

Ottica geometrica

L'ottica geometrica è un'approssimazione dell'ottica valida tutte le volte che la luce sul suo cammino incontra ostacoli di dimensioni molto maggiori della lunghezza d'onda. Allora trascuriamo la sua natura ondulatoria. In questo caso possiamo trattare la luce come un insieme di raggi che si propagano in modo rettilineo, se il mezzo è otticamente omogeneo.

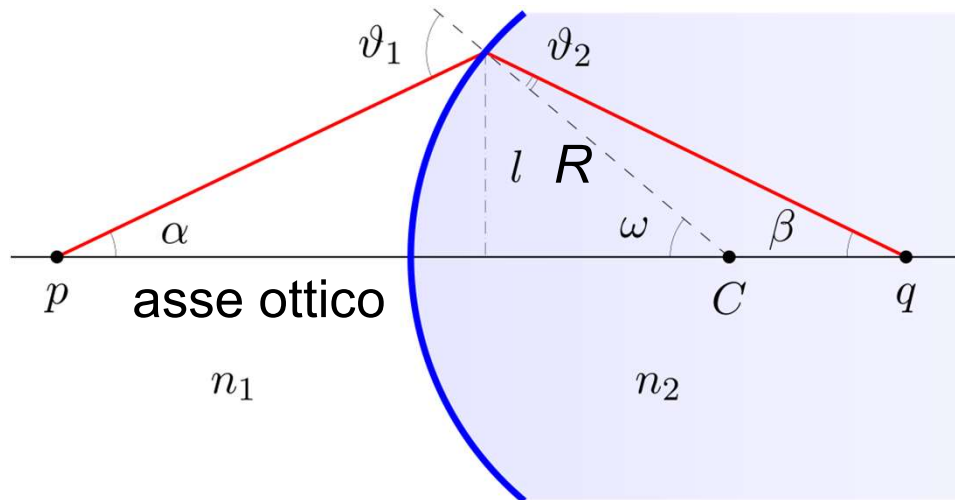
LEGGI DELL'OTTICA GEOMETRICA

- 1- La propagazione dei raggi in un mezzo isotropo (un mezzo che ha le stesse proprietà in tutti i punti) avviene secondo una linea retta.
- 2- Il percorso di un raggio luminoso tra 2 punti è sempre quello che richiede il minore tempo (in un mezzo isotropo questo porta a un percorso rettilineo).
- 3- La traiettoria seguita da un raggio luminoso è la stessa indipendentemente dal verso di propagazione.
- 4- Sono valide le leggi della riflessione e della rifrazione.

Il diottro

Si definisce diottro la superficie che separa 2 mezzi trasparenti con indice di rifrazione differente. Questa superficie può essere piana o curva. Se si tratta di una superficie sferica, si ha un diottro sferico.

Il diottro sferico è stigmatico, ossia i raggi che partono da una sorgente puntiforme convergono biunivocamente in un unico altro punto (immagine) nell'altro mezzo. Il vertice della calotta sferica determina l'asse ottico, C è il centro di curvatura.



Si può dimostrare che nel caso ideale (se l'angolo α tra il raggio e l'asse ottico non è troppo grande – *approssimazione parassiale*-, se gli indici di rifrazione non dipendono dalla lunghezza d'onda) tutti i raggi che partono da p convergono nel punto q , e q è il punto immagine della sorgente luminosa p .

Questo si verifica dunque nell'approssimazione di:

- 1- Raggi parassiali (formano angoli piccoli con l'asse ottico)
- 2- Ampiezza della calotta sferica piccola rispetto al raggio di curvatura.

Capita che i raggi convergano non in un punto ma in un segmento, e si verifica il fenomeno dell'astigmatismo.

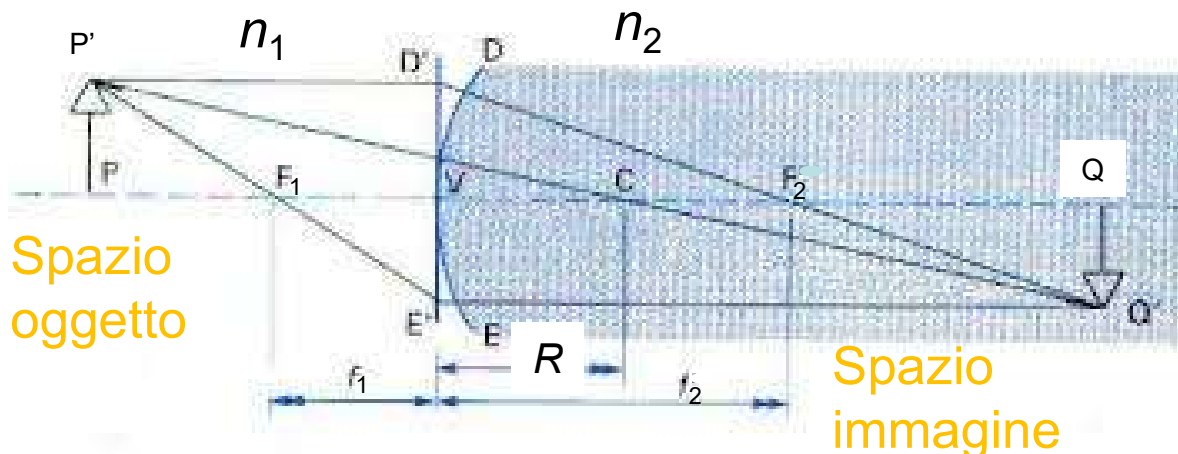
Il diottro ideale è stigmatico e vale che:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

p = distanza di oggetto – sorgente dall' interfaccia

q = distanza di immagine dall' interfaccia

R = raggio di curvatura (> 0 quando la calotta ha la convessità verso l'oggetto)



Abbiamo un diottro, una sorgente che può essere estesa, l'asse ottico, lo spazio oggetto, lo spazio immagine.

$P'D' = p$

$Q'E' = q$

C = centro di curvatura, qualunque raggio che passa per C non subisce deviazioni passando da 1 a 2.

F_1 = primo fuoco, tutti i raggi che partono da F_1 vanno ad infinito nello spazio immagine (paralleli all'asse ottico).

F_2 = secondo fuoco, tutti i raggi che vengono dall'infinito nello spazio oggetto convergono in F_2 nello spazio immagine.

