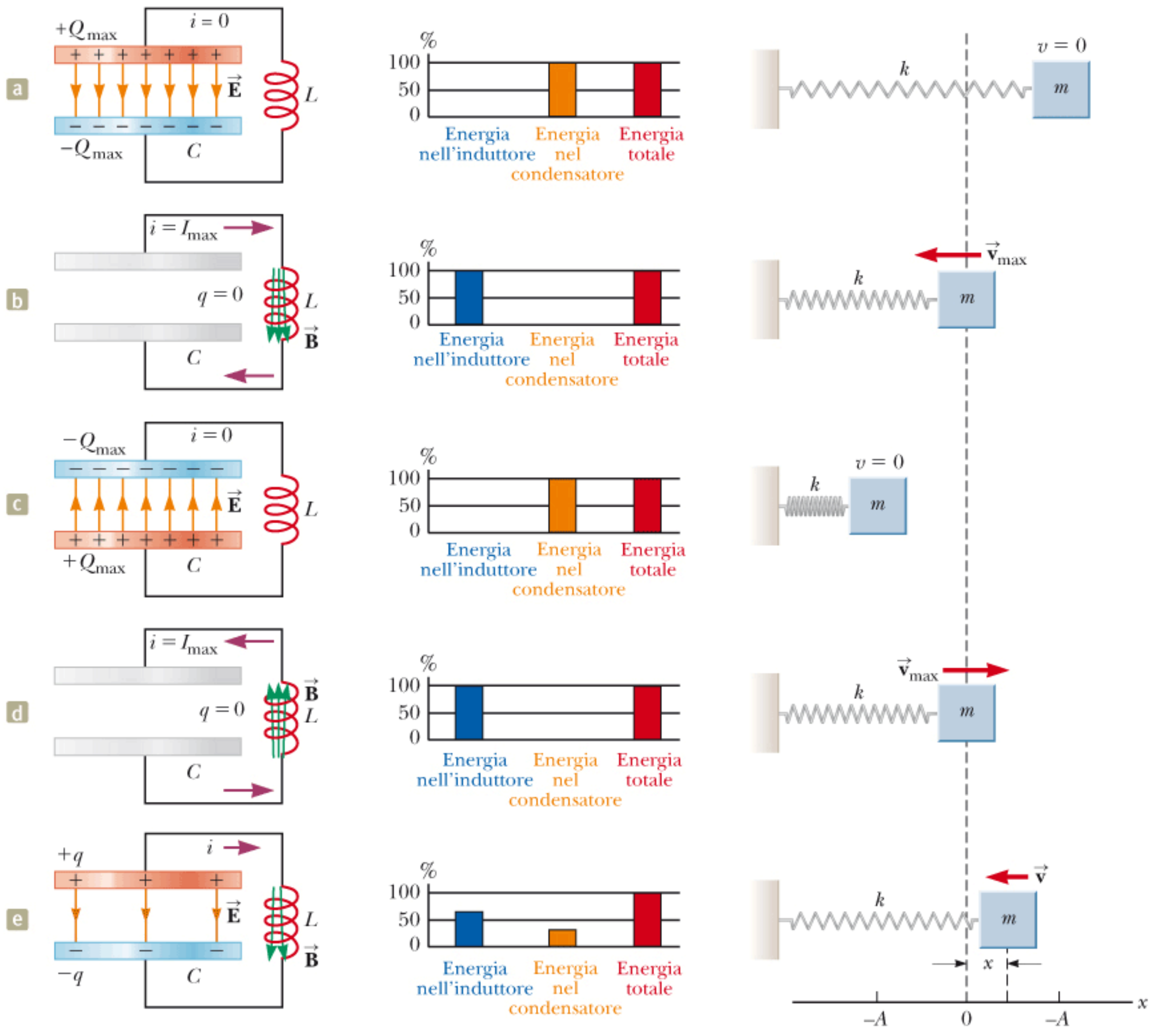
- Se ***B*** è il modulo del campo magnetico in un dato punto (in un induttore, ma anche ovunque altrove), la densità di energia magnetica immagazzinata in quel punto è

$$u_L = \frac{B^2}{2\mu_0} \text{ (densità di energia magnetica)}$$

Oscillazioni in un circuito LC

Un ***circuito LC*** si realizza con un condensatore e un induttore. Se il condensatore è inizialmente carico e l'interruttore viene chiuso, sia la carica presente sulle armature del condensatore che la corrente nel circuito inizieranno ad oscillare fra valori massimi positivi e valori minimi negativi. Se la resistenza del circuito è nulla, non c'è trasformazione di energia in energia interna.

