



FISICA II

Lez. 14 – Formazione delle immagini

Prof. Giovanni Mettivier



Prof. Giovanni Mettivier, PhD

Dipartimento Scienze Fisiche

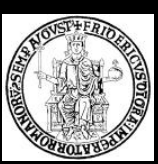
Università di Napoli "Federico II"

Compl. Univ. Monte S. Angelo

Via Cintia, I-80126, Napoli

mettivier@na.infn.it

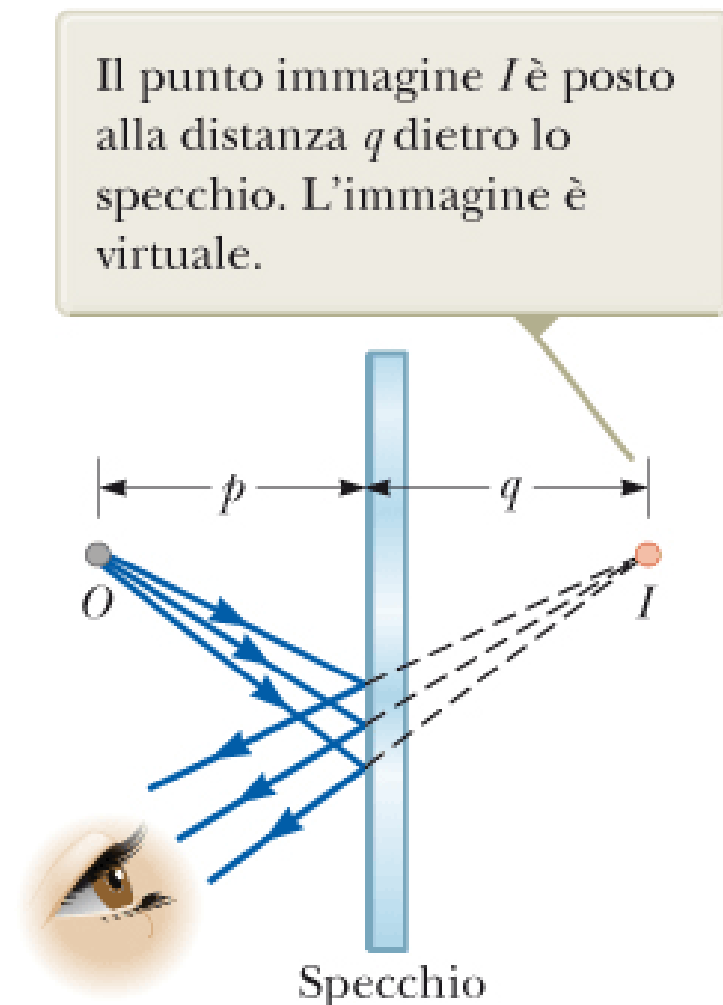
+39-081-676137



- Distinguere tra immagini reali e immagini virtuali.
- Disegnare il diagramma de raggi per la riflessione su uno specchio piano di un fascio emesso da una sorgente puntiforme, indicando la distanza dell'oggetto e la distanza dell'immagine.
- Mettere in relazione, con i segni algebrici la distanza dell'oggetto p con la distanza dell'immagine i .



La formazione dell'immagine da parte di uno specchio può essere compresa attraverso il comportamento dei raggi luminosi descritto tramite il modello di analisi di onda riflessa. Consideriamo una sorgente puntiforme di luce posta in O ad una distanza p davanti a uno specchio piano. La distanza p è indicata come **distanza dell'oggetto**. I raggi di luce provenienti dalla sorgente sono riflessi dallo **specchio**. Dopo la riflessione, i raggi continuano a divergere. Le linee tratteggiate in fig. sono prolungamenti dei raggi divergenti fino al punto di intersezione I . I raggi divergenti appaiono all'osservatore come provenienti dal punto I dietro lo schermo. Il punto I si chiama **immagine dell'oggetto** posto in O . La distanza q è detta **distanza immagine**.





Le immagini sono divise in **reali** e **virtuali**. Un'immagine reale è quella in cui la luce passa attraverso il punto immagine e diverge; una immagine virtuale è quella in cui la luce non passa attraverso il punto immagine ma appare soltanto divergere da quel punto.

L'immagine di un oggetto reale visto in uno specchio piano è sempre virtuale.

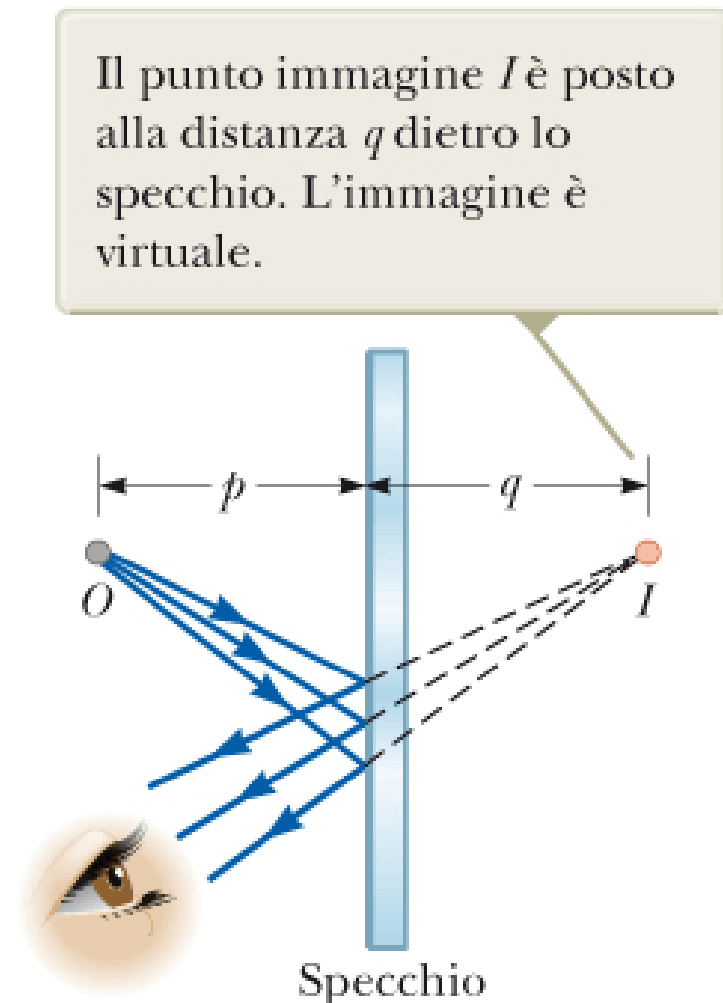
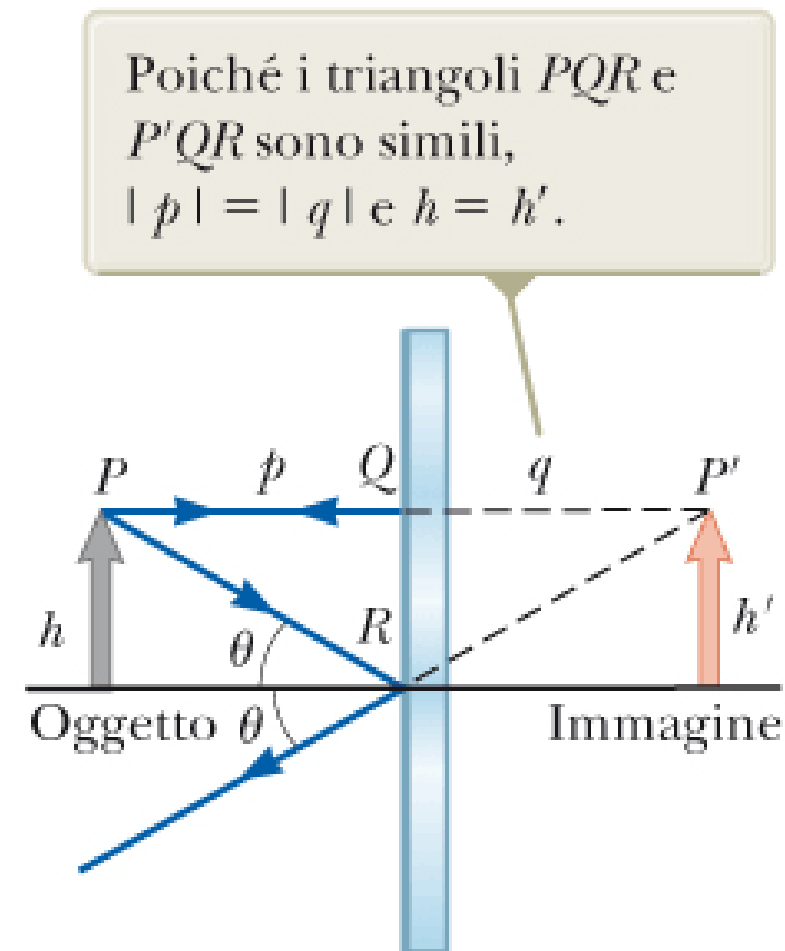
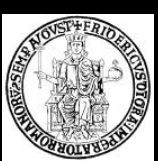




Diagramma dei raggi

Per trovare dove si forma un'immagine, è sempre necessario seguire almeno due raggi di luce quando si riflettono sullo specchio. Uno di questi raggi parte da P , segue una traiettoria orizzontale PQ verso lo specchio, e si riflette all'indietro su se stesso. Il secondo raggio segue la traiettoria obliqua PR e si riflette con lo stesso angolo secondo la legge della riflessione. Possiamo prolungare i due raggi riflessi all'indietro sino al punto da cui essi sembrano divergere, cioè il punto P' .





