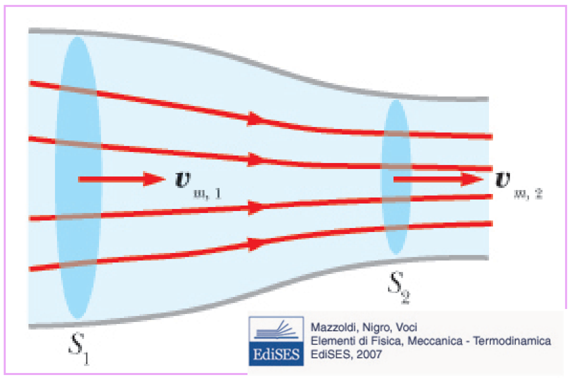
Esercizio n. 1 In un condotto orizzontale, sufficientemente largo in modo che gli effetti dovuti agli attriti interni siano trascurabili, scorre dell'acqua in moto stazionario con velocità di 10 m/s. Quanto vale la variazione di pressione che si verifica in corrispondenza di una strozzatura che riduce alla metà la sezione del condotto?

a) 1.5 atm b) 0.5 atm c) 100 Torr d) 38 Torr e) 1 Torr



Applichiamo il teorema di Bernoulli alle superfici S_1 e S_2

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Osserviamo che le due superfici sono alla stessa quota per chi $h_1 = h_2$

Inoltre $S_1 = 2\,S_2$ $\Longrightarrow$ $\frac{S_1}{S_2} = 2$

$v_1 S_1 = v_2 S_2$ $\Longrightarrow$ $v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1 = 2 v_1$ $\Longrightarrow$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(4v_1^2 - v_1^2) = \frac{3}{2}\rho v_1^2 = \frac{3}{2} \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \times 100\,\mathrm{m^2/s^2} =$$

$$1.5 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2} \approx 1.5\,\mathrm{atm}$$

Esercizio n. 2 Quale potenza deve avere una pompa affinché sotto la differenza di pressione di 0.5 atm fornisca un flusso di 0.6 m^3/min?

a) 300 W b) 3 kW **c) 500 W** d) 5 kW e) 234 W

Sappiamo che il lavoro è dato da:

$$L = p\Delta V$$

Lavoro fatto dalle forze di pressione

La potenza quindi è:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = p\frac{\Delta V}{\Delta t} = pQ$$

Sostituendo i valori numerici:

$$P = pQ = \left(0.5 \times 10^5 \frac{N}{m^2}\right) \times \left(\frac{0.6 m^3}{60 s}\right) = 500 W$$

Esercizio. 3 Un circuito idraulico è costituito da un tubo di diametro 2 mm lungo 2 m (collegato ad una pompa) in cui scorre acqua ($\eta = 10^{-3}$ Pa s) con una portata di 1 cm^3/s. Quanto vale la velocità media dell'acqua nel tubo? Il moto è laminare o turbolento? Quanto vale la resistenza idraulica del condotto? Quale differenza di pressione deve essere applicata ai capi del condotto e quale potenza viene erogata dalla pompa? Se ad un certo punto, il tubo viene parzialmente ostruito per un tratto lungo 10 cm, al punto da dimezzare il diametro per quel tratto, quanto vale la nuova resistenza idraulica del circuito? Di quanto deve aumentare in percentuale la potenza erogata dalla pompa per mantenere costante la portata?

a) 31.8 cm/s; 5.1 10^9 Pa s/m^3; 5.2 10^3 Pa; 5 mW; 8.9 10^9 Pa s/m^3; 75%
b) 31.8 cm/s; 10.1 10^9 Pa s/m^3; 7.1 10^3 Pa; 5 mW; 8.9 10^9 Pa s/m^3; 20%
c) 22.7 cm/s; 5.1 10^9 Pa s/m^3; 4.3 10^3 Pa; 9 mW; 3.5 10^9 Pa s/m^3; 90%
d) 17.6 cm/s; 1.2 10^9 Pa s/m^3; 3.3 10^3 Pa; 10 mW; 8.9 10^9 Pa s/m3; 45%
e) 11.0 cm/s; 1.2 10^9 Pa s/m^3; 4.5 10^3 Pa; 30 mW; 8.9 10^9 Pa s/m^3; 75%