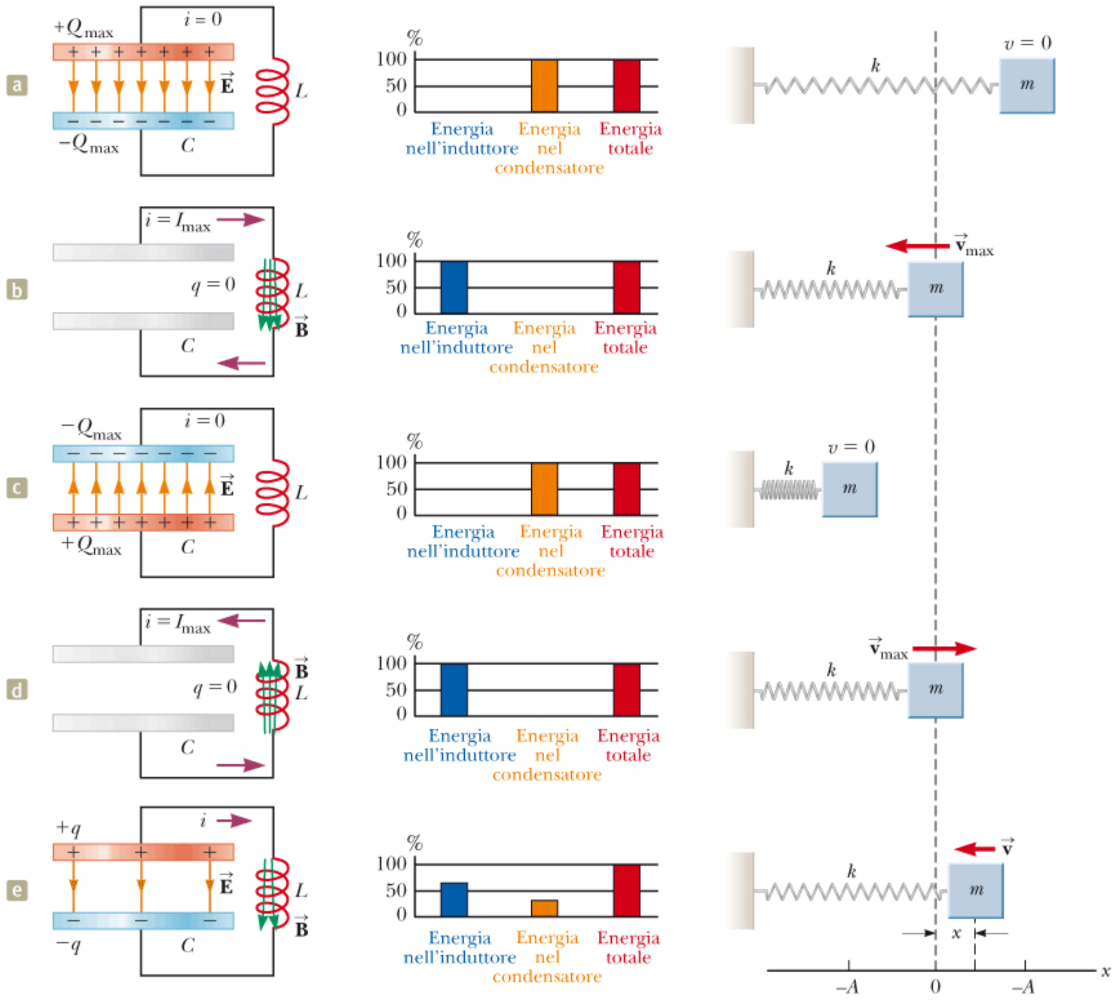
Quando il condensatore è totalmente carico, l'energia totale *U* presente nel circuito è immagazzinata nel campo elettrico tra le armature del condensatore ed ha il valore $Q_{max}^2/2C$.



In tale istante la corrente è nulla, perciò non c'è energia immagazzinata nell'induttore. Dopo che l'interruttore è stato chiuso, la carica per unità di tempo che lascia o entra nelle armature del condensatore (cioè la derivata temporale della carica sulle armature) è uguale alla corrente che scorre nel circuito.