V = vertice della calotta

f_1, f_2 = distanze focali

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Quando $R = \infty$ (diottro piano) si ha che:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = 0$$

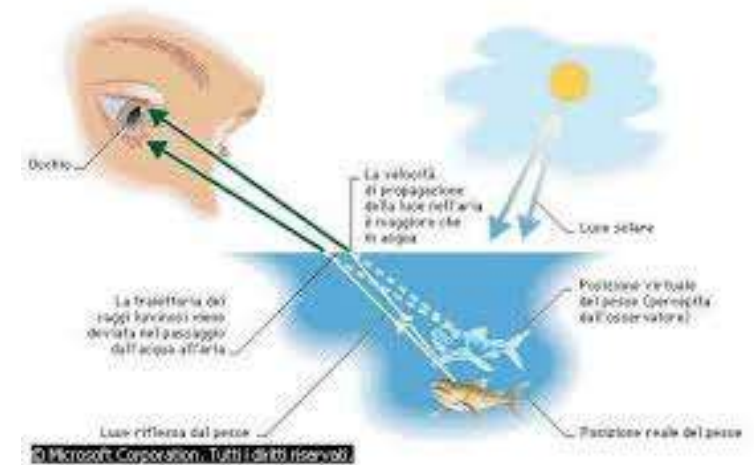
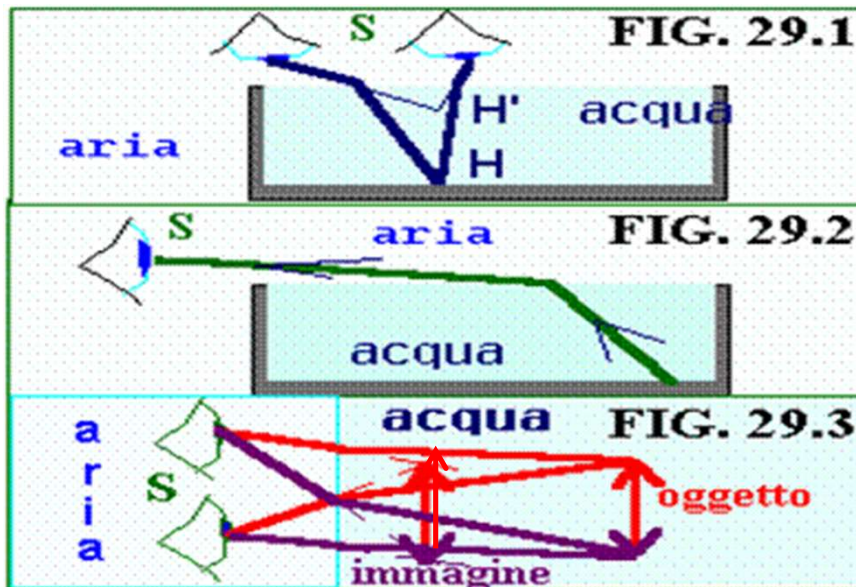
Quindi, ad esempio la profondità apparente di un'oggetto sott'acqua è diversa da quella reale. Per la profondità sott'acqua dell'immagine vale:

$$q = -\frac{n_2}{n_1} p$$

Il “-” significa che q corrisponde ad un'immagine virtuale dove non convergono realmente (fisicamente) i raggi rifratti. Se guardiamo dall'aria oggetti in acqua allora:

$$q \approx -\frac{1}{1,33} p = -0,75 p$$

Gli oggetti appaiono più vicini di quanto siano realmente e anche ingranditi.

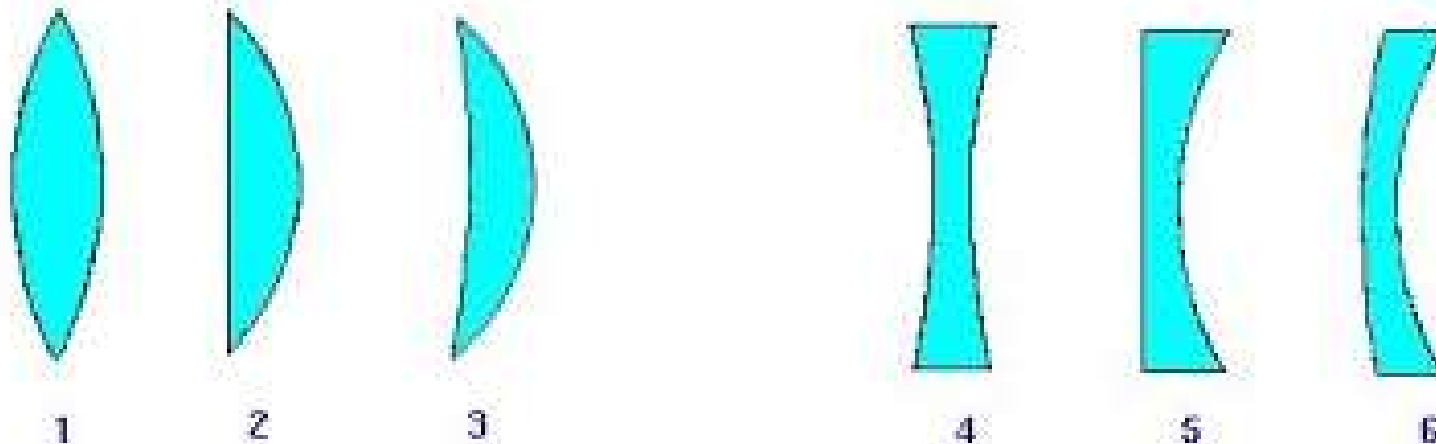


Lenti sottili

Due diottri sferici affacciati e molto vicini costituiscono una lente sottile, il cui spessore è trascurabile rispetto al diametro e ai raggi di curvatura delle superfici sferiche che la delimitano.

Le lenti sottili possono essere convergenti (fanno convergere raggi paralleli) o divergenti (fanno divergere raggi paralleli). Sono lenti convergenti quella biconvessa (entrambe le superfici convesse), quella piano-convessa e quella concavo-convessa dove il raggio della convessità, che è la seconda superficie, è più piccolo (e quindi la curvatura più grande) di quello della concavità. Sono lenti divergenti la biconcava, la piano concava e la concavo convessa.