La velocità media v_m legata alla portata dalla relazione:

$$Q = v_m S$$

Da cui:

$$v_m = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot (1cm^3/s)}{(3.14)(0.2cm)^2} = 31.8cm/s$$

Per stabilire se il moto è laminare o turbolento bisogna calcolare il numero di Reynolds:

Il moto è laminare

$$N_R = \frac{v_m \rho r}{\eta} = \frac{(0.318 m/s)(1000 kg/m^3)(10^{-3} m)}{(10^{-3} Pa \cdot s)} = 318$$

La resistenza idraulica è definita come: $R = \dfrac{\Delta P}{Q}$

Legge di Poiseuille

Nel caso di flusso laminare in tubi cilindrici rigidi l'impedenza idraulica può essere calcolata e vale:

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4} = \frac{8 \cdot (10^{-3} Pa \cdot s)(2m)}{(3.14) \cdot (10^{-3} m)^4} = 5.1 \times 10^9 Pa \cdot s / m^3$$

La differenza di pressione che deve essere applicata per ottenere la portata Q, vale:

$$\Delta P = R \times Q = (5.1 \times 10^9 Pa \cdot s / m^3) \times (10^{-6} m^3 / s) = 5.1 \times 10^3 Pa$$

La potenza erogata è pari all'energia per unità di tempo fornita dalla pompa, la differenza di pressione ai capi del circuito è pari all'energia per unità di volume fornita dalla pompa al liquido:

$$W_{erogata} = \Delta P \times Q = (5.1 \times 10^3 Pa)(10^{-6} m^3 / s) = 5 mW$$

Se il tubo viene parzialmente ostruito, si avranno due tratti di tubo: uno lungo L' = L-Δx di raggio r, uno lungo Δx di raggio r' = r/2. La resistenza idraulica sarà data dalla resistenza idraulica totale dei due tratti di tubo:

$$R_T = R_1 + R_2 = \frac{8\eta(L-\Delta x)}{\pi r^4} + \frac{8\eta\Delta x}{\pi\left(\frac{r}{2}\right)^4} = \frac{8\eta}{\pi r^4}(L+15\Delta x) = \frac{8\eta L}{\pi r^4}(1+15\Delta x / L)$$

$$R_T = R(1+15\Delta x / L) = R\left(1+15\frac{0.1m}{2m}\right) = R\cdot 1.75 = 8.9\times 10^9\, Pa\cdot s/m^3$$

La variazione percentuale di potenza richiesta alla pompa è data da:

$$\frac{W'-W}{W}\times 100$$

Ma:

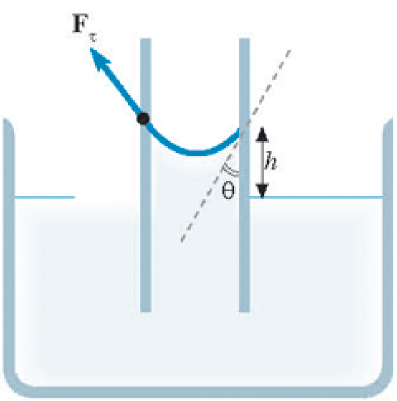
$$W_{erogata} = \Delta P\times Q = (RQ)\times Q = RQ^2$$

Quindi:

$$\frac{W'-W}{W}\times 100 = \frac{R'-R}{R}\times 100 = \frac{(1.75-1)R}{R}\times 100 = 75\%$$

Esercizio n. 4 Sapendo che i canalicoli attraverso cui sale la linfa, in estate costituita prevalentemente di acqua (tensione superficiale = $7\ 10^{-2}$ N/m), negli alberi hanno raggio dell'ordine di 20 μm, si può affermare che:

a) il trasporto della linfa è determinato dai fenomeni di superficie
b) i fenomeni di superficie non hanno nessuna influenza sul trasporto della linfa negli alberi
c) negli alberi esiste un meccanismo di trasporto della linfa fino alle foglie indipendente dai fenomeni di superficie
d) la linfa non può salire nelle piante ad un'altezza maggiore di 1 m
e) nessuna delle precedenti