La figura definisce le convenzioni dei segni per la distanza oggetto e la distanza immagine per ogni tipo di specchio, mentre la tabella riassume le convenzioni sui segni per tutte le grandezze.



Tabella 36.1 Convenzione sui segni per gli specchi

Grandezza	Positiva quando ...	Negativa quando ...
Posizione oggetto (p)	l'oggetto è davanti allo specchio (oggetto reale).	l'oggetto è dietro allo specchio (oggetto virtuale).
Posizione immagine (q)	l'immagine è davanti allo specchio (immagine reale).	l'immagine è dietro allo specchio (immagine virtuale).
Altezza immagine (h')	l'immagine è diritta.	l'immagine è capovolta.
Distanza focale (f) e raggio (R)	lo specchio è concavo.	lo specchio è convesso.
Ingrandimento (M)	l'immagine è diritta.	l'immagine è capovolta.



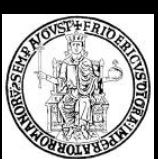
- L'immagine è la riproduzione di un oggetto ottenuta mediante la luce. Se l'immagine si può comporre su una superficie, si tratta di un'immagine reale e può sussistere anche se non è presente un osservatore. Se l'immagine richiede le capacità visuali di un osservatore, è un'immagine virtuale.
- Uno specchio piano può formare un'immagine virtuale di una sorgente di luce (chiamata oggetto) reindirizzando i raggi di luce provenienti dalla sorgente. L'immagine si può vedere come se si trovasse nel punto dove si incontrano tutti i prolungamenti dei raggi riflessi, dentro lo specchio. La distanza p dell'oggetto dallo specchio è legata alla distanza apparente i dell'immagine dallo specchio tramite la relazione

$$i = -p$$

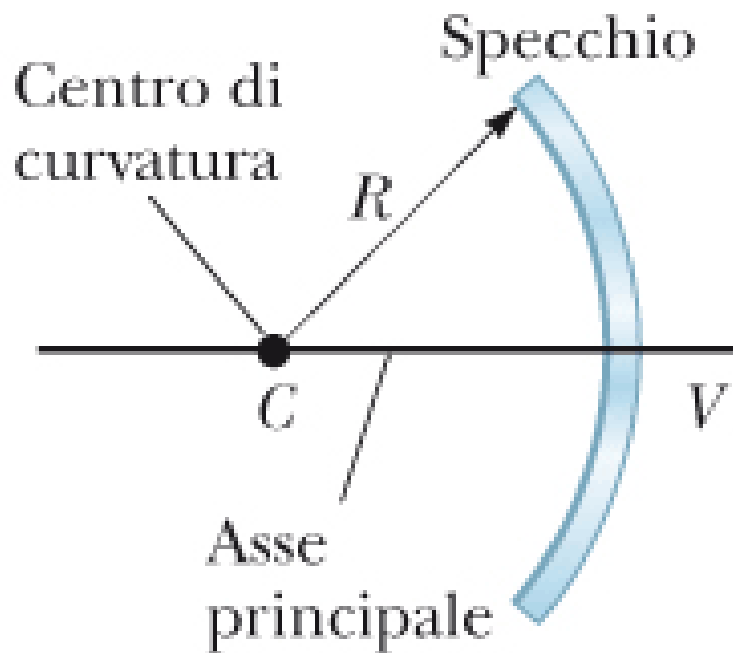
La distanza p dell'oggetto è una quantità positiva. La distanza i di un'immagine virtuale è negativa.



- Distinguere tra uno specchio sferico concavo e uno convesso.
- Tracciare un diagramma dei raggi, sia per uno specchio concavo sia per uno convesso, che illustri la riflessione dei raggi luminosi incidenti parallelamente all'asse centrale, con l'indicazione di come si forma il punto focale reale o virtuale.
- Distinguere un punto focale reale da uno virtuale, indicare la corrispondenza con i tipi di specchi, identificare il segno algebrico da associare alle distanze focali.
- Trovare la relazione tra la distanza focale e il raggio di uno specchio sferico.
- Distinguere le posizioni e gli orientamenti di un'immagine reale e di una virtuale per uno specchio concavo.
- Disegnare, per un oggetto collocato di fronte a uno specchio convesso, le riflessioni di almeno due raggi per delineare l'immagine e riconoscerne il tipo e l'orientamento.
- Capire quale tipo di specchio può generare le immagini sia reali sia virtuali e quale invece può dar luogo solo a immagini virtuali.
- Individuare il segno algebrico per la distanza dell'immagine i sia virtuale sia reale.
- Applicare la relazione che intercorre tra la distanza focale f , la distanza dell'oggetto p e la distanza dell'immagine i per specchi piani, concavi e convessi.
- Applicare la relazione tra l'ingrandimento trasversale m , l'altezza dell'immagine h' , l'altezza dell'oggetto h e la distanza dell'oggetto p .



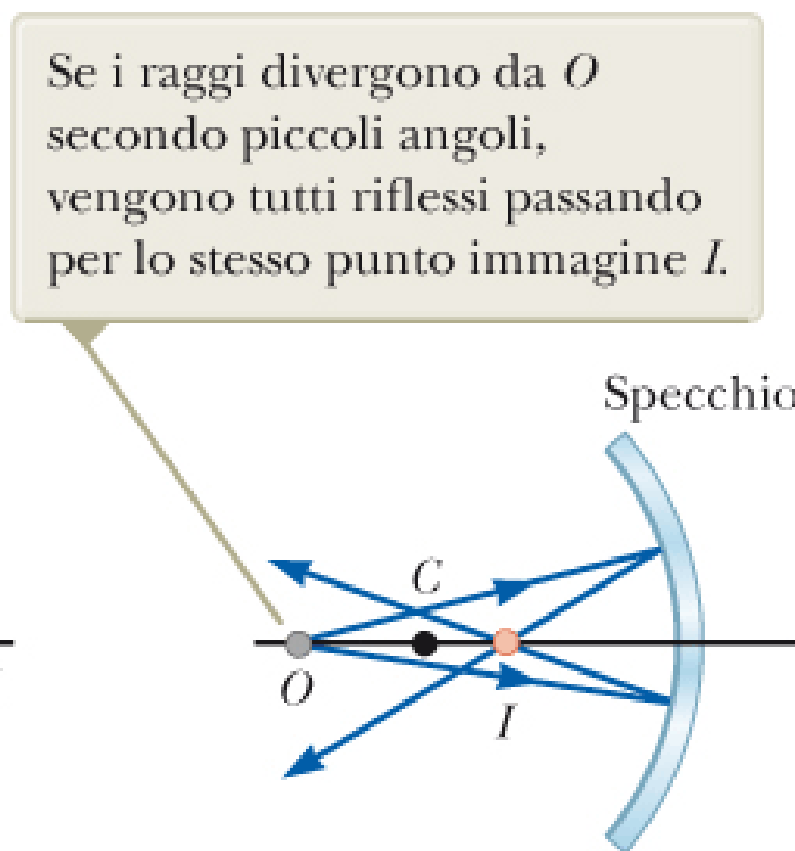
Uno **specchio sferico** è una superficie riflettente ed ha la forma di una calotta sferica. Un tale specchio, in cui la luce è riflessa dalla superficie interna, concava, è chiamato **specchio concavo**. Lo specchio ha un **raggio di curvatura** R , e il suo **centro di curvatura** è nel punto C . Il punto V è il **vertice** della calotta sferica, e la linea tracciata da C a V si chiama **asse principale dello specchio**.





Consideriamo una sorgente puntiforme di luce posta nel punto O , sull'asse principale oltre il punto C all'esterno. Sono mostrati due raggi divergenti originati in O . Dopo essere riflessi dallo specchio, questi raggi convergono e si incontrano in I , il punto immagine. I raggi poi continuano a divergere da I come se li vi fosse una sorgente di luce.

Quindi, se gli occhi rivelano i raggi divergenti dal punto I , si può affermare che una sorgente di luce è posta in quel punto. I raggi di luce stavolta passano attraverso il punto immagine, e quindi l'immagine è un'immagine reale.





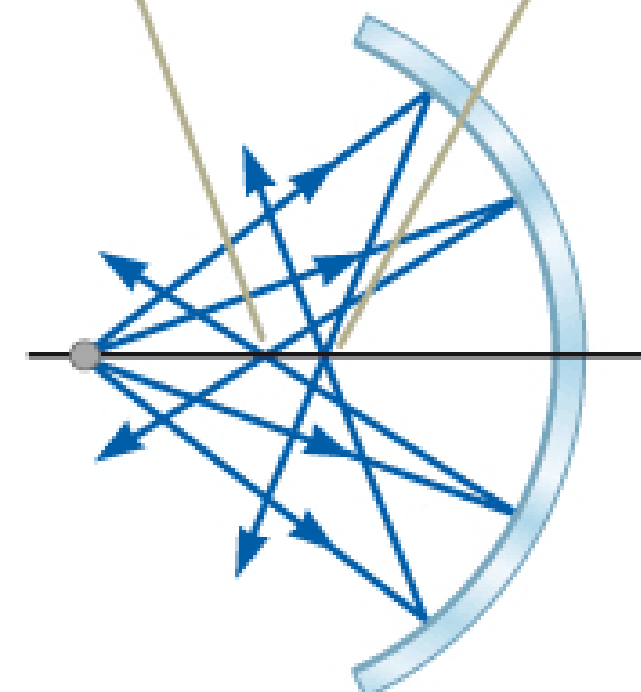
Possiamo usare un modello geometrico basato sul percorso dei raggi per calcolare la distanza dell'immagine q dalla conoscenza della distanza dell'oggetto p e del raggio di curvatura R . Per convenzione, queste distanze sono misurate dal vertice V .

