



FISICA II

Lez. 14 – Formazione delle immagini

Prof. Giovanni Mettivier



Prof. Giovanni Mettivier, PhD

Dipartimento Scienze Fisiche

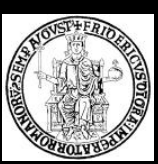
Università di Napoli "Federico II"

Compl. Univ. Monte S. Angelo

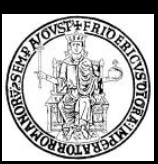
Via Cintia, I-80126, Napoli

mettivier@na.infn.it

+39-081-676137



- Distinguere una lente convergente da una lente divergente.
- Tracciare, per lenti convergenti e divergenti, un diagramma a raggi di un fascio che incide parallelamente all'asse centrale, indicando come si formano i fuochi e distinguendo tra quelli reali e quelli virtuali.
- Distinguere tra un punto focale reale e uno virtuale, la loro corrispondenza con i tipi di lenti e con le condizioni che li determinano, individuando il segno algebrico da associare a ciascuno.
- Disegnare, per un oggetto (a) interno e (b) esterno al punto focale di una lente convergente, almeno due raggi per trovare la collocazione dell'immagine identificandone il tipo e l'orientamento.
- Distinguere le posizioni e gli orientamenti di un'immagine reale e di una virtuale per una lente convergente.
- Disegnare, per un oggetto collocato di fronte a una lente convergente, almeno due raggi per delineare l'immagine e riconoscerne il tipo e l'orientamento.
- Individuare il segno algebrico per una distanza dell'immagine i nel caso di immagini sia virtuali sia reali.



- Applicare la relazione che intercorre tra la distanza focale f , la distanza dell'oggetto p e la distanza dell'immagine i per lenti convergenti e divergenti.
- Applicare le relazioni tra ingrandimento trasversale m , l'altezza dell'immagine h' , l'altezza h , la distanza dell'immagine i e la distanza dell'oggetto p .
- Applicare l'equazione del costruttore di lenti per mettere in relazione la distanza focale all'indice di rifrazione di una lente (in aria) e i raggi di curvatura delle due superfici.
- Trovare, dato un sistema di molte lenti con un oggetto di fronte alla lente 1, l'immagine da lei prodotta, utilizzandola poi come oggetto nei confronti della lente 2, e così via.
- Determinare, per un sistema di molte lenti, l'ingrandimento complessivo dell'immagine finale a partire dagli ingrandimenti di ogni lente.



- I raggi luminosi paralleli all'asse centrale di una lente convergente, passando attraverso di essa, convergono in un punto comune, un fuoco reale F , situato alla distanza focale f (convenzionalmente positiva) dalla lente. Nel caso in cui la lente sia divergente, le proiezioni, dall'altro lato della lente, dei raggi rifratti convergono in un punto comune, un fuoco virtuale F , situato alla distanza focale f (convenzionalmente negativa) dalla lente.
- Una lente convergente forma un'immagine reale quando l'oggetto è all'esterno del punto focale, o un'immagine virtuale nel caso opposto.
- Una lente divergente forma solo immagini virtuali.
- Posto un oggetto di fronte alla lente, le distanze dell'oggetto p , la distanza dell'immagine i , la lunghezza focale f della lente, l'indice di rifrazione n e i raggi di curvatura r_1 ed r_2 sono legati dall'espressione

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



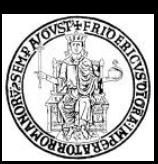
- Il modulo dell'ingrandimento trasversale m di un oggetto è dato dal rapporto tra l'altezza h' dell'immagine e l'altezza h dell'oggetto

$$|m| = \frac{h'}{h}$$

ed è legato alle distanze p e i , rispettivamente dell'oggetto e dell'immagine, dalla relazione

$$m = -\frac{i}{p}$$

- Per una serie di lenti con asse comune l'immagine prodotta dalla prima lente funge da oggetto per la seconda e così via, sicché l'ingrandimento finale è pari al prodotto dei singoli ingrandimenti.