$\theta = 0°$ massimo innalzamento

$$h = \frac{2\tau}{\rho g r} = \frac{2 \times (7 \times 10^{-2}\ \mathrm{N/m})}{(10^3\ \mathrm{kg/m^3}) \times (9.81\ \mathrm{m/s}) \times (20 \times 10^{-6}\ \mathrm{m})} = 0.7\ \mathrm{m}$$

$0° \leq \theta < 90°$
$0 \leq \cos\theta < 1$
innalzamento

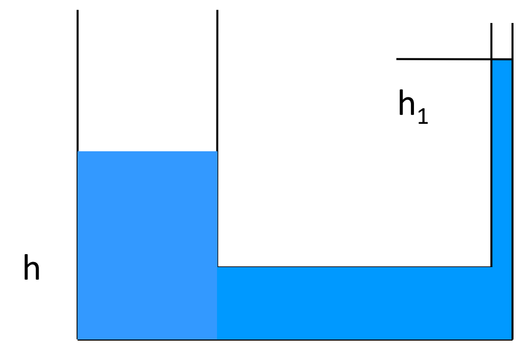
Per effetto della tensione superficiale la linfa potrebbe arrivare ad una quota massima di 70 cm, pertanto NON può essere solo la tensione superficiale la causa di trasporto della linfa.

Esercizio n. 5 Un tubo capillare di raggio interno r = 0.05 cm è collegato (v. figura) ad un tubo di sezione grande (cioè, per questo tubo non si hanno fenomeni di capillarità). Si versa dell'acqua nel tubo a sezione maggiore fino al livello h = 10 cm: quanto vale l'altezza h_1 dell'acqua nel tubo capillare? (tensione superficiale dell'acqua τ = 7.6 10^{-2} N/m)

a) 13 cm b) 12 mm c) 10 cm d) 7 cm e) 1 mm

L'equilibrio nel capillare si ha quando:

$$mg = \tau l$$



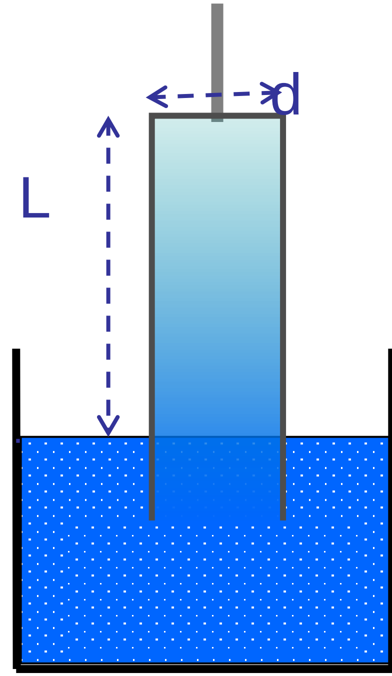
$$(h_1 - h)dr^2\pi g = 2\pi r\tau$$

$$(h_1 - h)drg = 2\tau$$

$$h_1 = h + \frac{2\tau}{dgr} = (0.10\, m) + \frac{2 \times \left(7.6\; 10^{-2} \frac{N}{m}\right)}{\left(1000\ {}^{kg}/_{m^3}\right) \times \left(9.81\, {}^{m}/_{s^2}\right) \times (0.05\; 10^{-2} m)} = 0.13\, m$$

Esercizio n. 6 Il profilo di filo metallico in figura viene sollevato di un tratto L = 5 cm in un liquido di tensione superficiale 10 $^{-2}$ N/m in modo che al suo interno si produca una lamina liquida. Trascurando il peso del liquido e del profilo, quale lavoro bisogna compiere per sollevare il profilo, sapendo che d = 1 cm ?

a) 10 J **b) 10^{-5} J** c) 15 10^{-2} J d) 45 J e) 1 MJ



La tensione superficiale è data da: $\tau = \dfrac{L}{\Delta S}$

Quindi:

$$L = \tau\,\Delta S = \tau 2Ld = (10^{-2} N/m)\times 2\times(5\times 10^{-2} m)\times(10^{-2} m) = \\ = 10^{-5}\ J$$

Il fattore 2 è dovuto al fatto che
la lamina è composta da 2 superfici

Esercizio n. 7 Quanto vale la differenza di pressione tra l'interno e l'esterno di una bollicina d'aria di raggio 0.1 mm che si trova alla profondità di 10 m in acqua (tensione superficiale = $7 \; 10^{-2}$ N/m).