Vale tutta la nomenclatura già introdotta per il diottro e l'approssimazione di raggi parassiali.



Convergenti: 1) biconvessa, 2) piano-convessa, 3) concavo-convessa
Divergenti: 4) biconcava, 5) piano-concava, 6) convesso-concava

Legge dei punti coniugati

Per una lente sottile vale la formula dei punti coniugati

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Se poniamo (cosiddetta equazione dei costruttori di lenti):

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

si ha la **LEGGE DEI PUNTI CONIUGATI**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

f = distanza focale della lente sottile (>0 per una lente **convergente** che forma immagini **reali**, invece <0 per una lente **divergente** che forma immagini **virtuali**)

CARATTERISTICHE DI TIPI DI LENTI SOTTILI IN ARIA (come si vede nell'equazione dei costruttori di lenti f dipende dal mezzo in cui ci troviamo)

LENTE	RAGGI	FUOCO	TIPO
BICONVESSA	$R_1 > 0$ $R_2 < 0$	$F > 0$	CONVERGENTE
BICONCAVA	$R_1 < 0$ $R_2 > 0$	$F < 0$	DIVERGENTE
PIANO CONVESSA	$R_1 = \infty$ $R_2 < 0$	$F > 0$	CONVERGENTE
PIANO CONCAVA	$R_1 = \infty$ $R_2 > 0$	$F < 0$	DIVERGENTE
MENISCO-CONCAVA	$R_1 > R_2$	$F < 0$	DIVERGENTE
MENISCO-CONVESSA	$R_1 < R_2$	$F > 0$	CONVERGENTE

Potere diottrico e costruzione dell'immagine

Si definisce potere diottrico o potenza di una lente D :

$$D = \frac{1}{f}$$

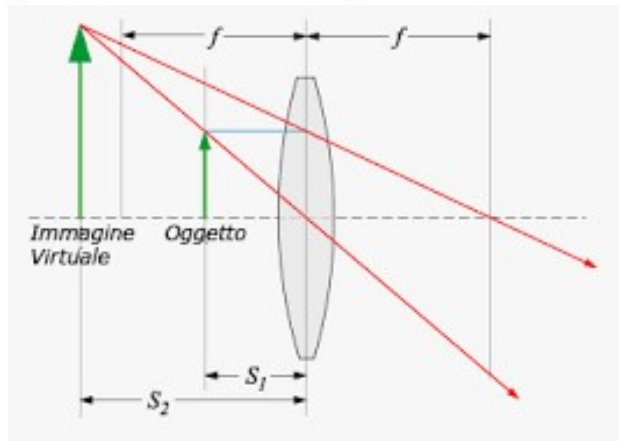
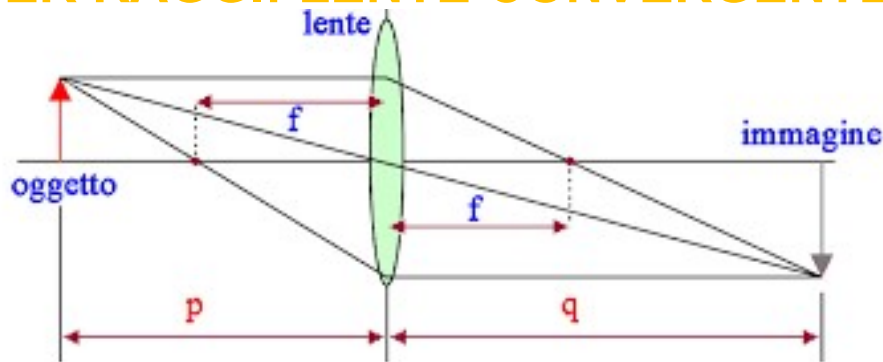
1 diottria = 1 m^{-1}

Si misura in diottrie.

Ad esempio +2 diottrie equivalgono a $f = \frac{1}{2} \text{ m} = 0,5 \text{ m}$

NOTA. Le caratteristiche di una lente dipendono anche dagli indici di rifrazione dei mezzi considerati. Ad esempio una lente biconvessa in aria è positiva ossia convergente ($f > 0$), ma in acqua può essere divergente se n del suo materiale è minore di 1,33.

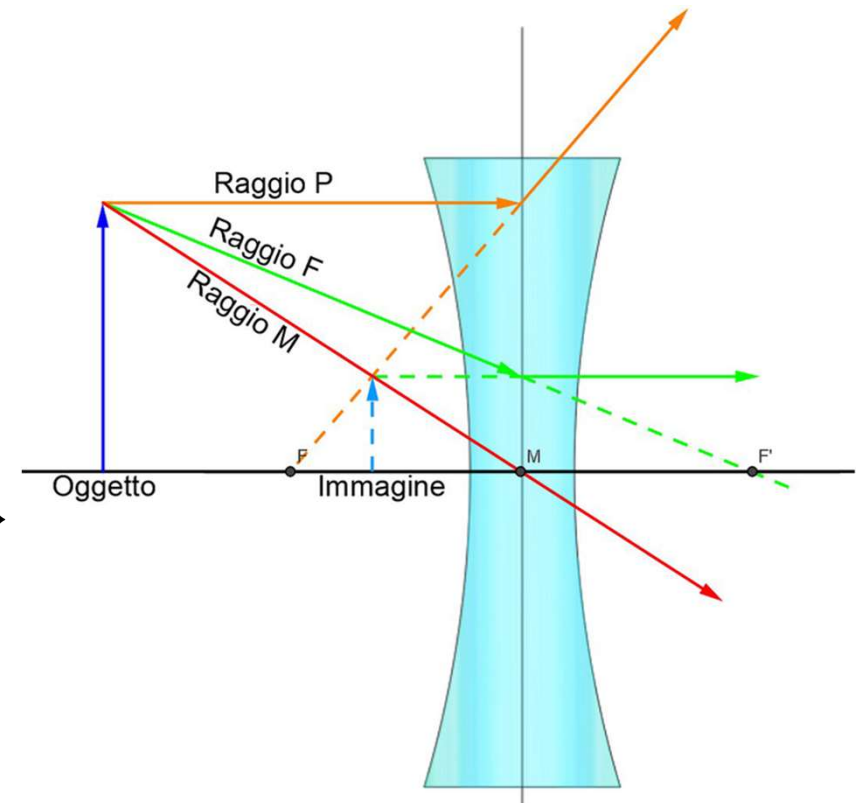
COSTRUZIONE DELL'IMMAGINE PER RAGGI: LENTE CONVERGENTE



Lente d'ingrandimento

Quando $p < f$ allora $q < 0 \rightarrow$ immagine a sinistra e virtuale.