Oscillazioni in un circuito LC

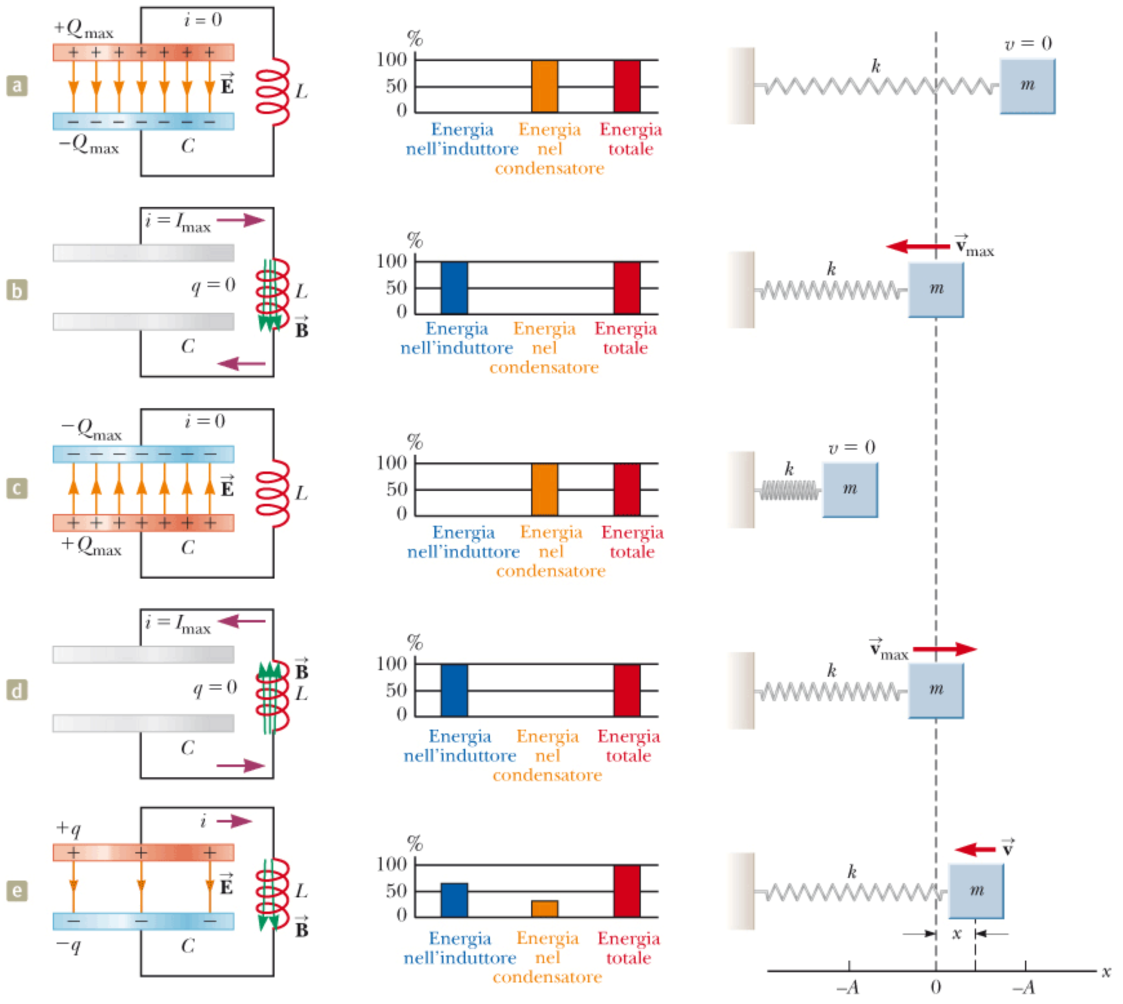
Dopo che l’interruttore è stato chiuso e il condensatore comincia a scaricarsi, l’energia immagazzinata nel campo elettrico comincia a diminuire. Durante la scarica del condensatore si ha una corrente nel circuito e pertanto una parte dell’energia viene immagazzinata nel campo magnetico dell’induttore. Pertanto, l’energia viene trasferita dal campo elettrico del condensatore al campo magnetico dell’induttore. Quando il condensatore è completamente scarico, non contiene più energia. In questo istante, la corrente raggiunge il suo valore massimo e tutta l’energia è immagazzinata nell’induttore.



La corrente continua a scorrere nello stesso verso, ma diminuisce finchè il condensatore è di nuovo completamente carica, ma con polarità opposta a quella iniziale. A questa fase segue una nuova scarica, finchè il circuito torna nel suo stato originale di carica massima Q_{max} e con la polarità delle armature mostrata nella fig. L’energia continuerà a oscillare fra induttore e condensatore.

Oscillazioni in un circuito LC

L'energia potenziale elastica $\frac{1}{2}kx^2$ immagazzina nella molla è analoga all'energia potenziale elettrostatica $Q^2_{max}/2C$ immagazzina nella molla è analoga all'energia cinetica $\frac{1}{2}mv^2$della massa in movimento è analoga all'energia magnetica $\frac{1}{2}Li^2$immagazzinata nell'induttore, che richiede la presenza di cariche in moto. Nella fig, nell'istante *t=0* (quando *i=0*) tutta l'energia è immagazzinata come energia potenziale elettrostatica nel condensatore; analogamente, tutta l'energia è energia potenziale del sistema blocco-molla quando, nell'istante *t=0*, la molla allungata viene rilasciata.