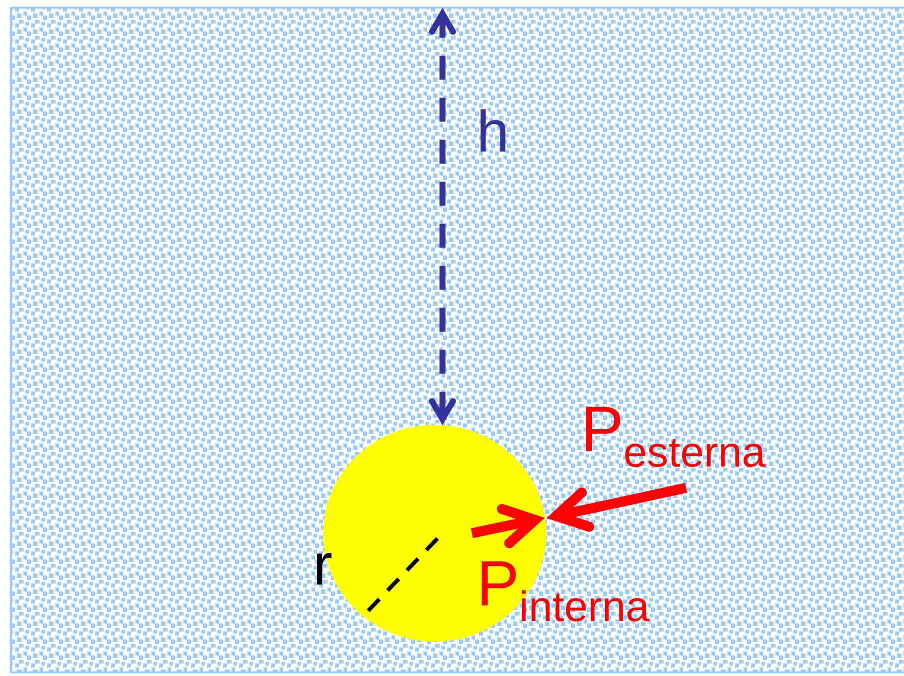
a) 10^5 N/m^2 **b) 1400 Pa** c) 1.14 10^5 Pa d) 1.4$10^{-3}$ N/m^2 e) 14 MPa

La differenza di pressione tra l'interno e l'esterno della bollicina d'aria è data da:

Legge di Laplace

$$\Delta p = \frac{2\tau}{r} = \frac{2\times(7\times10^{-2}\,\mathrm{N/m})}{(10^{-4}\,\mathrm{m})} =$$

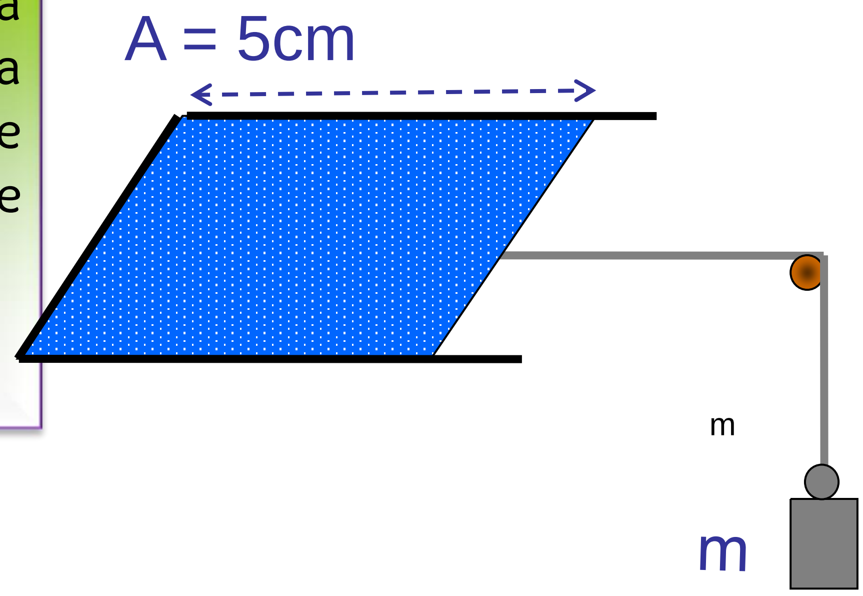
$$= 14\times10^{2}\,\mathrm{Pa} = 1400\ \mathrm{Pa}$$