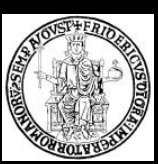


In questo calcolo considereremo solo i raggi che divergono dall'oggetto formando un angolo piccolo con l'asse principale dello specchio. Tali raggi vengono chiamati **raggi parassiali**. I raggi che sono lontani dall'asse principale convergono sull'asse principale in altri punti, producendo così un'immagine sfocata. Questo effetto è chiamato *aberrazione sferica*.

Tutti i raggi divergenti da un oggetto formino un piccolo angolo con l'asse principale.

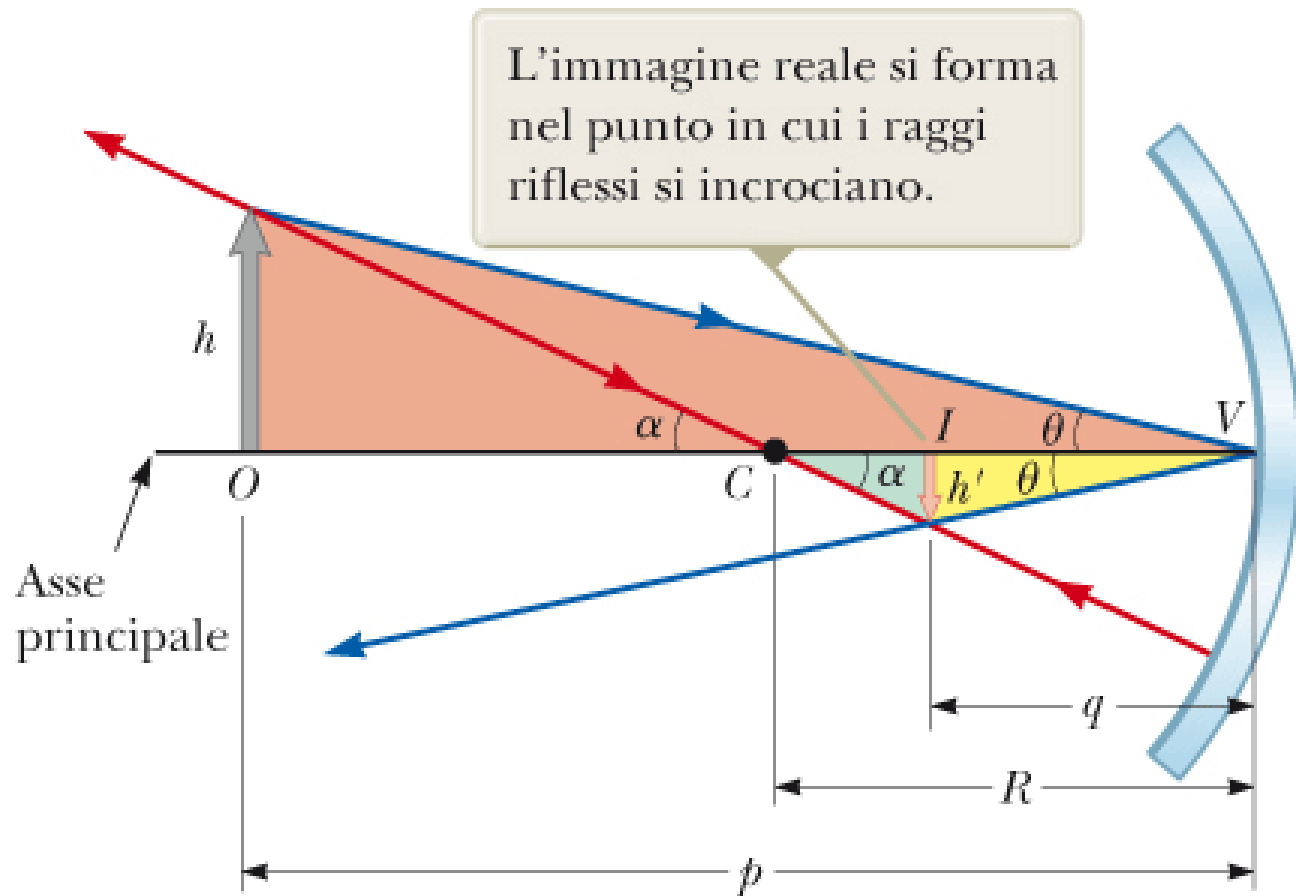
I raggi riflessi intersecano in punti diversi l'asse principale.





La fig. mostra due raggi di luce che provengono dalla punta dell'oggetto. Uno di questi raggi passa attraverso il centro di curvatura C dello specchio, colpisce lo specchio perpendicolarmente alla superficie speculare e si riflette all'indietro su se stesso. Il secondo raggio colpisce lo specchio nel vertice V e si riflette, come mostrato, obbedendo alla legge della riflessione.

L'immagine della punta della freccia è collocata nel punto in cui questi due raggi si intersecano.





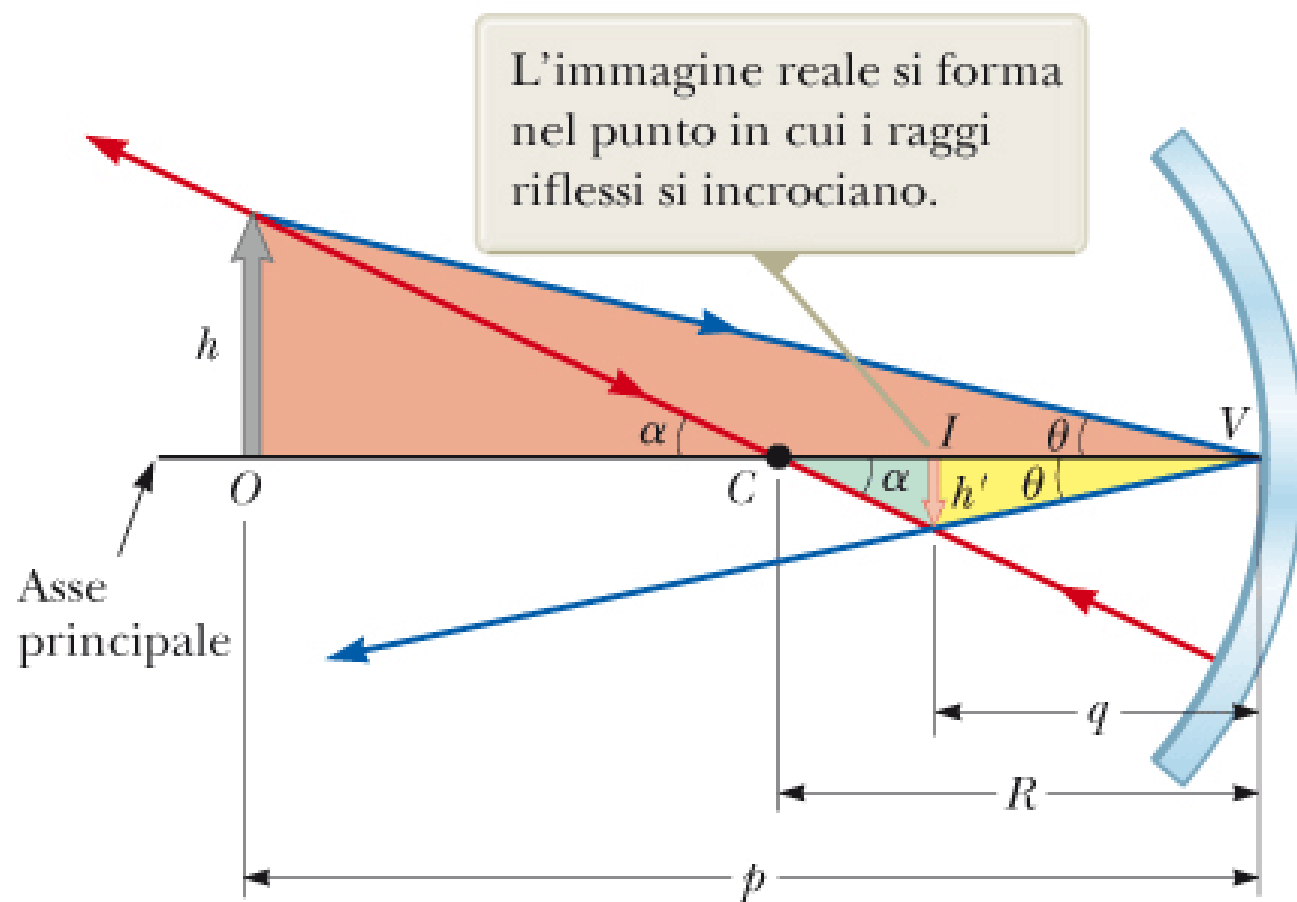
L'ingrandimento è $M = \frac{h'}{h} = \frac{-q \tan \theta}{p \tan \theta} = -\frac{q}{p}$