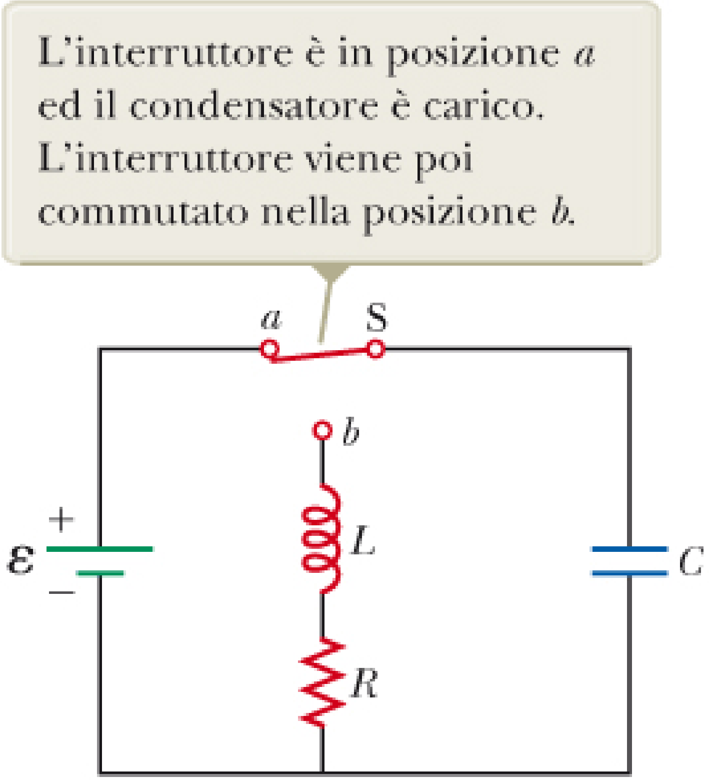


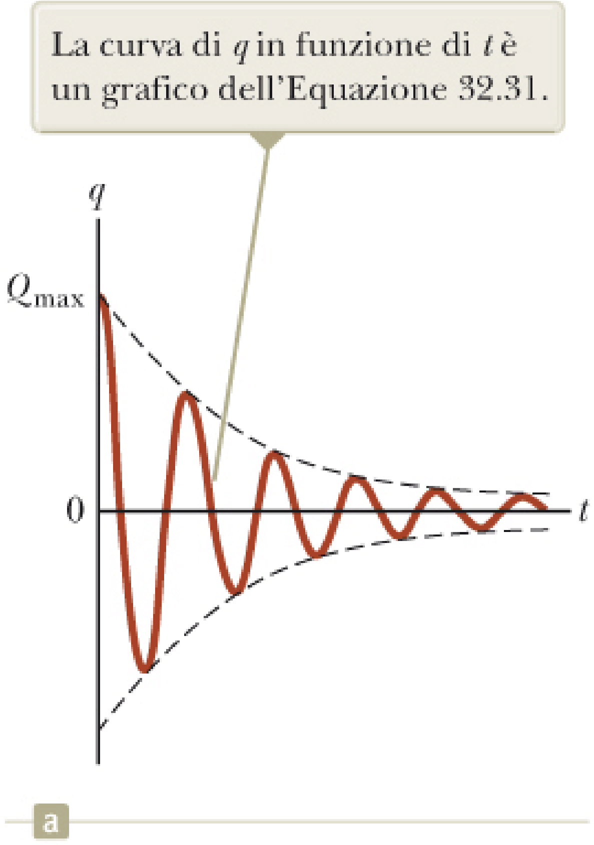
Quando la corrente ha valore massimo I_{max}, tutta l'energia è immagazzinata come energia magnetica $1/2LI^2max$ nell'induttore, dove I_{max} è la corrente massima del circuito. Le fig. c e d mostrano le analogie nei successivi quarti di ciclo, in cui l'energia è tutta elettrostatica o tutta magnetica. Per punti intermedi, l'energia è in parte elettrostatica e in parte magnetica.

Il circuito RLC

Rivolgendo ora la nostra attenzione al circuito più realistico.

L'energia totale non è più costante, come accadeva nel circuito *LC*, poiché il resistore causa una trasformazione di energia in energia interna (continuiamo ad ignorare la radiazione elettromagnetica emessa dal circuito).