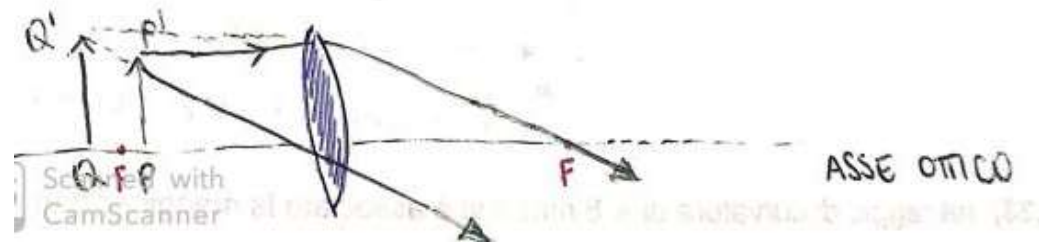
COSTRUZIONE DELL'IMMAGINE PER RAGGI: LENTE DIVERGENTE



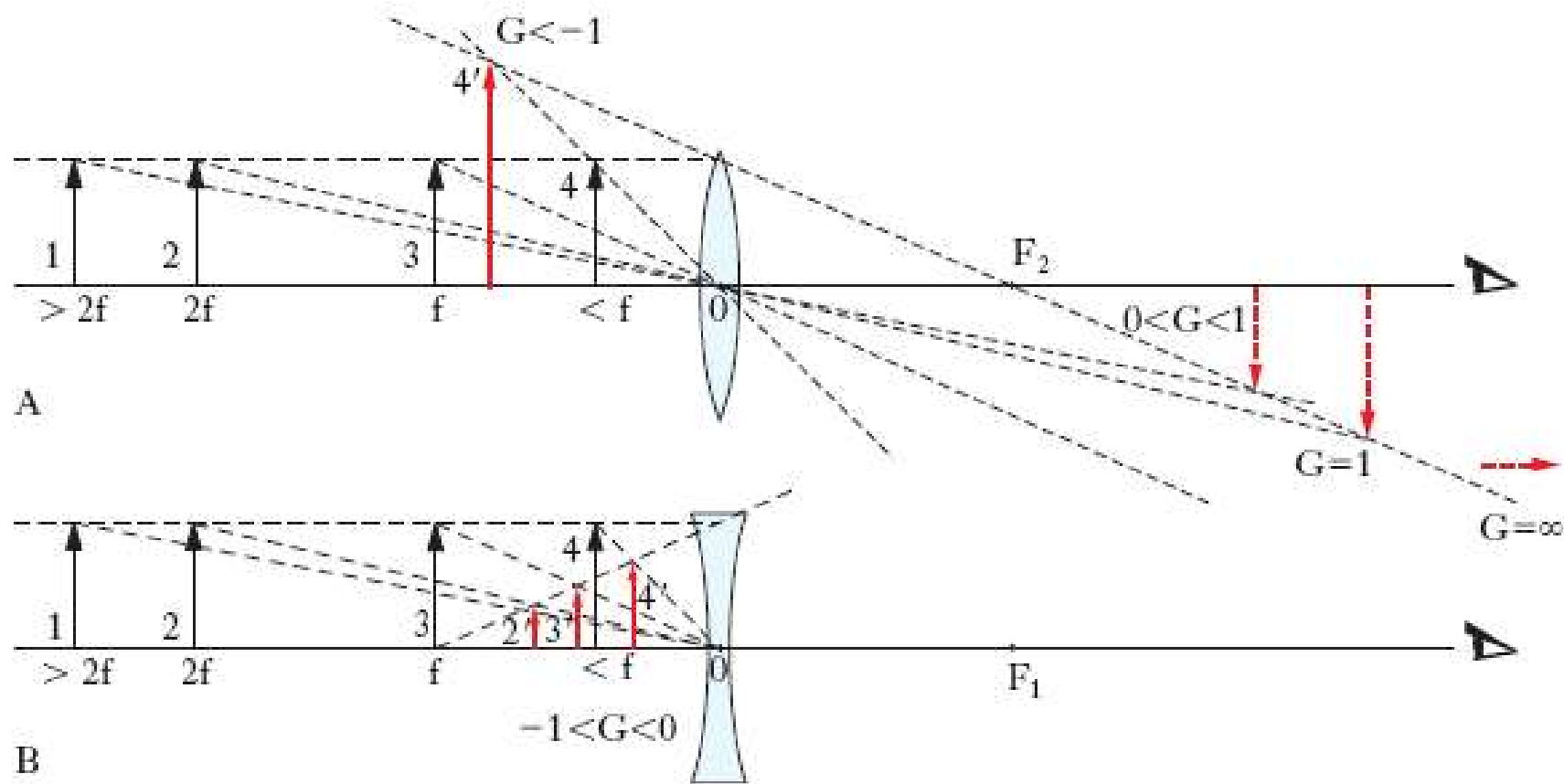
Ingrandimento lineare

INGRANDIMENTO LINEARE G:

$$G = \frac{QQ'}{pp'} = \frac{q}{p} = \frac{q-f}{f} = \frac{f}{p-f}$$

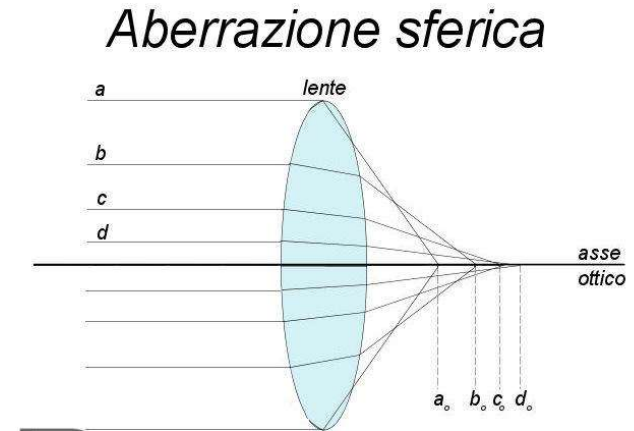


Per la lente di ingrandimento ovviamente $G < 0$ e $|G| > 1$ in quanto $|p - f| < f$.