$$\tan \alpha = \frac{h}{p - R}$$

$$\tan \alpha = -\frac{h'}{R - q}$$

da cui troviamo che

$$\frac{h'}{h} = -\frac{R - q}{p - R}$$

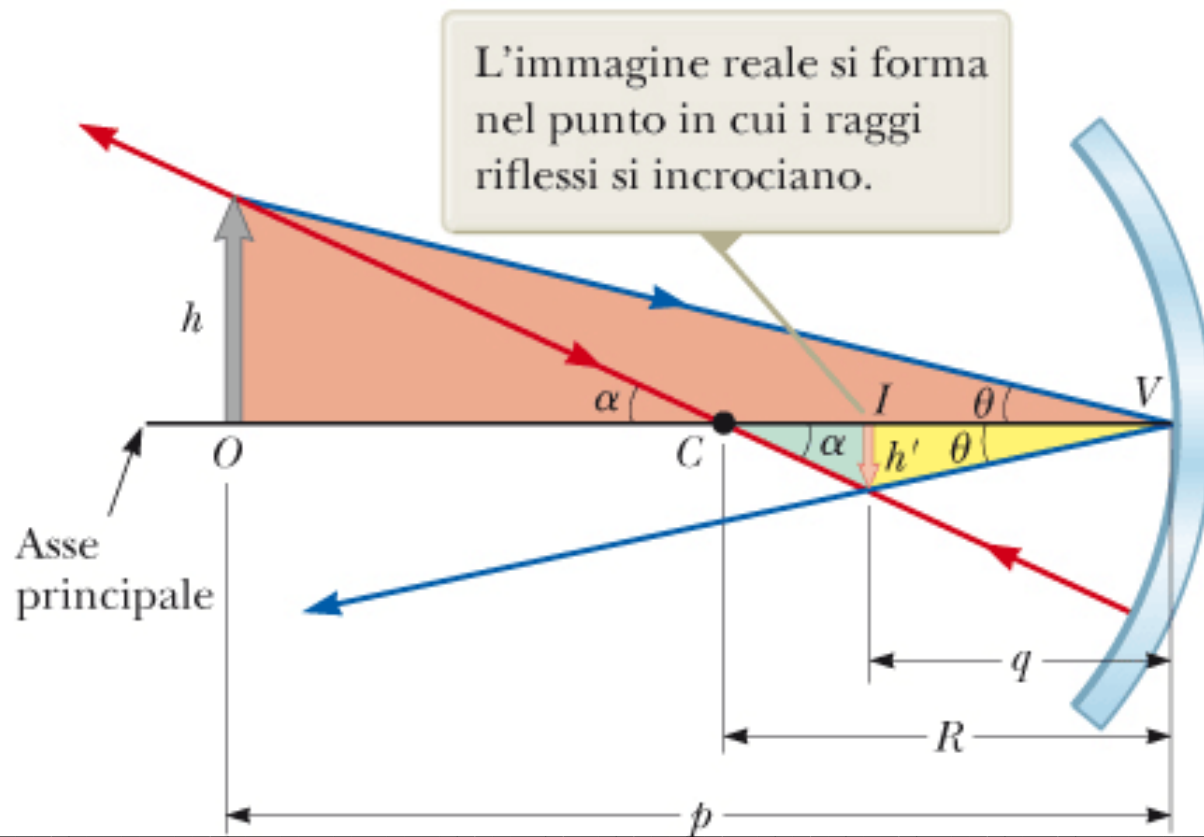




Se confrontiamo le eq. vediamo che $\frac{R - q}{p - R} = \frac{q}{p}$

che con semplici passaggi algebrici si riduce a $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$

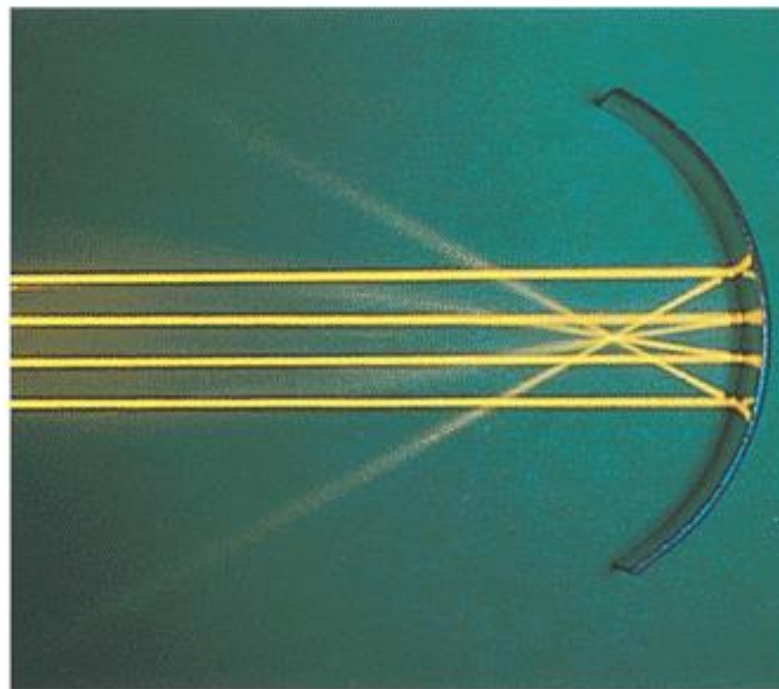
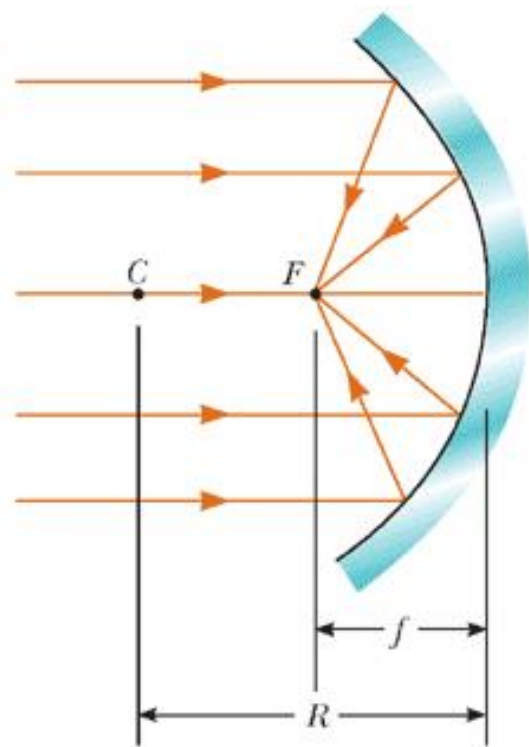
Questa espressione si chiama **equazione dello specchio**. Notate che questa espressione è applicabile solo al modello semplificato dei raggi parassiali.





Quando l'oggetto è molto lontano dallo specchio, allora $1/p \approx 0$ e $q \approx R/2$ e quindi il punto immagine è in un punto medio tra il vertice dello specchio e il centro di curvatura.

In questa figura i raggi sono essenzialmente paralleli poiché soltanto quei pochi raggi che viaggiano parallelamente all'asse provenienti dall'oggetto lontano incontrano lo specchio.



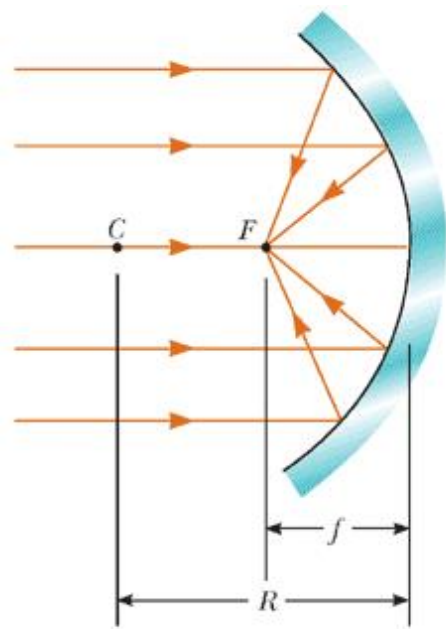


Il punto nel quale i raggi paralleli si intersecano dopo la riflessione dello specchio si chiama **punto focale** dello specchio.

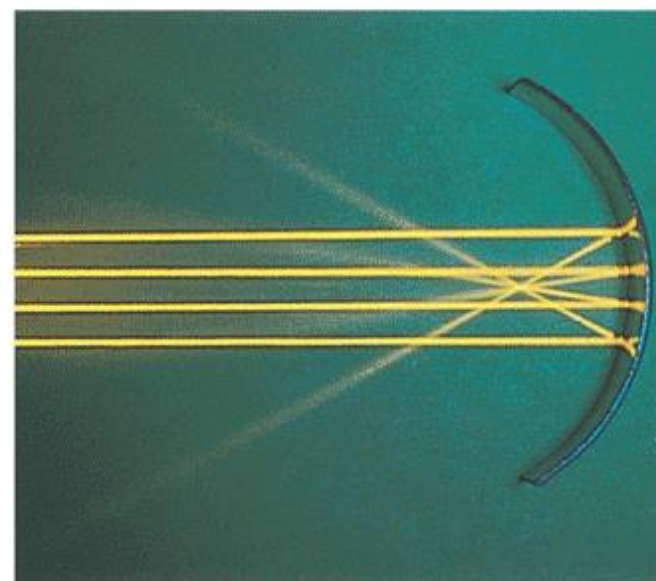
Il punto focale si trova a una distanza f dello specchio, detta distanza focale.