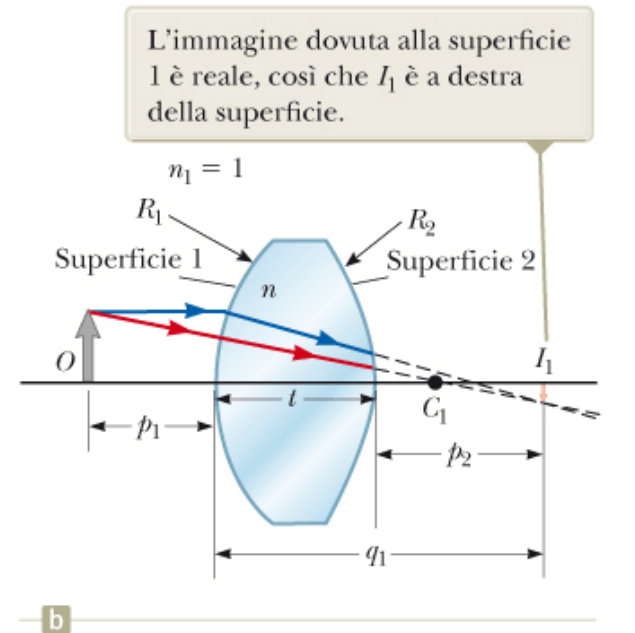
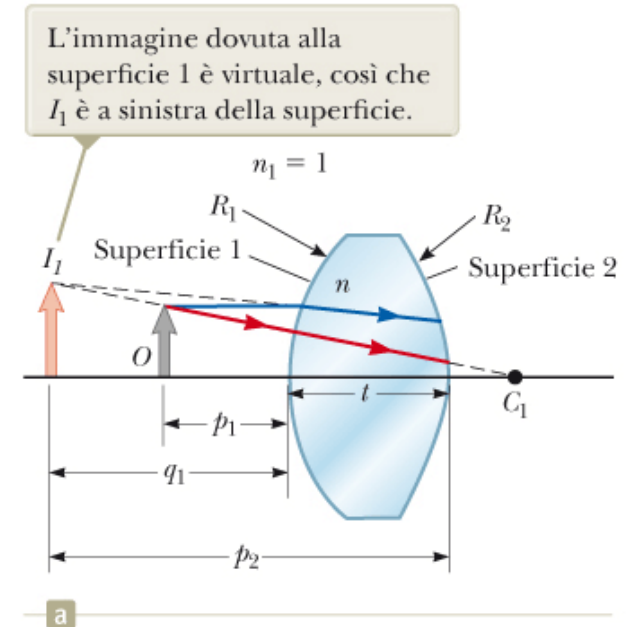


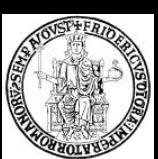
La luce che attraversa una lente subisce rifrazione su due superfici.

Consideriamo una lente avente indice di rifrazione n e due superfici sferiche di raggi di curvatura R_1 e R_2 .

Iniziamo considerando l'immagine formata dalla superficie 1. Usando $\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ e assumendo $n_1=1$, poiché la lente è circondata dall'aria, troviamo che l'immagine I_1 , formata dalla superficie 1, soddisfa l'equazione

$$\frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$



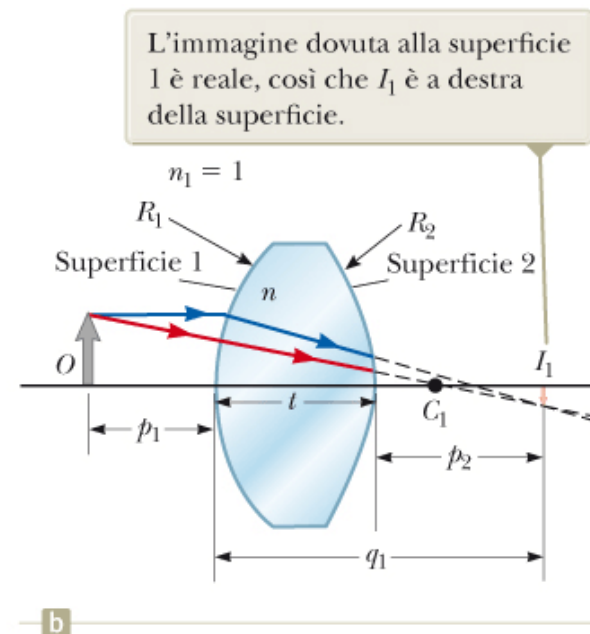
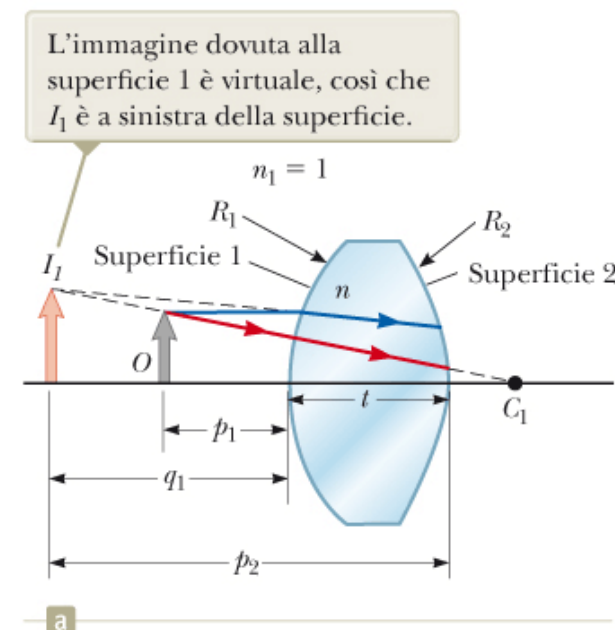


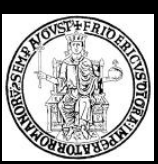
Applichiamo ora $\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ alla superficie 2, ponendo $n_1 = n$ e $n_2 = 1$. Indicando con p_2 la distanza oggetto e con q_2 la distanza immagine per la superficie 2, si ha

$$\frac{n}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$

Se l'immagine della superficie 1 è virtuale troviamo che p_2 , misurata dalla superficie 2, è legata a q_1 dalla relazione $p_2 = -q_1 + t$, dove t è lo spessore della lente.