Aberrazioni: sferica e cromatica

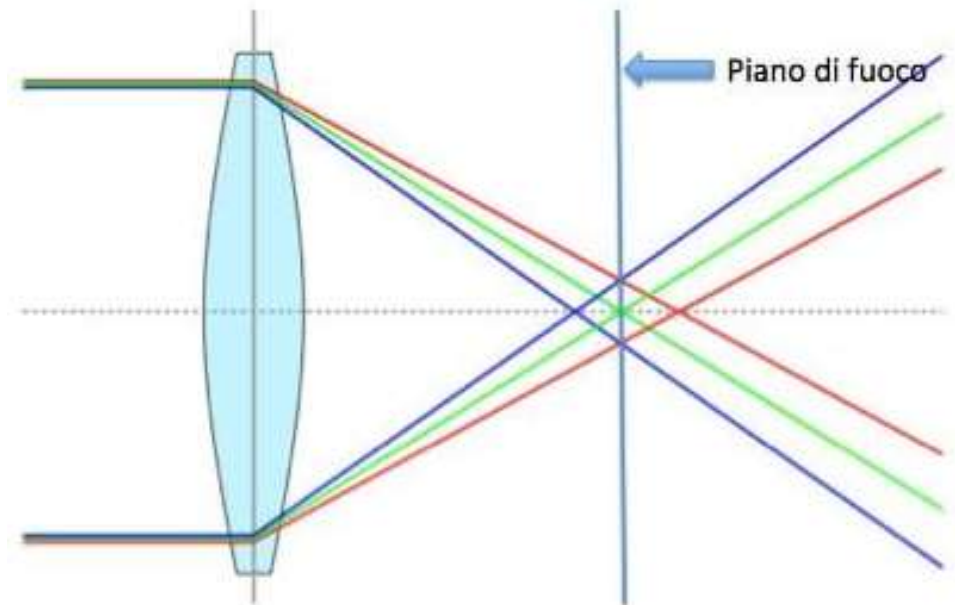
Aberrazione sferica: quando i raggi non sono parassiali. I raggi ad angolo grande rispetto all'asse ottico vengono focalizzati in punti diversi. Si origina così un'immagine sfocata : un punto viene immaginato in un segmento. Si minimizza modificando la curvatura delle superfici oppure schermando la parte più esterna della lente.



Aberrazione cromatica: n dipende da λ , quindi f dipende da λ .

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2(\lambda)}{n_1(\lambda)} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \rightarrow f = f(\lambda)$$

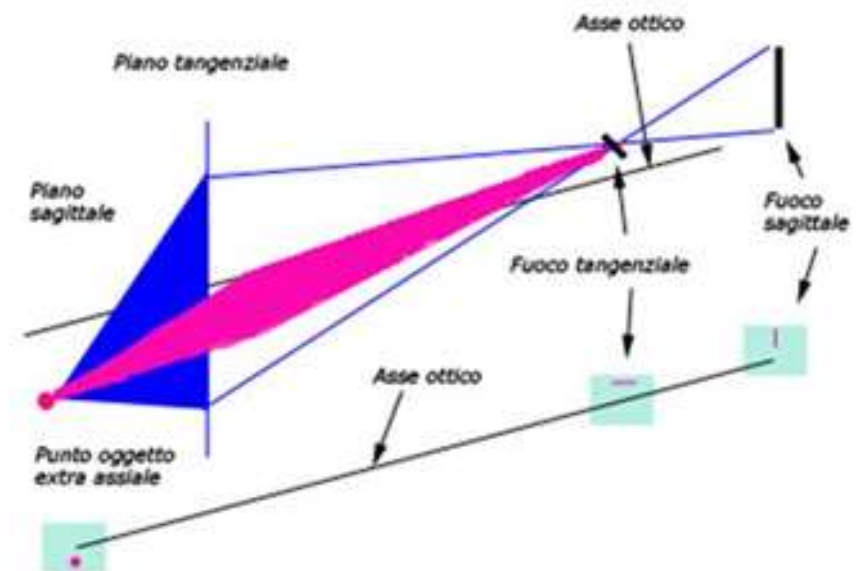
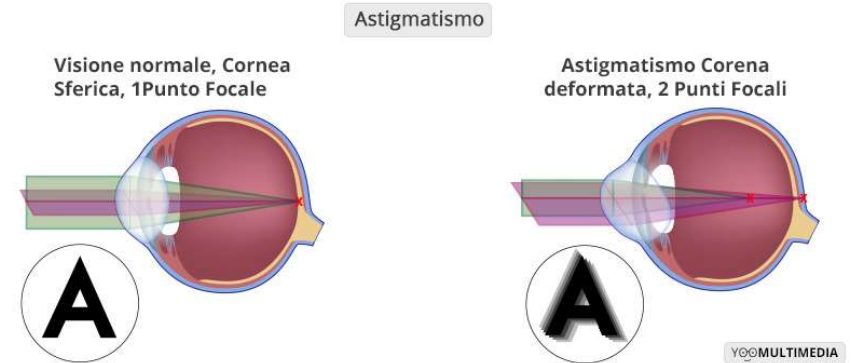
Una sorgente bianca darà luogo a immagini in punti diversi posti a distanze q diverse dalla lente per ogni diverso colore. I bordi delle immagini di lenti appariranno più o meno iridescenti. Accoppiando lenti diverse, convergenti e divergenti, di materiali diversi con indici di rifrazione opportuni, si compensa alle varie frequenze e si minimizza il difetto (**lenti acromatiche**).



Astigmatismo

L'**astigmatismo** (dal [greco](#) ἄ-, ἄν- *a, an*, mancanza, privazione; e *στιγμή* *stigmé*, punto, cioè "non puntiforme") è, in generale, un'aberrazione che si presenta quando il sistema ottico (anche l'occhio) non è in grado di formare un'immagine puntiforme di un oggetto puntiforme. In generale, è dovuto a modifiche morfologiche del sistema ottico, che non ha un raggio di curvatura costante. Nell'occhio è dovuto a modifiche morfologiche di cornea e cristallino.