La distanza focale è un parametro associato allo specchio ed è data da

$$f = \frac{R}{2}$$



(a)



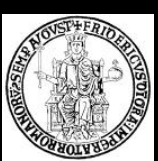
(b)



Questa equazione dello specchio può perciò essere espressa in funzione della distanza focale:

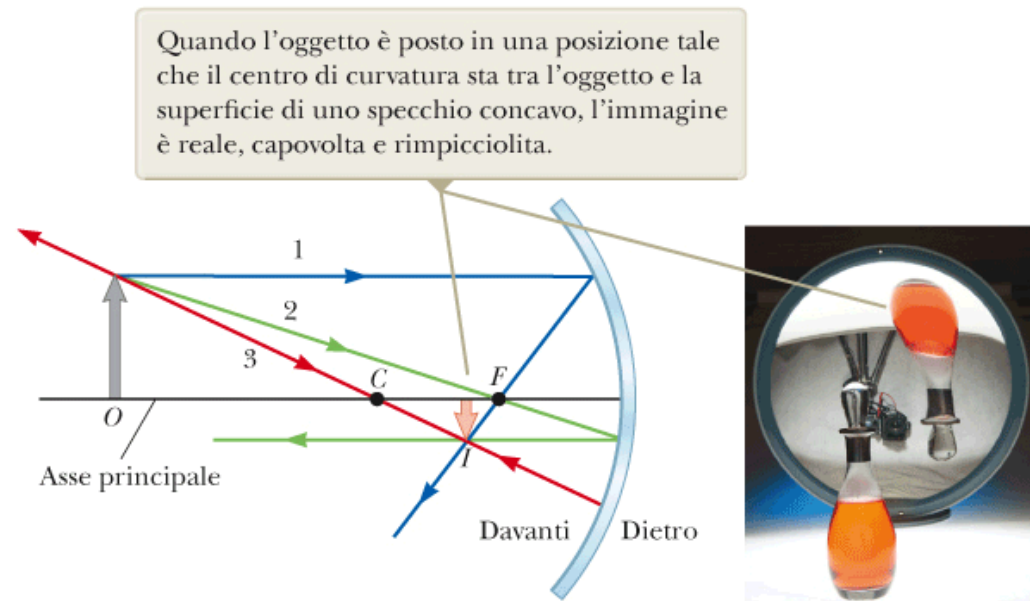
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Questa equazione è l'equazione dello specchio, comunemente usata in funzione della distanza focale dello specchio piuttosto che il suo raggio di curvatura. Vedremo come usare questa equazione negli esempi che seguiranno.

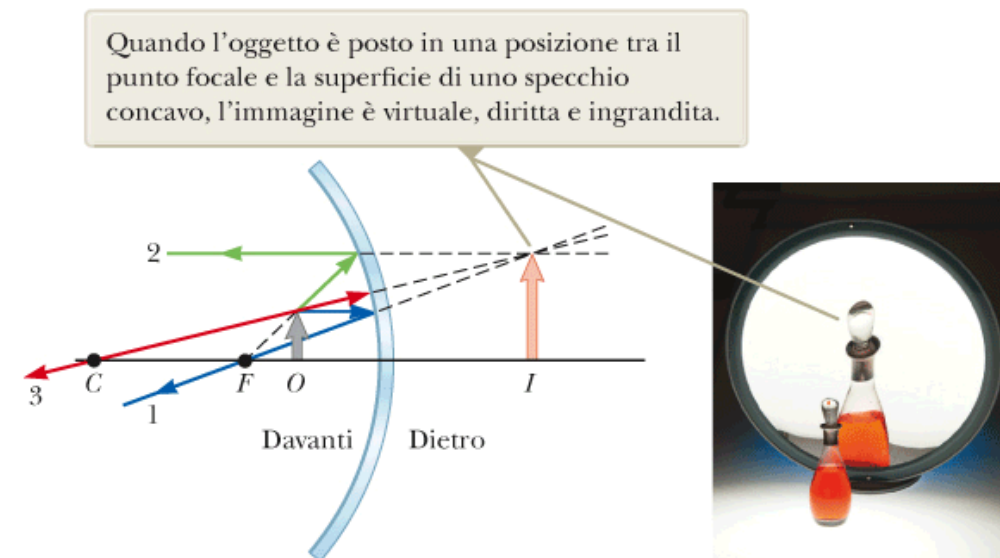


Per uno specchio concavo si disegnano i seguenti tre raggi:

- Il raggio 1 è tracciato dalla punta della freccia parallelamente all'asse principale ed è riflesso lungo la direzione che passa per il punto focale F .
- Il raggio 2 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il punto focale F (o come se provenisse dal punto focale, se $p < f$) ed è riflesso parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il centro di curvatura C (o come se provenisse dal centro C , se $p < 2f$) ed è riflesso su se stesso.