Nella situazione in cui l'immagine della superficie 1 è reale. In questa situazione, q_1 è positiva e $p_2 = -q_1 + t$, con l'immagine data dalla superficie 1 che agisce come un **oggetto virtuale**, così che p_2 è negativa. Indipendentemente dal tipo di immagine dato dalla superficie 1, la stessa equazione descrive la posizione dell'oggetto per la superficie 2, sulla base della nostra convenzione ei segni.





Per una lente *sottile* (il cui spessore è piccolo rispetto ai raggi di curvatura), t può essere trascurato. In questa approssimazione si ha $p_2 = -q_1$ per entrambi i tipi di immagine dati dalla superficie 1. Pertanto, $\frac{n}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1-n}{R_2}$ diviene

$$-\frac{n}{q_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{1-n}{R_2}$$

Sommando con $\frac{1}{p_1} + \frac{n}{q_1} = \frac{n-1}{R_1}$ troviamo

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Per una lente sottile possiamo omettere i pedici di p_1 e q_2 e definire, come in fig. la distanza oggetto p e la distanza immagine q . Possiamo quindi scrivere

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

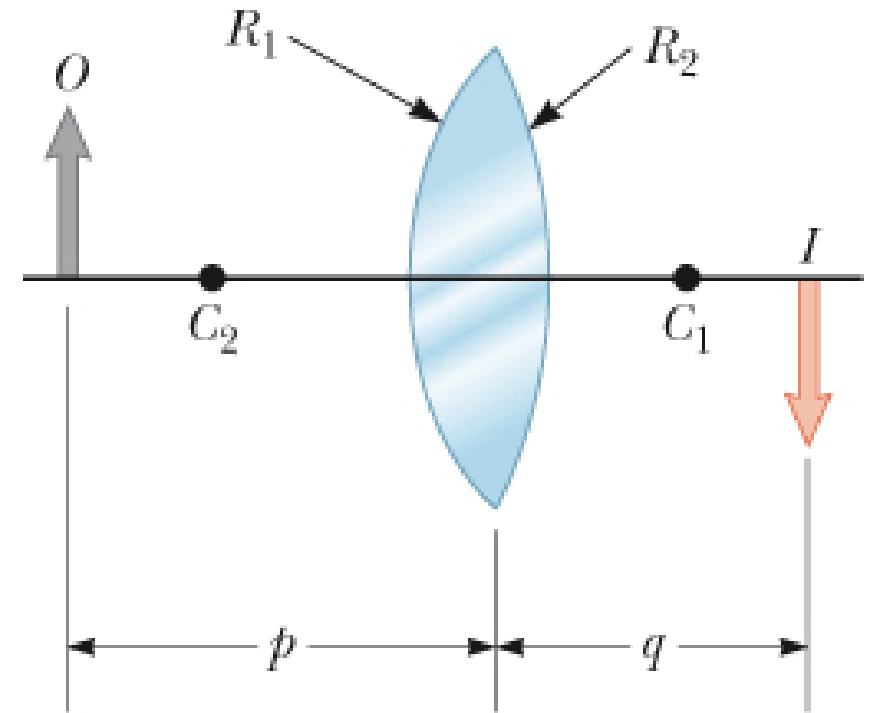
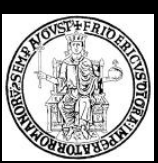


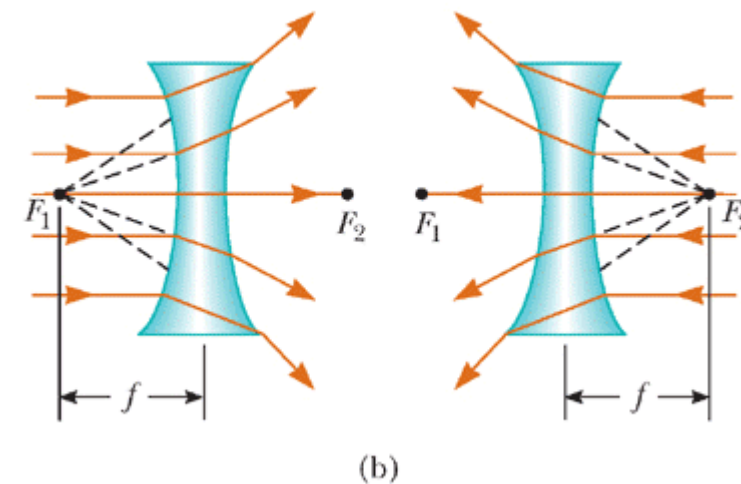
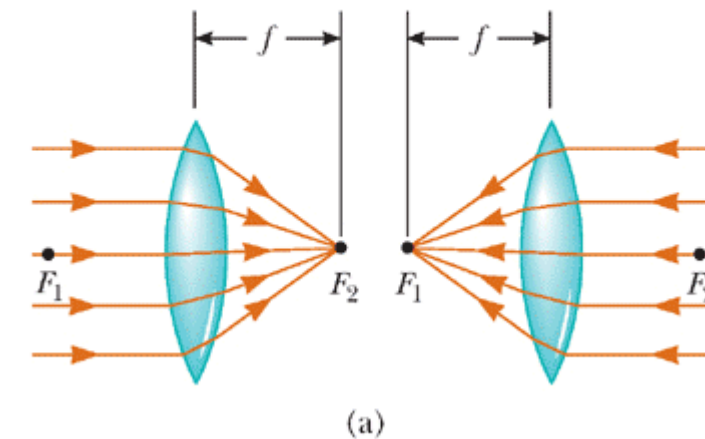