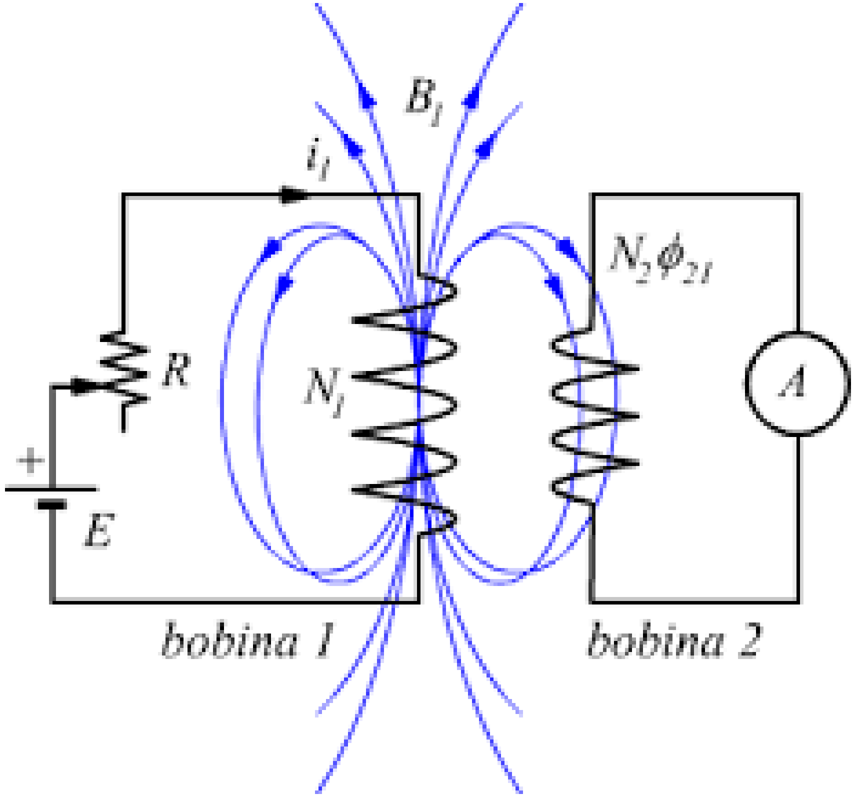




Mutua induttanza

Quando in una bobina inserita in un circuito varia l’intensità di corrente, compare una f.e.m. autoindotta, $\varepsilon_L = -L\, di/dt$. Come abbiamo visto, il flusso magnetico concatenato con ciascuna spira della bobina è dovuto al campo magnetico della corrente che percorre il circuito, da cui l’uso del termine ‘’autoindotta’’. Ma il campo magnetico si estende anche al di fuori della bobina e può influenzare un altro circuito vicino.

La fig. rappresenta due bobine in quiete appartenenti a circuiti distinti. Ciascuna delle bobine è percorsa da corrente e queste correnti possono variare, come il campo magnetico che esse producono. Così il flusso concatenato con ciascuna spira della bobina 2 varia a causa della variazione della corrente nella bobina 1. Analogamente, il flusso concatenato con ciascuna spira della bobina 1 varia a causa della variazione della corrente nella bobina 2. Questi contributi alle variazioni del flusso e le corrispondenti f.e.m. indotte si aggiungono ai contributi autoindotti. Siccome le f.e.m. indotte compaiono in ciascuna bobina a causa delle variazioni che intervengono nell’altra, l’interazione tra le bobine è reciproca e l’effetto è chiamato **mutua induzione**.



Consideriamo la f.e.m. indotta in una delle bobine, per esempio nella bobina 2, a causa di una variazione dell'intensità di corrente i_1 nell'altra bobina, nel qual caso la bobina 1. Il flusso concatenato con ciascuna spira della bobina 2 comprende un contributo dovuto al campo B_1 prodotto dalla bobina 1. Indichiamo con il simbolo Φ_{21} il flusso concatenato con una spira della bobina 2 e dovuto al campo magnetico della bobina 1. E' questo flusso che cambia quando varia la corrente i_1. Ammettiamo che il flusso concatenato con ciascuna delle N_2 spire sia lo stesso. Il prodotto $N_2\Phi_{21}$ è chiamato **numero dei concatenamenti di flusso** (o semplicemente **flusso concatenato totale**) per la bobina. Se nei dintorni non vi sono materiali magnetici come il ferro, il campo B_1 è proporzionale all'intensità della corrente i_1 che lo produce (per la legge di Biot e Savart). Allora sia Φ_{21} sia $N_2\Phi_{21}$ sono proporzionali a i_1. Scriviamo la relazione lineare che sussiste tra $N_2\Phi_{21}$ e i_1 introducendo una costante M_{21}, chiamata **coefficiente di mutua induzione**:

$$N_2\Phi_{21} = M_{21}i_1$$

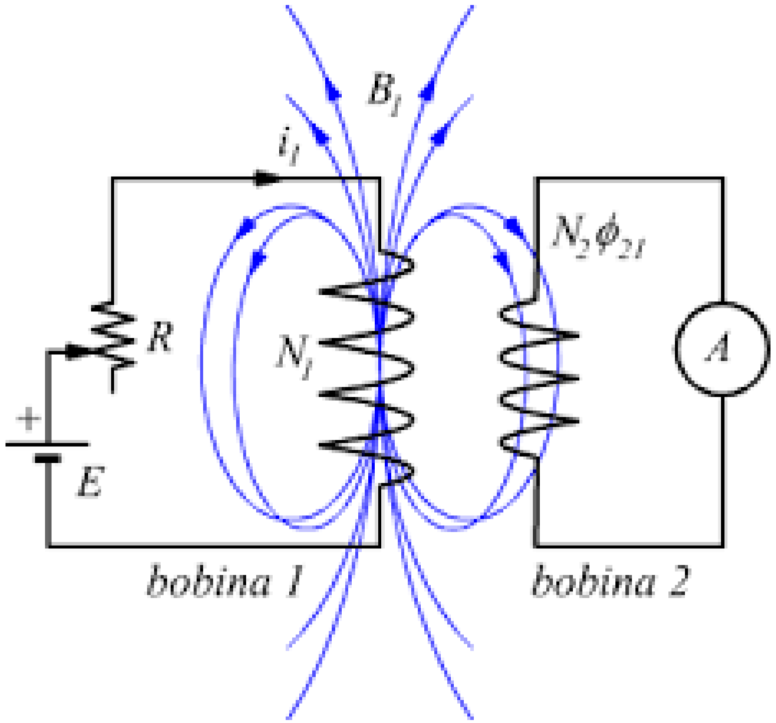
Consideriamo la f.e.m. indotta in una delle bobine, per esempio nella bobina 2, a causa di una variazione dell'intensità di corrente i_1 nell'altra bobina, nel qual caso la bobina 1. Il flusso concatenato con ciascuna spira della bobina 2 comprende un contributo dovuto al campo B_1 prodotto dalla bobina 1. Indichiamo con il simbolo Φ_{21} il flusso concatenato con una spira della bobina 2 e dovuto al campo magnetico della bobina 1. E' questo flusso che cambia quando varia la corrente i_1. Ammettiamo che il flusso concatenato con ciascuna delle N_2 spire sia lo stesso. Il prodotto $N_2\Phi_{21}$ è chiamato **numero dei concatenamenti di flusso** (o semplicemente **flusso concatenato totale**) per la bobina. Se nei dintorni non vi sono materiali magnetici come il ferro, il campo B_1 è proporzionale all'intensità della corrente i_1 che lo produce (per la legge di Biot e Savart). Allora sia Φ_{21} sia $N_2\Phi_{21}$ sono proporzionali a i_1. Scriviamo la relazione lineare che sussiste tra $N_2\Phi_{21}$ e i_1 introducendo una costante M_{21}, chiamata **coefficiente di mutua induzione**:

$$N_2\Phi_{21} = M_{21}i_1$$

Ora supponiamo di essere in condizioni quasi stazionarie e applichiamo la legge di Faraday alla determinazione della f.e.m. indotta in una sira della bobina 2 a causa della bobina 1. La f.e.m. indotta in ogni spira è $\varepsilon = -d\Phi_{21}/dt$ e la f.e.m. totale ε_{21} indotta nella bobina 2 è $N_2\varepsilon$:

$$\varepsilon_{21} = -N_2\frac{d}{dt}\Phi_{21} = -\frac{d}{dt}(N_2\Phi_{21}) = -\frac{d}{dt}(M_{21}i_1) = -M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

Quindi la f.e.m. ε_{21} indotta nella bobina 2 è proporzionale alla rapidità di variazione dell'intensità di corrente nella bobina 1, di_1/dt. Il coefficiente M_{21} dipende da caratteristiche geometriche quali le forme delle bobine, il modo in cui sono avvolte, la distanza e l'orientazione reciproche. Il segno meno viene introdotto per determinare il senso della f.e.m. indotta conformemente alla legge di Lenz.