Astigmatismo extra-assiale: La sorgente puntiforme non giace sull'asse ottico e i suoi raggi non sono tutti parassiali. I raggi che arrivano dalla sorgente hanno una simmetria di rotazione diversa da quella di rotazione attorno all'asse ottico della lente. L'immagine corrisponde a 2 segmenti ortogonali separati da una piccola distanza.



L'occhio umano - anatomia

Cornea (n = 1,33): ha raggio di curvatura di ≈ 8 mm e vi è associata la maggior parte del potere diottrico dell'occhio.

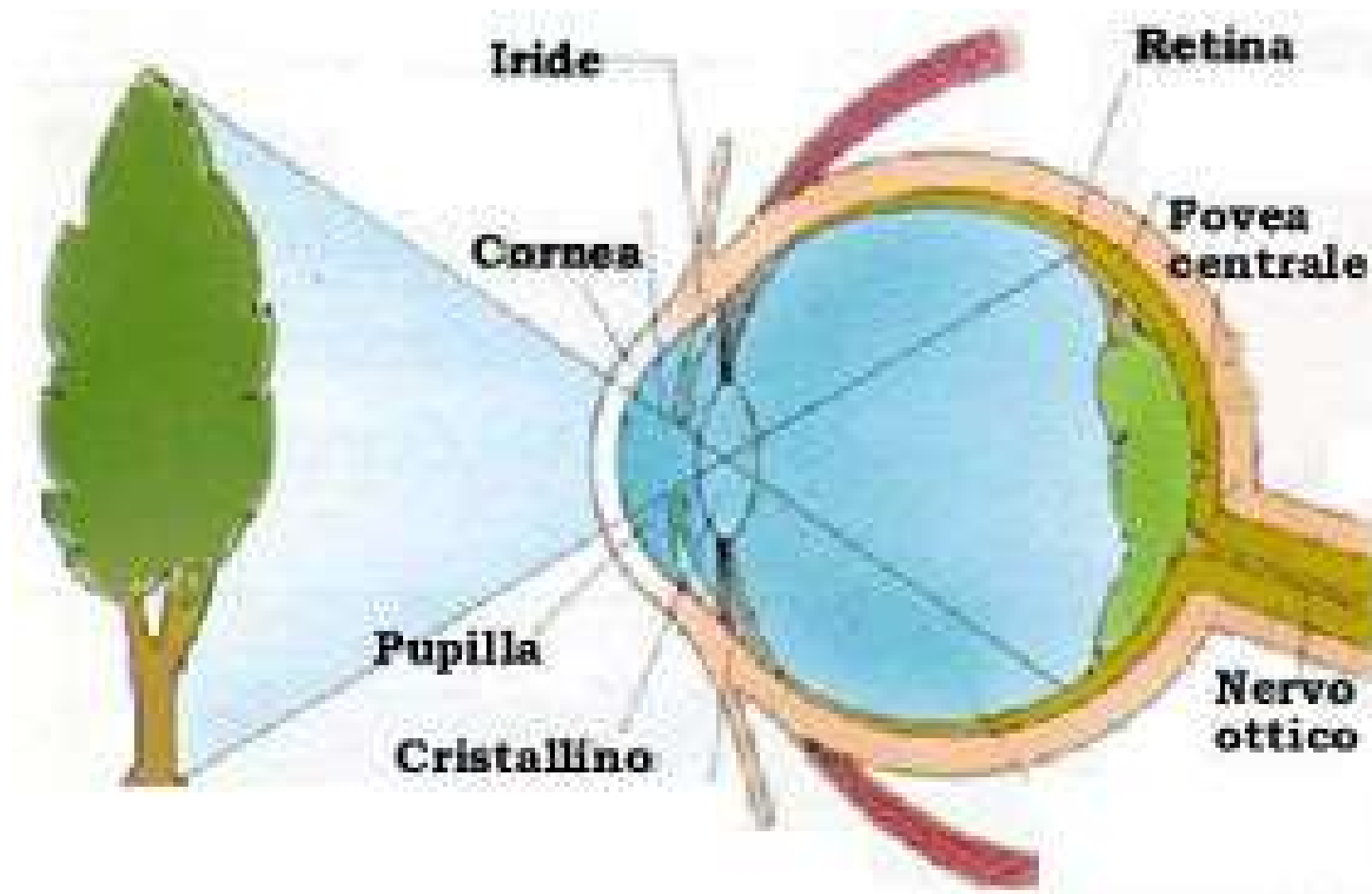
Iride: è la parte colorata dell'occhio; è una membrana elastica con un'apertura centrale detta pupilla. La contrazione della membrana regola le dimensioni della pupilla e l'intensità luminosa.

Cristallino (n = 1,44): è una lente biconvessa con curvatura variabile sulla superficie anteriore regolata dalla contrazione dei muscoli ciliari. La focale del cristallino è, quindi, variabile.

Umor vitreo (n = 1,33): sostanza gelatinosa.

Retina: tessuto nervoso fotosensibile sul quale si formano le immagini a partire dai fotorecettori, coni e bastoncelli. Le immagini si trasformano in potenziali d'azione (elettrodinamici), inviati al cervello per l'elaborazione tramite il nervo ottico.

Macula: detta formalmente **macula lutea**, è la zona centrale dell'occhio umano, la più sensibile agli stimoli luminosi. Ha forma ovale e si trova vicino al centro della retina. La macula nell'uomo ha un diametro di circa 5,5 mm ed è suddivisa in **fovea** e foveola. La fovea è la zona con la massima concentrazione di coni.