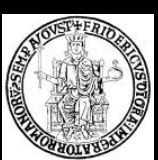
Tabella 36.3 Convenzione sui segni per le lenti sottili

| Grandezza | Positiva quando ... | Negativa quando ... |
|----------------------------|--|--|
| Posizione oggetto (p) | l'oggetto è davanti alla lente (oggetto reale). | l'oggetto è dietro alla lente (oggetto virtuale). |
| Posizione immagine (q) | l'immagine è dietro alla lente (immagine reale). | l'immagine è davanti alla lente (immagine virtuale). |
| Altezza immagine (h') | l'immagine è diritta. | l'immagine è capovolta. |
| R_1 e R_2 | il centro di curvatura è dietro alla lente. | il centro di curvatura è davanti alla lente. |
| Distanza focale (f) | la lente è convergente. | la lente è divergente. |



Così come per gli specchi, è conveniente definire un punto chiamato **punto focale della lente**. Un insieme di raggi paralleli all'asse principale passa attraverso il punto focale, dopo essere stati focalizzati dalla lente. La distanza dal punto focale alla lente si chiama ancora **distanza focale f** . *La distanza focale è la distanza dell'immagine che corrisponde a una distanza infinita dell'oggetto.*





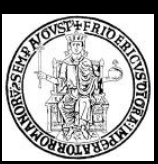
La **distanza focale** f di una lente sottile è la distanza immagine quando l'oggetto si trova a distanza infinita, come nel caso degli specchi. Dall'eq. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$, quando p tende a ∞ e q tende a f , ricaviamo che l'inverso della distanza focale per una lente sottile è

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

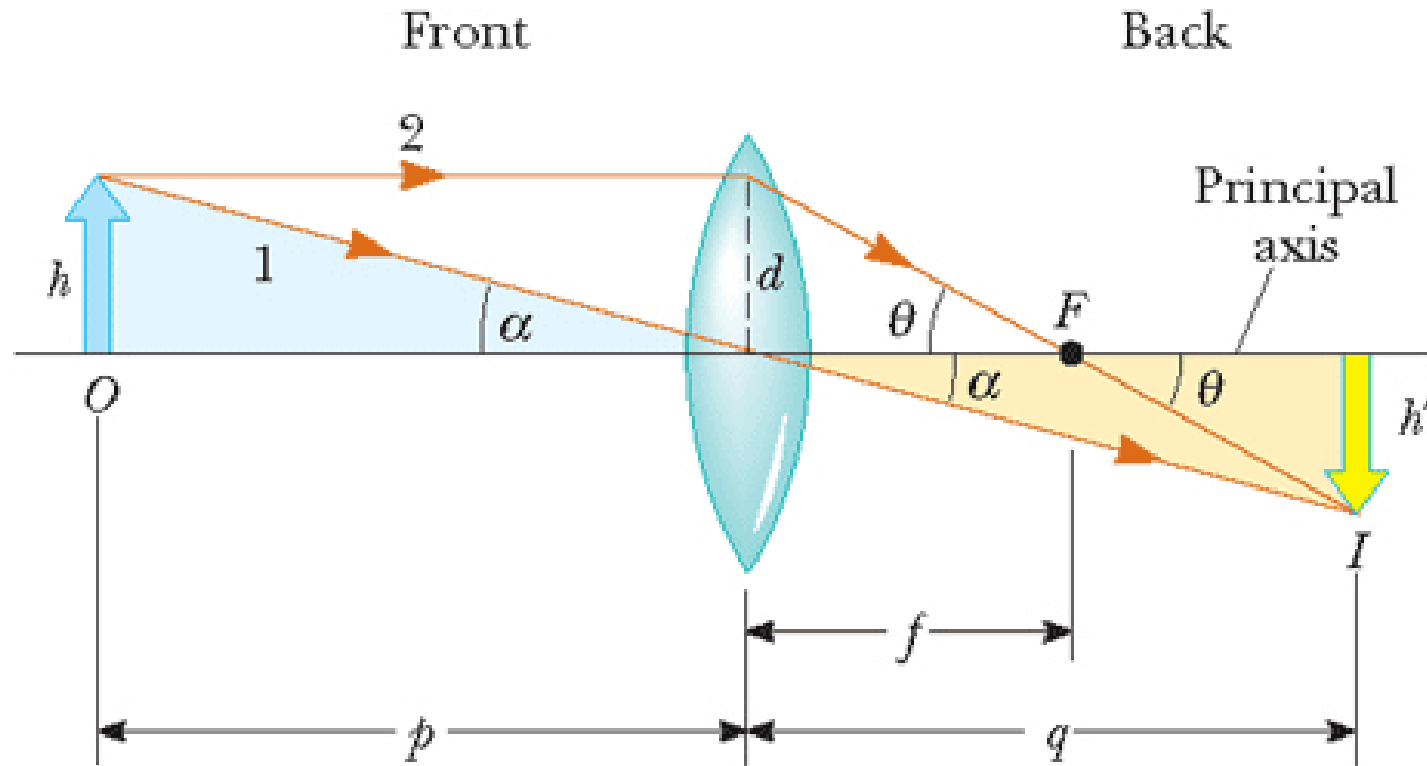
Questa relazione è chiamata *equazione dei costruttori di lenti*.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Questa equazione, chiamata **equazione delle lenti sottili**, Poiché la luce può attraversare una lente in entrambe le direzioni, ciascuna lente ha due punti focali.