Esercizio n. 8 Quale valore deve avere la massa m affinché il suo peso possa equilibrare gli effetti della tensione superficiale (τ = 0,06 N/m) sul lato mobile A della lamina liquida ?

a) 60 g **b) 0.6 g**

c) 3 g d) 0.3 g e) 5 g



Sappiamo che: $$\tau = \frac{F}{2A}$$

Il fattore 2 è dovuto al fatto che la lamina è composta da 2 superfici

Dalla seconda legge della dinamica:

$$\tau 2A = mg$$

Quindi:

$$m = \frac{\tau 2A}{g} = \frac{2 \times (0.06 N/m) \times (5 \times 10^{-2} m)}{9.81 m/s^2} = 0.6 g$$

Esercizio n. 9 Al termine di un'espirazione il raggio degli alveoli è R = 50 μm, le pressioni al loro interno e nella cavità pleurica sono rispettivamente p_i = - 3 mmHg p_e = - 4 mmHg rispetto alla pressione atmosferica. Calcolare la tensione superficiale della parete degli alveoli.

a) $2\ 10^{-8}$ N/m
b) $8\ 10^{-6}$ N/m
c) $3\ 10^{-3}$ N/m
d) $10\ 10^{-5}$ N/m
e) $2\ 10^{-3}$ N/m

Assumiamo l'alveolo come una bolla sferica (immaginata con 2 superfici di separazione) per cui possiamo applicare la legge di Laplace:

$$\Delta p = \frac{4\,\tau}{R} \quad \Longrightarrow \quad \Delta p = p_i - p_e = 1\ mmHg = 133\ Pa$$

$$\tau = \frac{R\,\Delta p}{4} = \frac{(0.5\ 10^{-4} m) \times (133\ Pa)}{4} = 2\ 10^{-3}\ N/m$$

La tensione superficiale dell'acqua a 37° C vale $7\ 10^{-2}$ Nm^{-1}; il risultato ottenuto indica pertanto la presenza di sostanze tensioattive che hanno ridotto la tensione superficiale dell'acqua nell'alveolo.

Esercizio n. 10 Determinare quale deve essere il lavoro fatto per introdurre bolle di aria nell'acqua, se tali bolle hanno un raggio r = 0.4 mm e la quantità totale di aria miscelata è di 2 cm^3 (la tensione superficiale dell'acqua è 0.0727 J/m^2).

a) 1.1 10^{-3} J b) 4.3 10^{-6} J c) 9.9 10^{-2} J
d) 1.1 10^{-4} J e)4.6 10^{-2} J

Il volume di una bolla è: $$v = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Il numero di bolle che si potranno formare è: $$n = \frac{V}{v} = \frac{3\,V}{4\,\pi\, r^3}$$

Il lavoro fatto per creare una singola bolla: $$L_1 = \tau\, S = 4\,\pi\, r^2\,\tau$$

Il lavoro totale per formare n bolle è:

$$L_n = \tau\, S\, n = \frac{3\,\tau\, V}{r} = \frac{3\times\left(0.0727\,\frac{J}{m^2}\right)\times(2\,10^{-6}\,m^3)}{(0.4\,10^{-3}\,m)} = 1.1\,10^{-3}\,J$$