Modello dell'occhio ridotto

Si assume l'occhio come un'unica lente di " f " variabile. In condizioni rilassate $f = 17$ mm, pari alla distanza media tra centro della lente (dell'occhio ovvero il cristallino) e retina. In queste condizioni di occhio rilassato abbiamo una visione lontana, $p = \infty$, e pertanto, per motivi anatomici, il *potere diottrico è nelle condizioni di visione lontana*:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,017 \text{ m}} = 59 \text{ diottrie}$$

Punto prossimo: La minima distanza che si può mettere a fuoco nell'adulto medio normale (emmetrope) si trova a 25 cm dall'occhio. Questo valore dipende non solo dal cristallino e dalla distanza cristallino-retina ma anche dal potere rifrattivo della cornea e dal parametro anatomico costituito dalla distanza cornea-cristallino, pari a circa 5 mm in media. In queste *condizioni di visione prossima* si ha un potere diottrico di:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,25 \text{ m}} + \frac{1}{0,017 \text{ m}} = 63 \text{ diottrie}$$

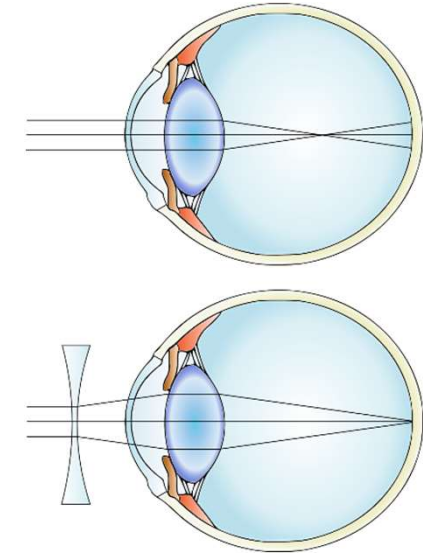
Nell'occhio normale, emmetrope, l'occhio opera con continuità per $p = 25 \text{ cm} - \infty$ (~ 6 m).

Difetti della vista

I PRINCIPALI DIFETTI SONO DOVUTI A PROBLEMI DI RIFRAZIONE O DI ELASTICITÀ DEL CRISTALLINO O ANCORA A DIFETTI ANATOMICI

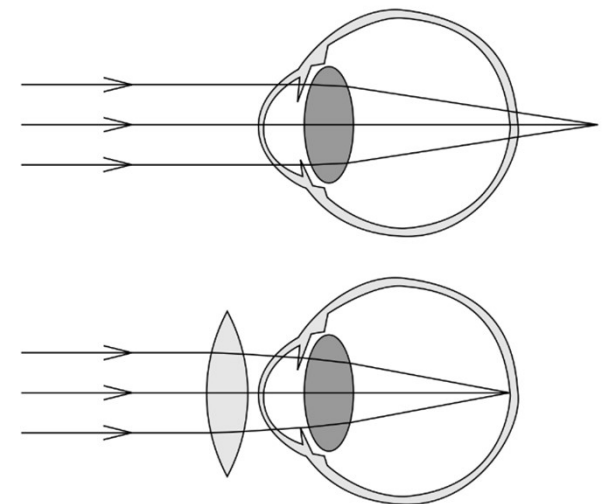
MIOPIA

Il potere diottrico è eccessivo rispetto alle dimensioni dell'occhio. Il punto remoto (talvolta anche il prossimo) vengono focalizzati prima della retina. Si corregge ponendo una lente divergente davanti all'occhio. L'immagine correttiva formata risulta virtuale, diritta e rimpicciolita.



IPERMETROPIA

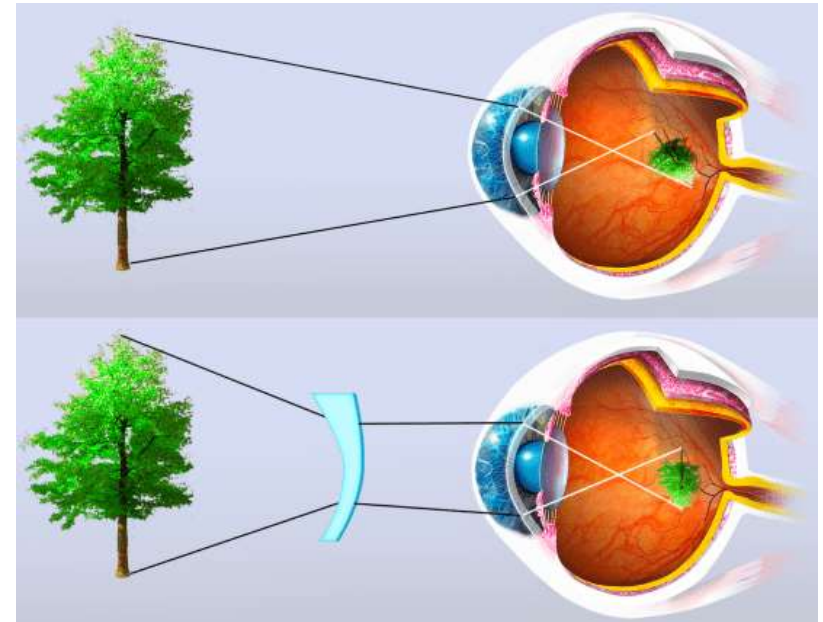
Le dimensioni dell'occhio sono troppo piccole rispetto al suo potere diottrico. Il punto remoto viene focalizzato dietro la retina. Viene corretto ponendo una lente convergente davanti all'occhio. L'immagine correttiva risulta virtuale, diritta e ingrandita.



Difetti della vista (2)

ASTIGMATISMO

È dovuto alla non perfetta sfericità della cornea (difetto *rifrattivo-anatomico*). Il raggio di curvatura lungo un asse è diverso dal raggio di curvatura lungo un altro asse, perpendicolare al primo. Si cura con lenti cilindriche che influenzano il percorso dei raggi luminosi su di un solo piano, senza influenzare la rifrazione di altri piani.

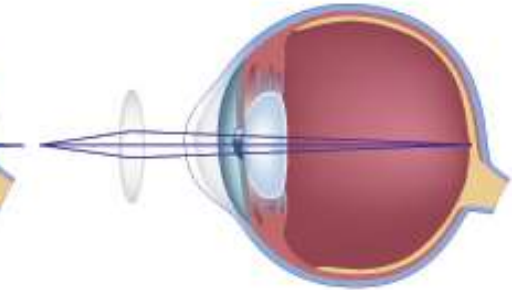
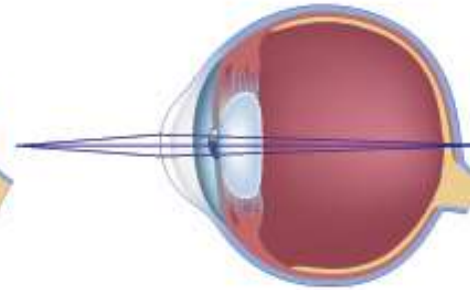
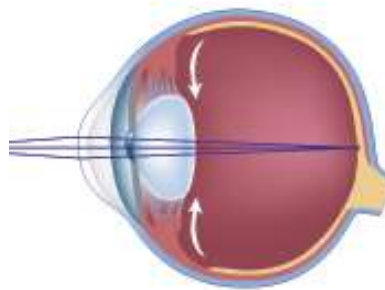


PRESBIOPIA

È dovuta all'invecchiamento dei muscoli ciliari e del cristallino, che perde in elasticità e non riesce a incurvarsi abbastanza. Si cura con lenti convergenti come l'ipermetropia.