Consideriamo ora il percorso dei raggi in fig. Il raggio 1 passa attraverso il centro della lente. Il raggio 2 è parallelo all'asse principale della lente (l'asse orizzontale passante attraverso il centro della lente) e quindi, dopo la rifrazione, esso passa attraverso il punto focale F . Il punto nel quale questi due raggi s'intersecano è il punto immagine.



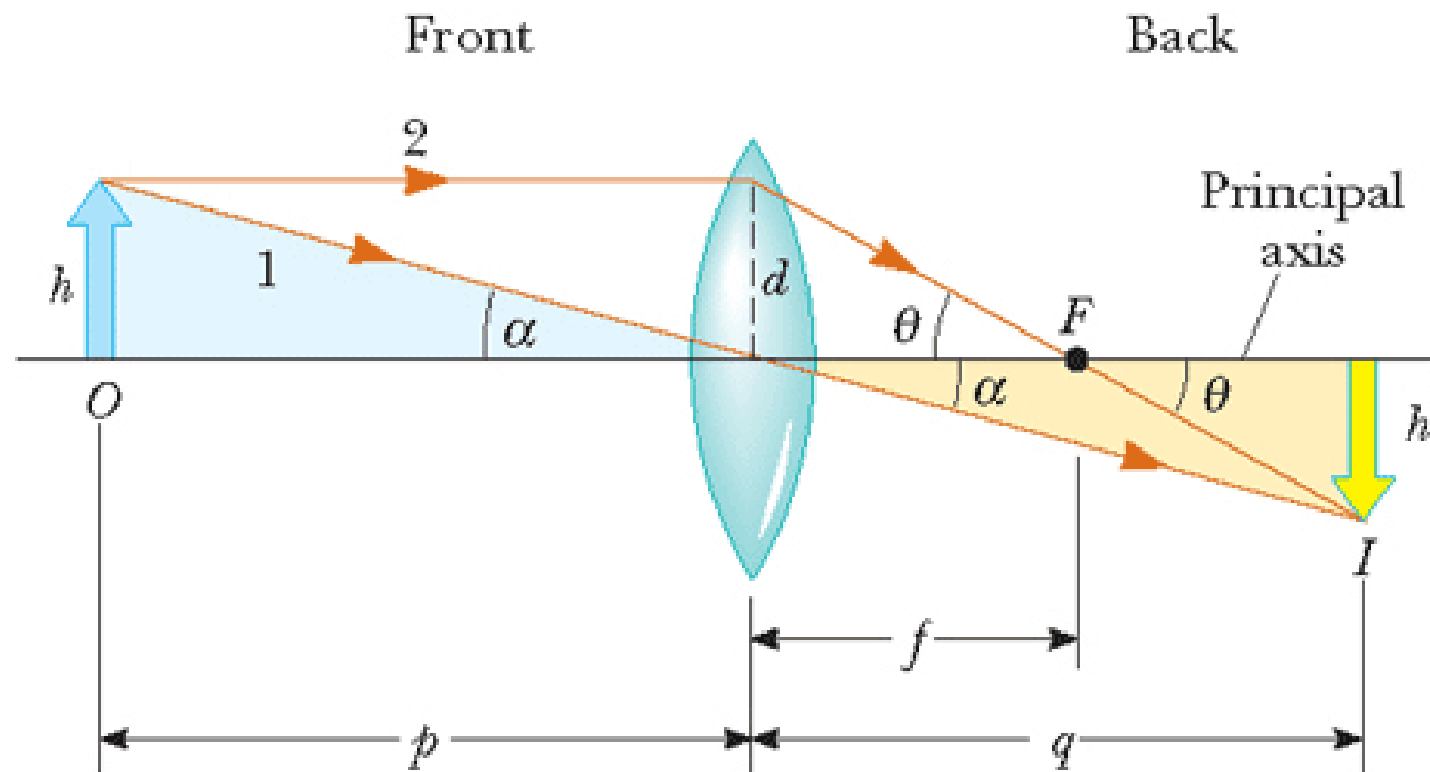


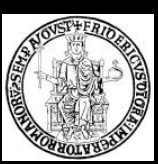
La tangente dell'angolo α può essere calcolata usando i triangoli ombreggiati il giallo e blu in fig:

$$\tan \alpha = \frac{h}{p} \qquad \tan \alpha = -\frac{h'}{q}$$

da cui

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$



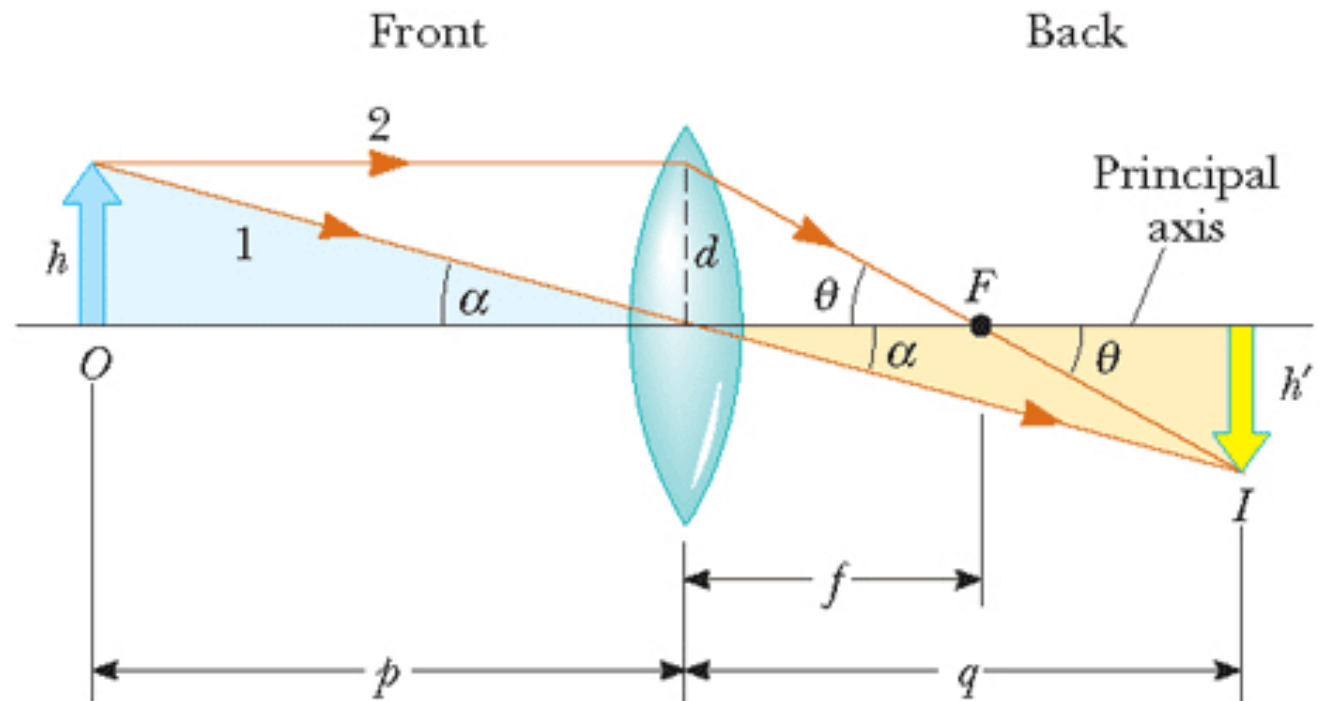


Così, l'equazione dell'ingrandimento di una lente è la stessa dell'equazione dell'ingrandimento di uno specchio. Notiamo pure dalla fig. che