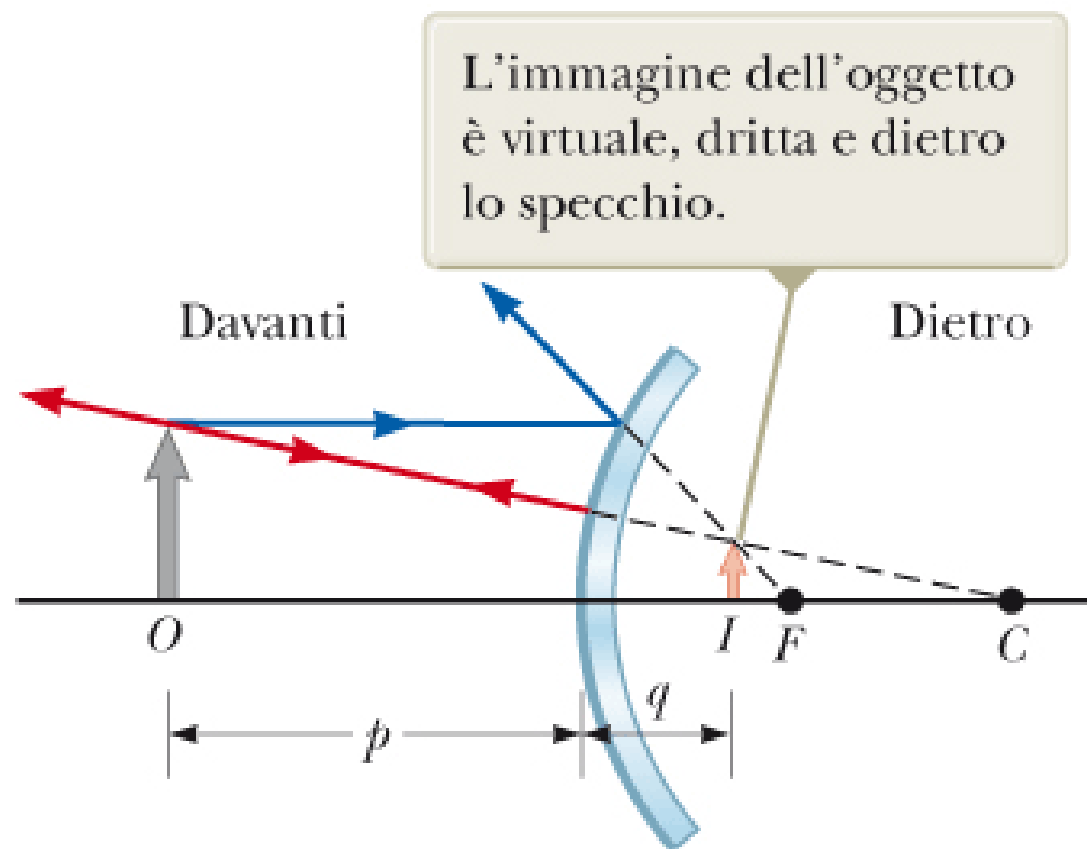


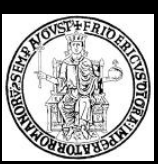
a





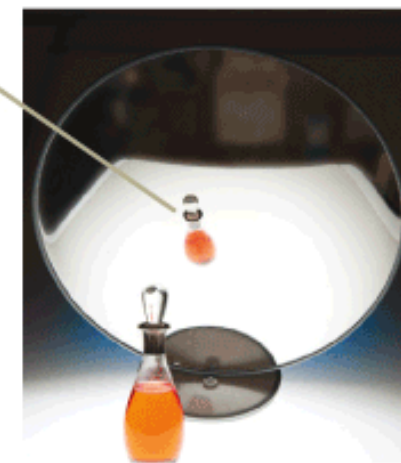
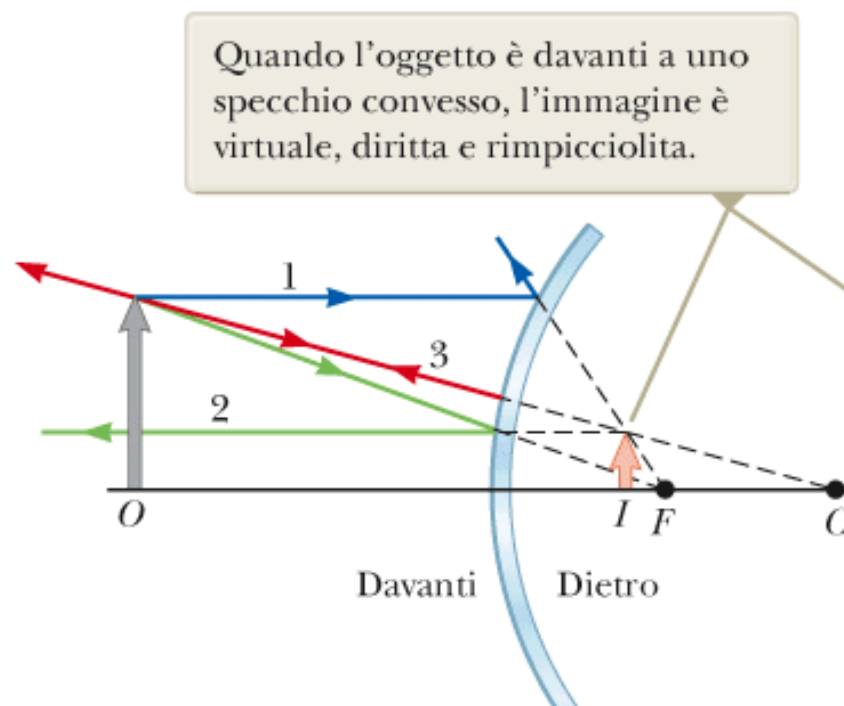
Specchio convesso o specchio divergente l'immagine in fig. è virtuale piuttosto che reale, perché la posizione da cui i raggi riflessi sembrano aver origine è oltre lo specchio. In generale, l'immagine formata dallo specchio convesso, sarà sempre dritta, virtuale e più piccola dell'oggetto, come mostrato in fig.





Per uno specchio convesso si disegniamo i seguenti tre raggi:

- Il raggio 1 è tracciato dalla punta della freccia parallelamente all'asse principale ed è riflesso lontano dal punto focale F .
- Il raggio 2 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il punto focale F dietro lo specchio ed è riflesso parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il centro di curvatura C dietro lo specchio ed è riflesso su se stesso.





Si supponga che in certo specchio sferico concavo abbia una distanza focale di 10 cm.

a) trovare la posizione dell'immagine per un oggetto a 25 cm e descrivere l'immagine.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{25cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10cm}$$

$$q = 16.7cm$$

$$M = -\frac{q}{p} = -\frac{16.7cm}{25cm} = -0.668$$



b) Trovare la posizione dell'immagine per un oggetto a 10 cm e descrivere l'immagine.

$$\frac{1}{10cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10cm}$$

$$q = \infty$$



c) trovare la posizione dell'immagine per un oggetto a 5 cm e descrivere l'immagine.

$$\frac{1}{5cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10cm}$$

$$q = -10cm$$

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-10cm}{5cm}\right) = 2$$



Un oggetto alto 3 cm è posto a 20 cm da uno specchio convesso avente una distanza focale di 8 cm.

a) Trovare la posizione dell'immagine finale

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \frac{1}{-8cm}$$

$$\frac{1}{q} = -\frac{1}{8cm} - \frac{1}{20cm}$$

$$q = -5.71cm$$



b) Trovare l'altezza dell'immagine.

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-5.71cm}{20cm}\right) = 0.286$$

$$h' = Mh = (0.289)(3cm) = 0.858cm$$



- Gli specchi sferici hanno la forma di una porzione di superficie sferica e si possono suddividere in specchi concavi (in tal caso si attribuisce al raggio r il segno positivo) o convessi (r negativo), oppure, come caso limite, piani (r infinito).
- Quando raggi paralleli all'asse centrale di un specchio sferico concavo incidono sulla sua superficie, i raggi riflessi passano tutti per un punto comune, detto fuoco reale F , posto a una distanza positiva f dal centro dello specchio. Quando incidono invece su uno specchio sferico convesso, i prolungamenti sul retro dello specchio dei raggi riflessi passano tutti per un punto comune, detto fuoco virtuale F , posto a una distanza negativa f dal centro dello specchio.
- Uno specchio concavo forma un'immagine reale quando l'oggetto è esterno (cioè più lontano del centro dello specchio) rispetto al punto focale, oppure un'immagine virtuale quando l'oggetto è interno (cioè più vicino al centro dello specchio) rispetto al punto focale.
- Lo specchio convesso può formare solo immagini virtuali.
- L'equazione dello specchio mette in relazione la distanza dell'oggetto p , la distanza focale dello specchio f , il raggio di curvatura r e la distanza dell'immagine i :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

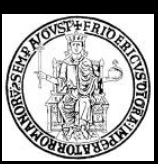
- Il modulo dell'ingrandimento trasversale m di un oggetto è il rapporto dell'altezza dell'immagine h' rispetto all'altezza dell'oggetto h ,

$$|m| = \frac{h'}{h}$$

Ed è legato alla distanza dell'oggetto p e alla distanza dell'immagine i dall'espressione: $m = -\frac{i}{p}$

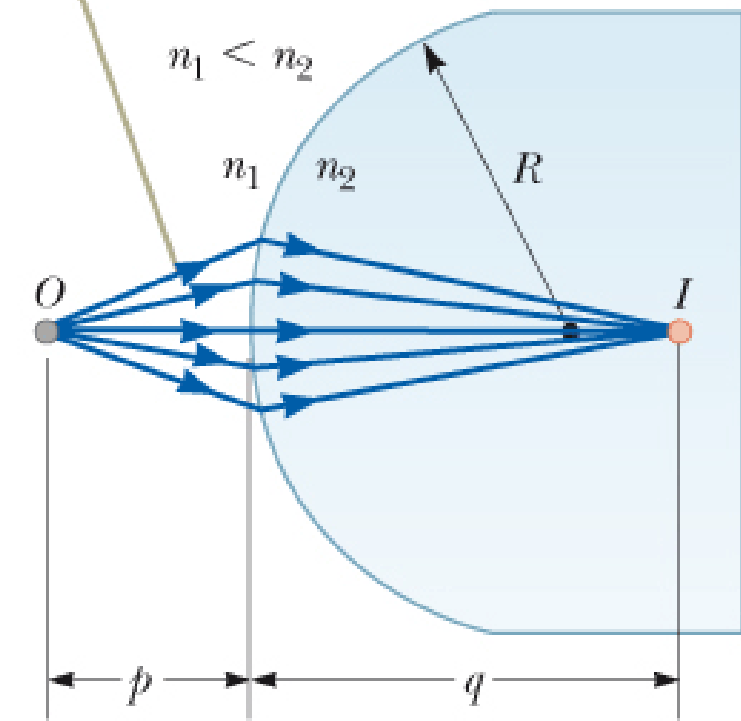


- Capire che la rifrazione dei raggi ad opera di una superficie sferica può generare immagini reali e virtuali di un oggetto, in funzione degli indici di rifrazione delle due parti, del raggio r di curvatura della superficie e a seconda che l'oggetto si rifrangano dalla parte concava o convessa della superficie.
- Disegnare, per un punto oggetto posto sull'asse centrale di una superficie rifrangente sferica, la rifrazione dei raggi per i sei casi generali, riconoscendo in quali di questi l'immagine è reale e in quali è virtuale.
- Sapere, nel caso di una superficie rifrangente sferica, quale tipo di immagine appare se è dalla stessa parte in cui si trova l'oggetto e quale tipo nell'ipotesi opposta.
- Applicare la relazione tra i due indici di rifrazione, la distanza dall'oggetto p , la distanza dell'immagine i e il raggio di curvatura r per una superficie rifrangente sferica.
- Individuare i segni algebrici del raggio r per un oggetto che si trova di fronte a una superficie rifrangente sferica dalla parte concava e da quella convessa.



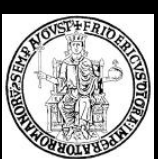
Consideriamo due mezzi trasparenti con indici di rifrazione n_1 e n_2 , dove la superficie di separazione tra i due mezzi è una superficie sferica con raggio di curvatura R . Assumeremo che l'oggetto nel punto O sia nel mezzo il cui indice di rifrazione è n_1 . Come vedremo, tutti i raggi parassiali saranno rifratti dalla superficie sferica e si focalizzeranno in un singolo punto I , il punto immagine.

Raggi che formano angoli piccoli con l'asse principale divergono da un punto oggetto posto in O e vengono rifratti passando per il punto immagine I .