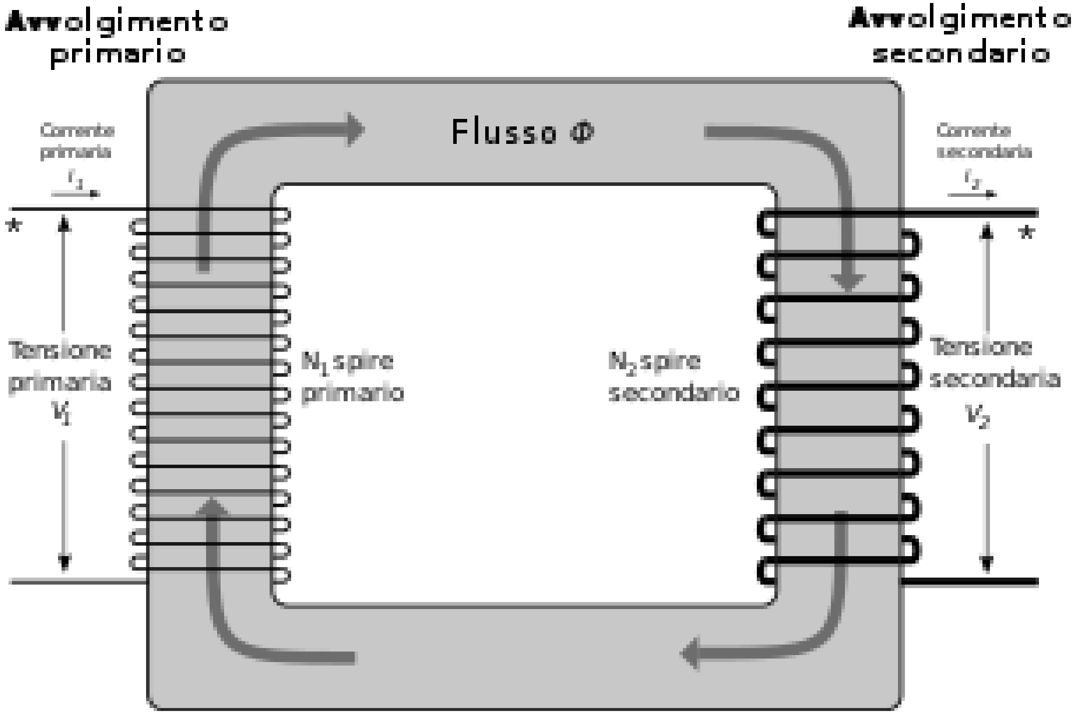
La mutua induzione, cioè l'induzione di una f.e.m. in un circuito a opera di una corrente variabile che percorre un altro circuito, è un fenomeno che a volte può costituire un problema. Per esempio, f.e.m. indesiderate possono essere indotte in un sensibile circuito elettronico da altri circuiti vicini.

In altri casi la mutua induzione può essere sfruttata a scopi pratici. Alcuni stimolatori cardiaci funzionano grazie ad una f.e.m. indotta da una corrente variabile che circola in un circuito esterno al corpo del paziente. Questa tecnica evita il ricorso a una batteria interna che richiederebbe un intervento chirurgico per la sostituzione o la manutenzione.

Trasformatori

Di grande importanza pratica è il **trasformatore**, che utilizza la muta induzione per convertire (o trasformare) la tensione trasferendola da un circuito a un altro. Un semplice tipo di trasformatore è costituito da due bobine avvolte su un nucleo o un anello di ferro, come mostra la fig.

Il campo magnetico generato dalle correnti che circolano negli avvolgimenti è in gran parte concentrato nel ferro. Uno dei due avvolgimenti del trasformatore viene chiamato **primario** e ha N_p spire. L'altro avvolgimento è detto **secondario** e ha N_S spire. Spesso si considera il primario come l'avvolgimento di ingresso del trasformatore e il secondario come avvolgimento di uscita: tuttavia, non sempre la distinzione tra ingresso e uscita è utile.



Il nucleo di ferro fa sì che il flusso Φ_B sia sostanzialmente identico attraverso ciascuna spira sia del primario sia del secondario e, se il flusso varia, in ciascuna spira sarà indotta la stessa f.e.m. $\varepsilon = d\Phi_B/dt$. Quindi la f.e.m., o tensione V_s, indotta nel secondario, che ha N_S spire, è