$$\tan \theta = \frac{d}{f} \qquad \tan \theta = -\frac{h'}{q-f}$$

Inoltre, l'altezza d è uguale ad h . Quindi,

$$\frac{h}{f} = -\frac{h'}{q-f}$$
$$\frac{h'}{h} = -\frac{q-f}{f}$$



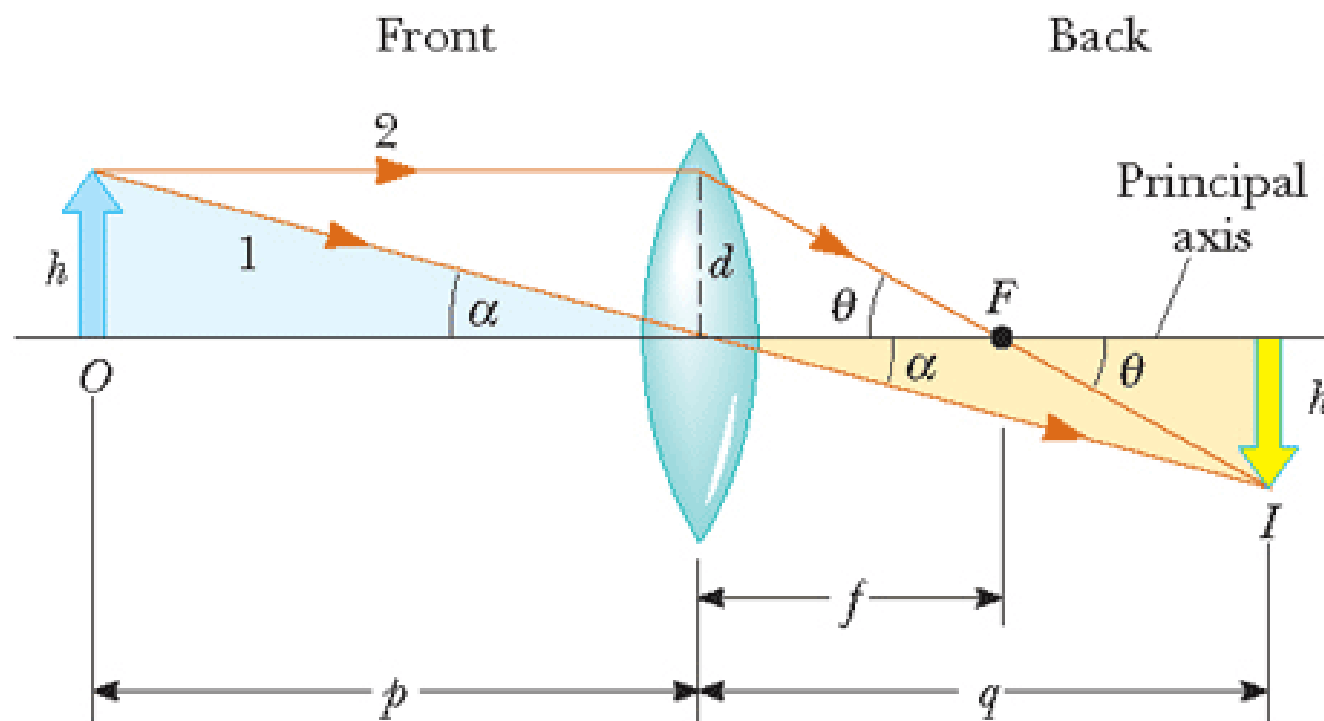


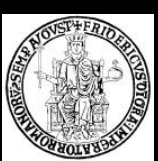
Usando questa espressione in combinazione con eq. Si ottiene

$$\frac{q}{p} = \frac{q-f}{f}$$

La quale si riduce a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

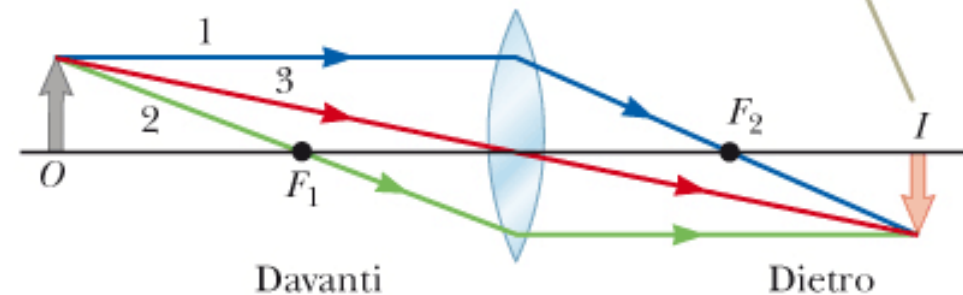




Per determinare la posizione dell'immagine formata da una lente sottile o da un sistema di lenti sottili è utile ricorrere ai diagrammi dei raggi. Per determinare la posizione dell'immagine data da una lente *convergente* si tracciano i seguenti tre raggi che partono dalla punta dell'oggetto:

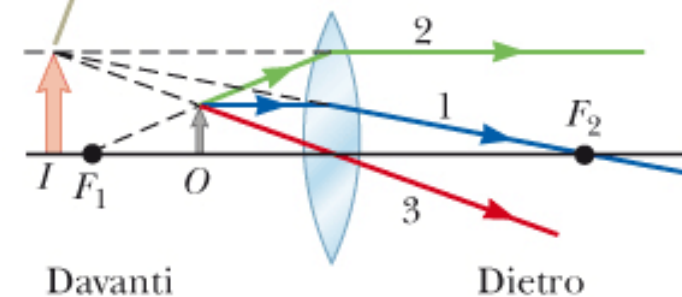
- Il raggio 1 tracciato dalla punta della freccia parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio passa per il punto focale dietro la lente.
- Il raggio 2 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il punto focale davanti alla lente (o come se provenisse dal punto focale, se $p < f$) ed esca dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il centro della lente e continui lungo una linea retta.

Quando l'oggetto è davanti a una lente convergente e oltre il punto focale, l'immagine è reale, capovolta e posta dietro la lente.

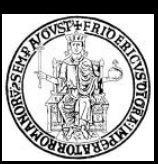


a

lente stessa, l'immagine è virtuale, diritta, più grande dell'oggetto e posta davanti alla lente.