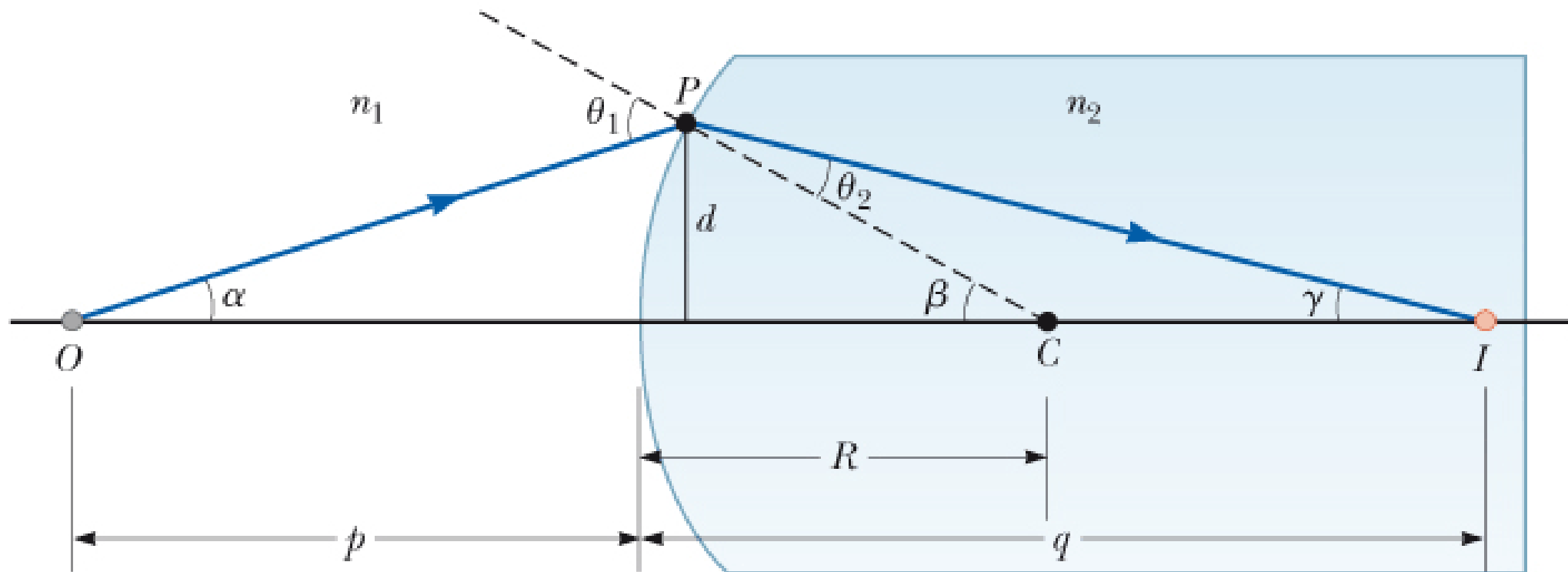
**Tabella 36.2** Convenzione sui segni per le superfici rifrangenti

Grandezza	Positiva quando ...	Negativa quando ...
Posizione oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla superficie (oggetto reale).	l'oggetto è dietro alla superficie (oggetto virtuale).
Posizione immagine (q)	l'immagine è dietro alla superficie (immagine reale).	l'immagine è davanti alla superficie (immagine virtuale).
Altezza immagine (h')	l'immagine è diritta.	l'immagine è capovolta.
Raggio (R)	il centro di curvatura è dietro alla superficie.	il centro di curvatura è davanti alla superficie.



Procediamo considerando la costruzione geometrica in fig., che mostra un singolo raggio che esce dal punto O e passa attraverso il punto I . La legge di Snell applicata a questo raggio rifratto dà

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$





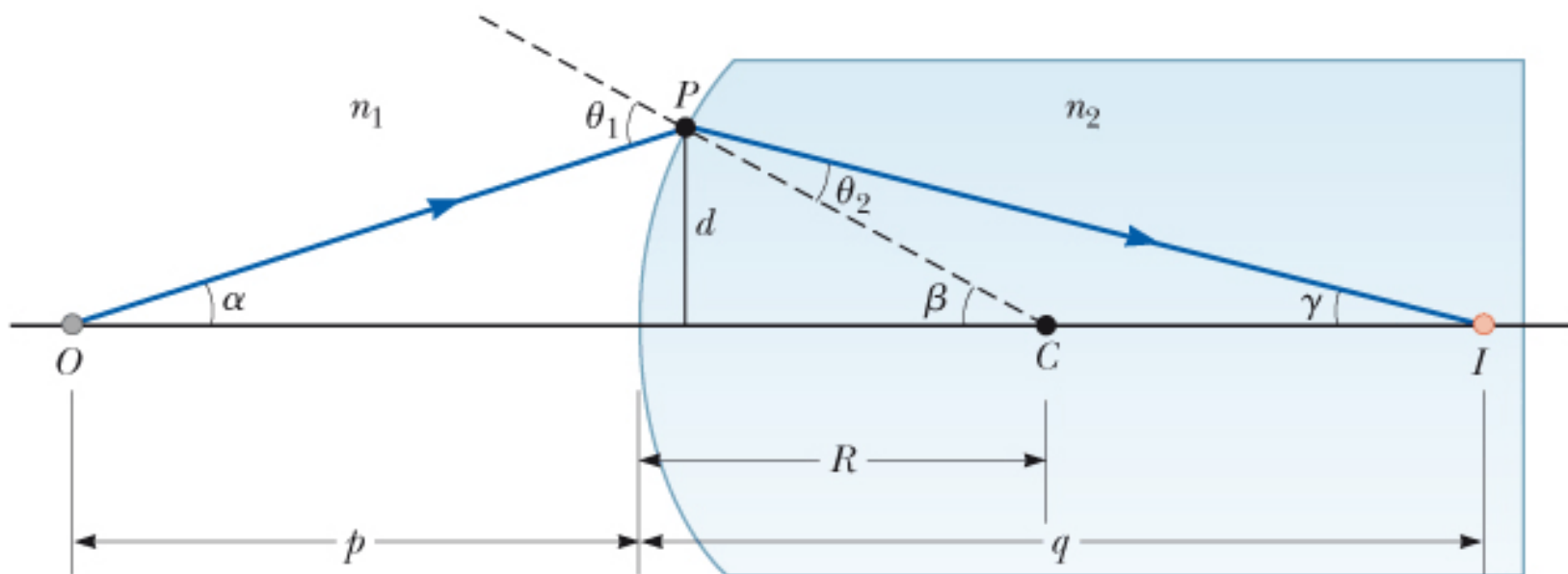
Poiché gli angoli θ_1 e θ_2 sono piccoli per i raggi parassiali, possiamo usare l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$ (angoli in radianti). Perciò, la legge di Snell diviene

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Ora facciamo uso del fatto che un angolo esterno di qualsiasi triangolo è uguale alla somma dei due angoli interni opposti. Applicando ciò ai triangoli OPC e PIC in fig. si ha

$$\theta_1 = \alpha + \beta$$

$$\beta = \theta_2 + \gamma$$





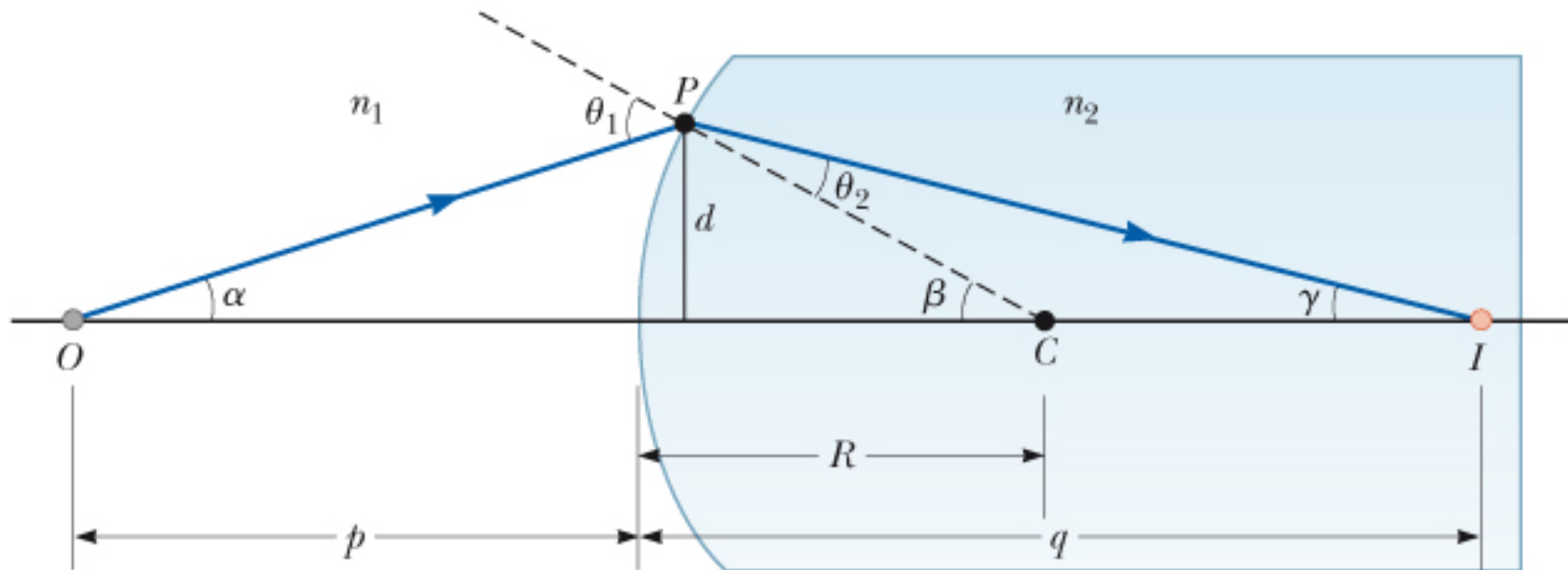
Se combiniamo le tre ultime relazioni, ed eliminiamo θ_1 e θ_2 , troviamo

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = (n_2 - n_1) \beta$$

Di nuovo, nell'approssimazione di piccoli angoli, $\tan \theta \approx \theta$, possiamo scrivere le relazioni approssimate

$$\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{d}{p} \quad \tan \beta \approx \beta \approx \frac{d}{R} \quad \tan \gamma \approx \gamma \approx \frac{d}{q}$$

dove d è la distanza mostrata in fig.