LA LENTE SI INGROSSA PER METTERE A FUOCO OGGETTI VICINI

LA LENTE È IRRIGIDITA E NON RIESCE A METTERE A FUOCO OGGETTI VICINI



VISIONE NORMALE

PRESBIOPIA

PRESBIOPIA CORRETTA

Focale equivalente per più lenti affacciate (o molto vicine)

Lenti sottili addossate

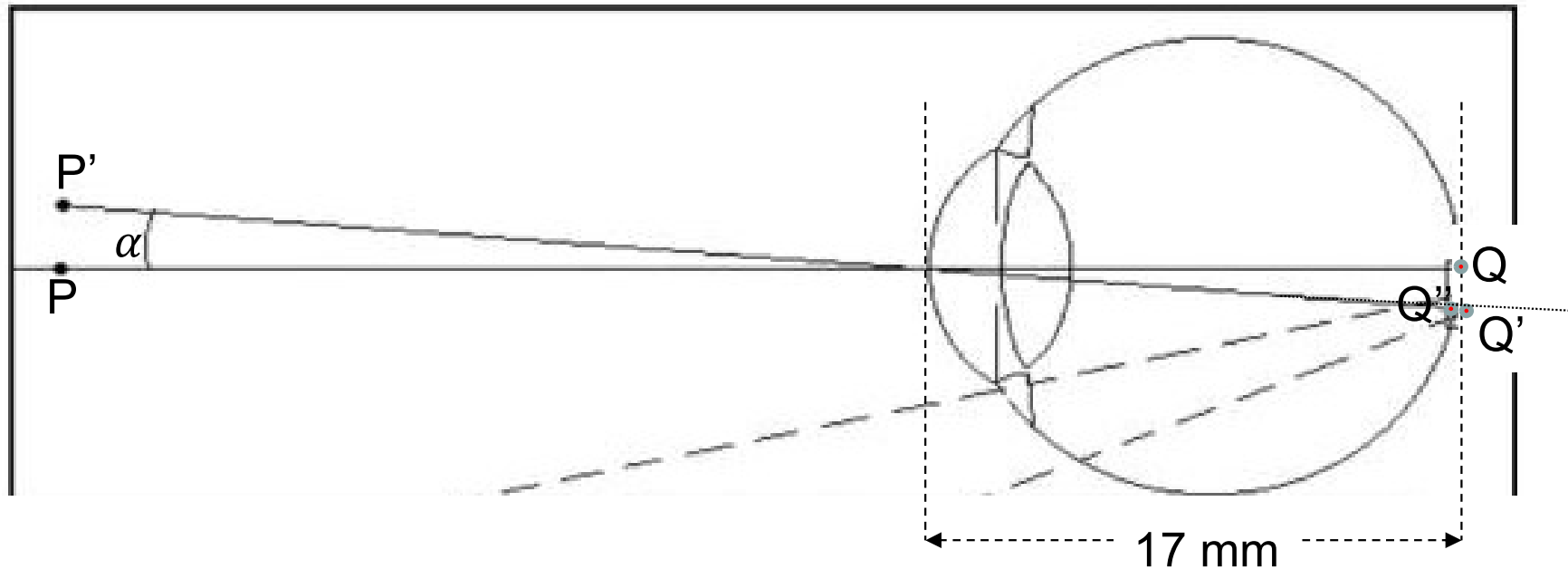
- Si dicono addossate lenti la cui distanza è nulla
- Si può dimostrare (nel caso di due lenti) che vale la seguente relazione tra le distanze focali delle lenti e la distanza focale equivalente del sistema

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

- Ovvero, in termini di potenza $P_{eq} = P_1 + P_2$

Meccanismo della visione: acuità visiva

Acuità visiva: 2 sorgenti puntiformi P e P' sono viste come distinte quando illuminano recettori non contigui.



Il diametro dei coni sulla fovea è di $1,5 \mu\text{m}$. Lì è massima la densità di coni. Per non urtare 2 coni contigui poniamo $QQ' \approx 4 \mu\text{m}$. ($QQ'' \approx QQ'$). Dalla trigonometria dei triangoli rettangoli si ha:

$$\sin \alpha = \frac{QQ'}{0,017 \text{ m}} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{0,017 \text{ m}} \rightarrow \alpha \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

Dalla diffrazione deriva un altro limite che si tocca quando la distanza tra fotorecettori diventa paragonabile alla λ della luce. Questo limite è più piccolo, infatti risulta:

$$\alpha_{\text{diffr.}} \lesssim 1 \cdot 10^{-4} \text{ rad.} < 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

Il fattore limitante viene ad essere il dettaglio strutturale della retina.

Meccanismo della visione: percezione del colore

I coni fotorecepiscono i colori e sono soprattutto nella fovea intorno all'asse ottico. I bastoncelli sono distribuiti intorno all'asse ottico. I bastoncelli sono distribuiti in modo uniforme sulla retina (meno sulla fovea) e sono 1000 volte più sensibili dei coni. Hanno un unico pigmento, la rodopsina, che ha un picco di assorbimento a 500 nm (blu – verde). In queste condizioni vediamo gli oggetti con scarsa illuminazione (visione scotopica. Ai bastoncelli è legata la visione laterale - “coda dell'occhio”). La visione laterale in modo acromatico permette di cogliere oggetti in movimento. A 15° dall'asse ottico sul lato nasale esiste una piccola area cieca dovuta all'ingresso del nervo ottico. Non ne siamo consapevoli perché il cervello *integra* nel ricostruire le immagini. I coni hanno 3 pigmenti:

X = generico colore misto

A,B,C = colori fondamentali (solitamente blu, verde, rosso)

$$X = aA + bB + cC$$

a,b,c = coefficienti relativi alle intensità dei colori A,B,C per costituire X.

Rappresentazione vettoriale dei colori: $X = (a,b,c)$