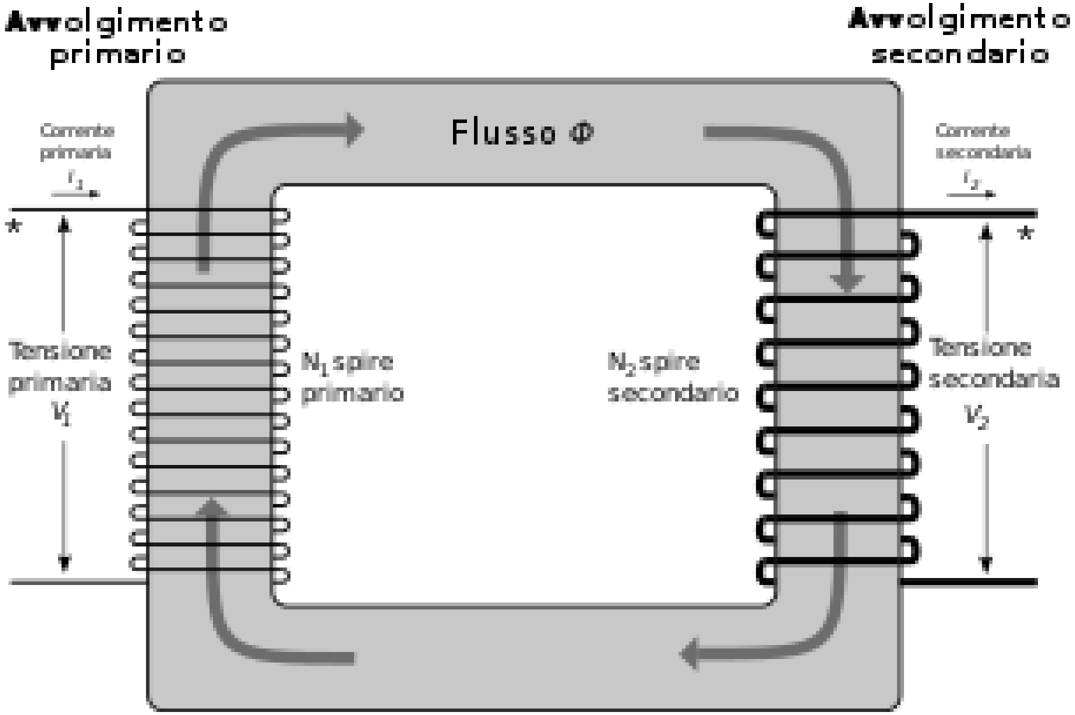
$$V_s = N_s\varepsilon = -N_s\frac{d\Phi_B}{dt}$$

La f.e.m o tensione V_P indotta nel primario, che ha N_P spire, è

$$V_P = N_P\varepsilon = -N_P\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Prendendo il rapporto tra le tensioni si ha

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}$$



Trasformatori

Trasformatori

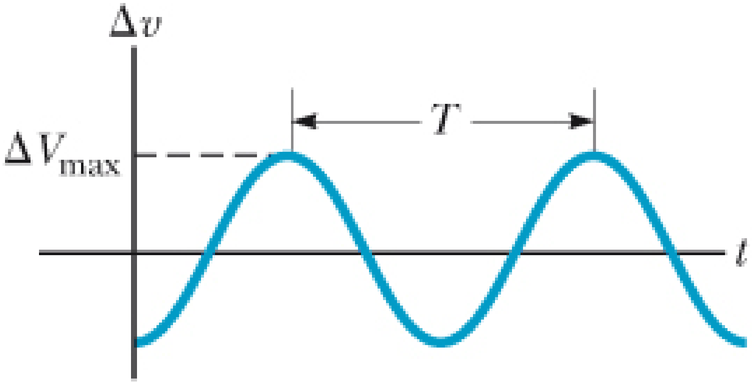
Anche se in questa relazione non compare più nessuna derivata temporale è essenziale che la differenza di potenziale nel primario, di conseguenza quella nel secondario, sia variabile nel tempo: se V_P fosse costante la derivata del flusso concatenato sarebbe nulla e così pure la differenza di potenziale V_S. Nella pratica il trasformatore si utilizza nei circuiti in corrente alternata. Per esempio, se il numero si spire del secondario $N_S = 5N_P$, $V_S=5V_P$. Un trasformatore di questo tipo è chiamato **trasformatore in salita**. In questo caso la tensione nel secondario è maggiore di quella nel primario. Il secondario di un **trasformatore in discesa** ha invece meno spire del primario e la tensione nel secondario è minore di quella nel primario.

Generatori di tensione alternata

Un circuito in c.a. è una combinazione di elementi circuitali e di un generatore che fornisce una tensione alternata Δv. L'andamento temporale di tale tensione è dato dall'espressione

$$\Delta v = \Delta V_{max} sin\omega t$$

dove Δv_{max} è la tensione massima di uscita del generatore, chiamata anche ***ampiezza della tensione***.



Tale tensione è positiva durante un mezzo periodo e negativa durante l'altro mezzo periodo. Allo stesso modo, anche la corrente in un circuito alimentato da un generatore di tensione alternata varia sinusoidalmente nel tempo.

Consideriamo il semplice circuito in c.a., composto da un resistore e un generatore di tensione alternata. In ogni istante, la somma algebrica delle tensioni lungo una singola maglia del circuito deve essere nulla. Quindi, $\Delta V+\Delta V_R=0$, ovvero

$$\Delta v - i_R R = 0$$

$$i_R = \frac{\Delta v}{R} = \frac{\Delta V_{max}}{R} sin\omega t = I_{max} sin\omega t$$

dove I_{max} è la corrente massima:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{R}$$