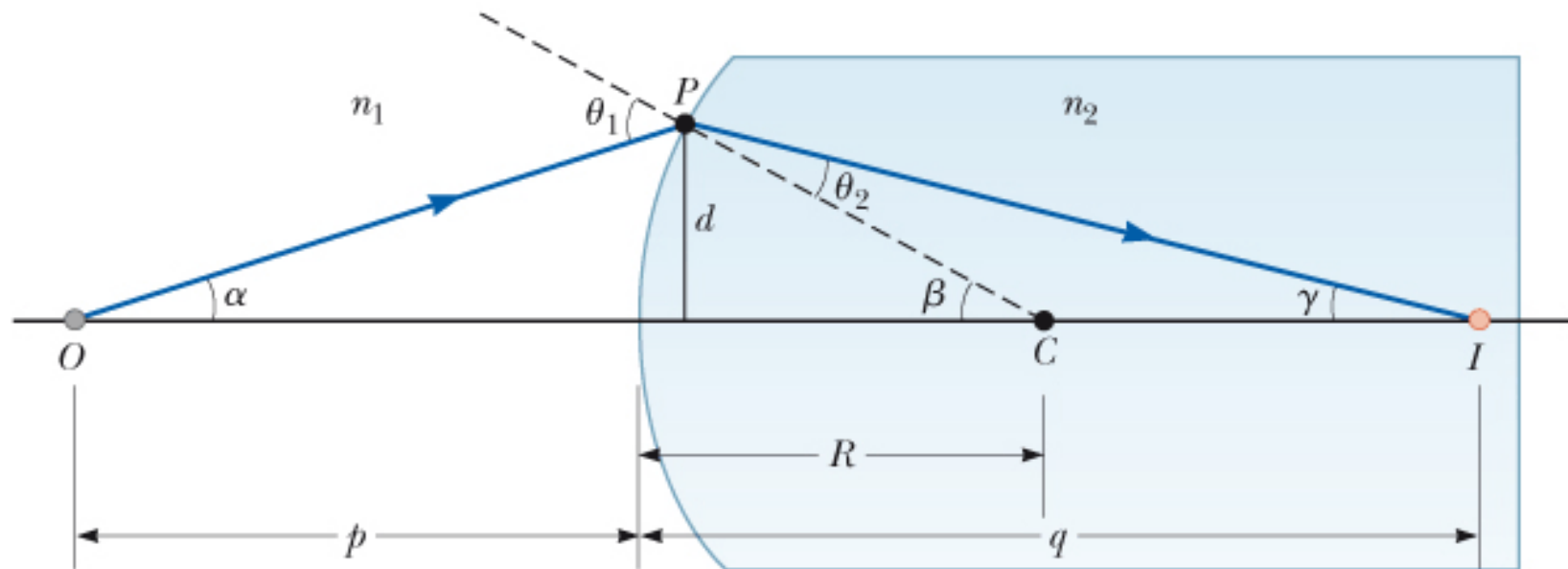




Sostituiamo queste nell'eq. e dividendo per d otteniamo:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

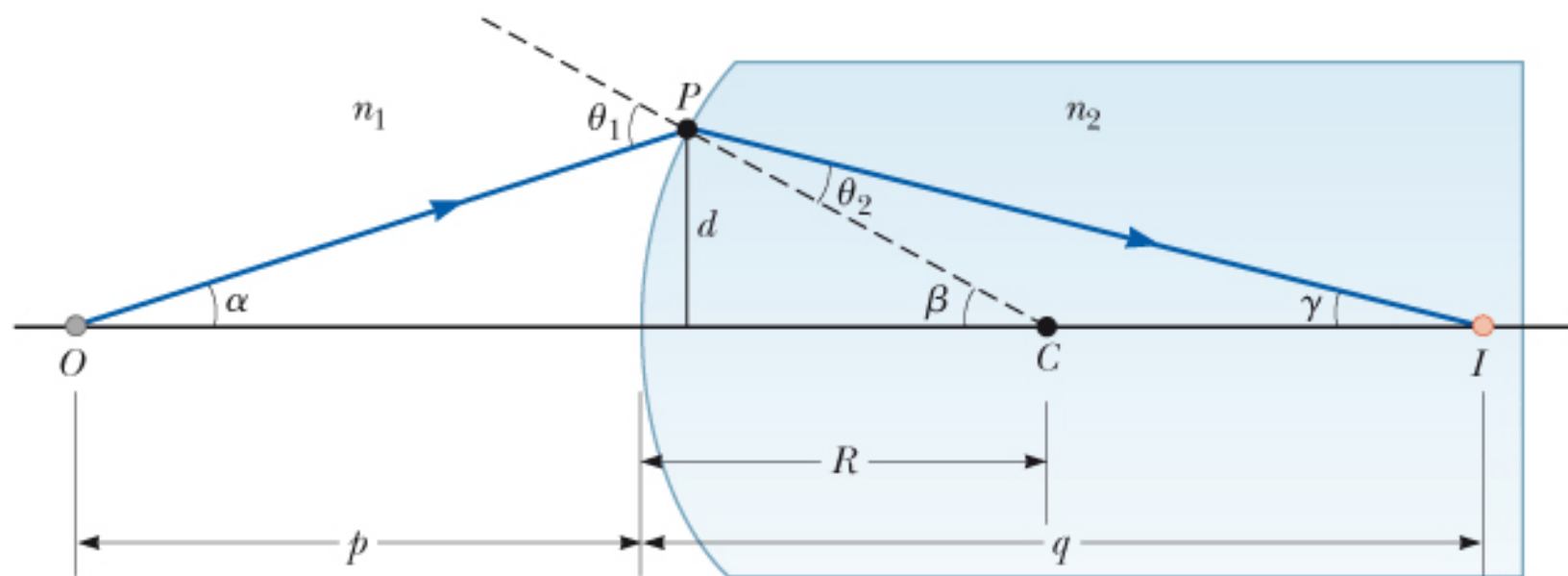
Poiché questa relazione non contiene alcun angolo, tutti i raggi parassiali che lasciano un oggetto ad una distanza p davanti alla superficie rifrangente saranno focalizzati alla stessa distanza q dietro la superficie.

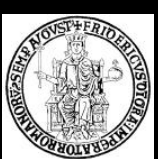




Creando una costruzione geometrica con un oggetto e una superficie rifrangente, possiamo mostrare che l'ingrandimento di una superficie rifrangente è

$$M = -\frac{n_1 q}{n_2 p}$$





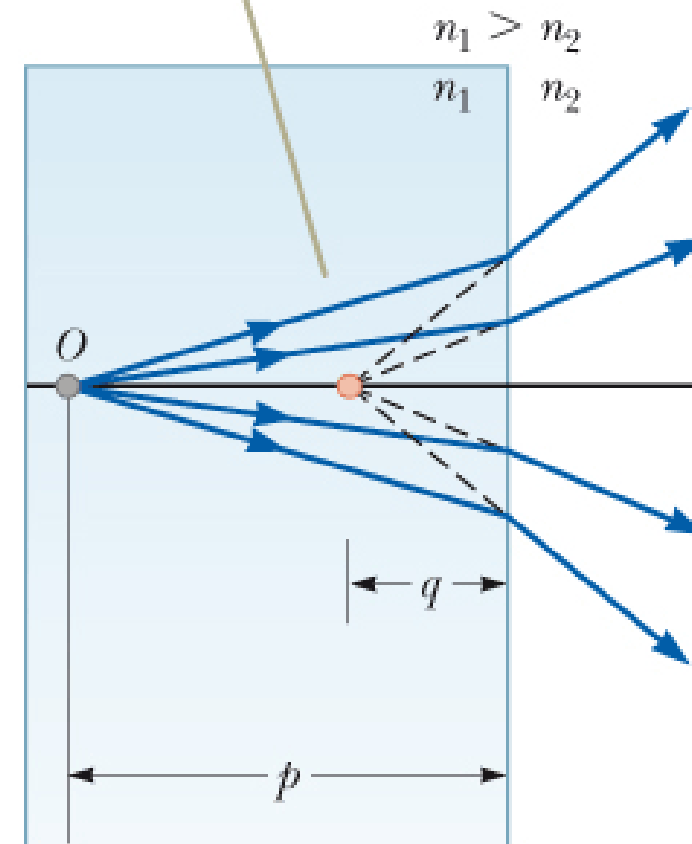
Se la superficie rifrangente è piana, allora R è infinito e $\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ si riduce a

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q}$$

$$q = -\frac{n_2}{n_1}p$$

Da questa espressione si ricava che il segno di q è opposto a quello di p . Perciò, in accordo con la Tab. 36.2, l'immagine formata da una superficie rifrangente piana è dalla stessa parte dell'oggetto rispetto alla superficie.

L'immagine è virtuale e dalla stessa parte dell'oggetto rispetto alla superficie.





- Una superficie sferica di separazione tra due mezzi che rifrangano la luce può formare un'immagine.
- La distanza dell'oggetto p , quella dell'immagine i e il raggio di curvatura della superficie r sono legati dall'equazione

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

dove n_1 è l'indice di rifrazione del mezzo in cui si trova l'oggetto ed n_2 è l'indice di rifrazione dall'altra parte della superficie di separazione.

- Se la superficie di fronte all'oggetto è convessa, r è positivo, se è concava, r è negativo.
- Le immagini formate dallo stesso lato in cui si trova l'oggetto sono virtuali, mentre quelle formate sul lato opposto sono reali.