b



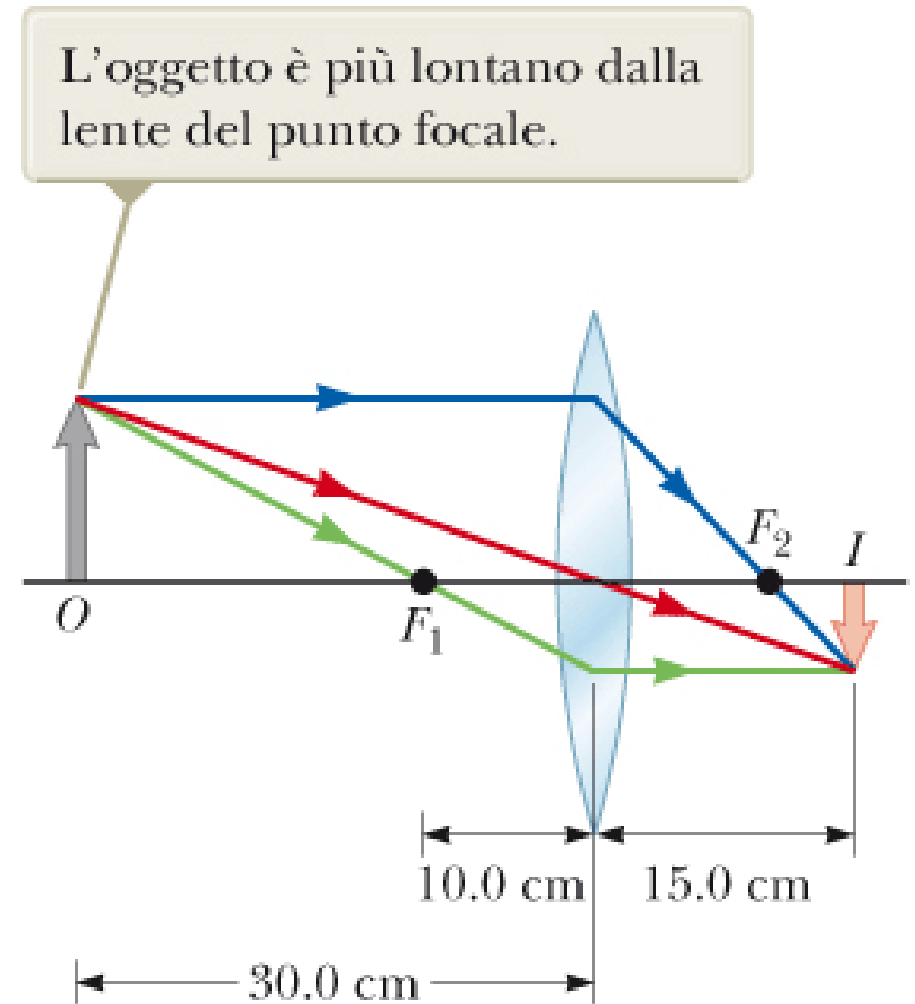
Una lente convergente di distanza focale 10 cm forma un'immagine di un oggetto posto a 30 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinare la distanza dalla lente e descrivere l'immagine.

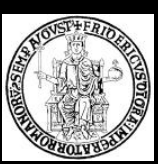
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{30\text{cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10\text{cm}}$$

$$q = 15\text{cm}$$

$$M = -\frac{q}{p} = -\frac{15\text{cm}}{30\text{cm}} = -0.5$$





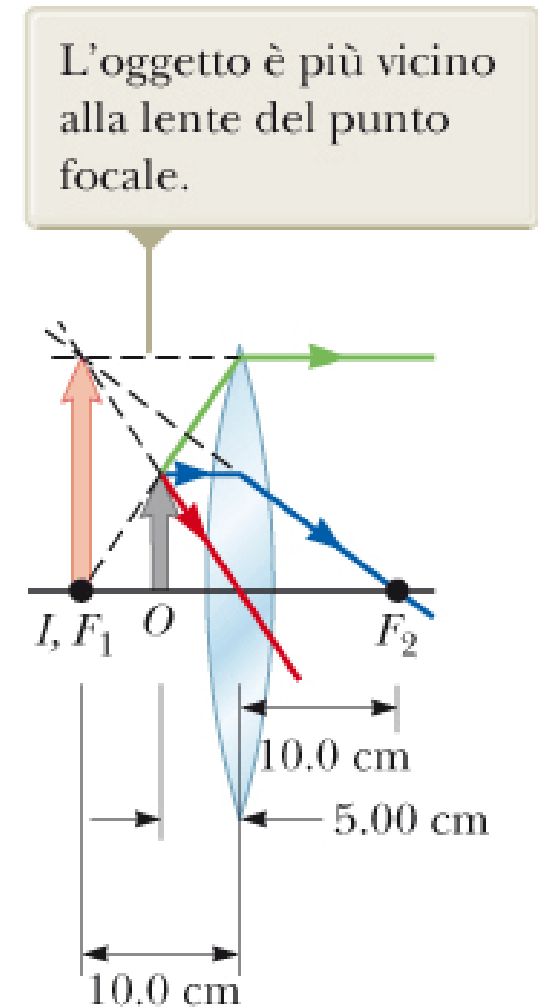
L'oggetto è ora posto a 10 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinare la distanza dalla lente e descrivere l'immagine.

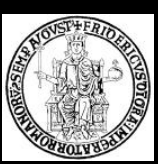
Infine, l'oggetto è posto a 5 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinare la distanza dalla lente e descrivere l'immagine.

$$\frac{1}{5cm} + \frac{1}{q} = \frac{1}{10cm}$$

$$q = -10cm$$

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-10cm}{5cm}\right) = 2$$

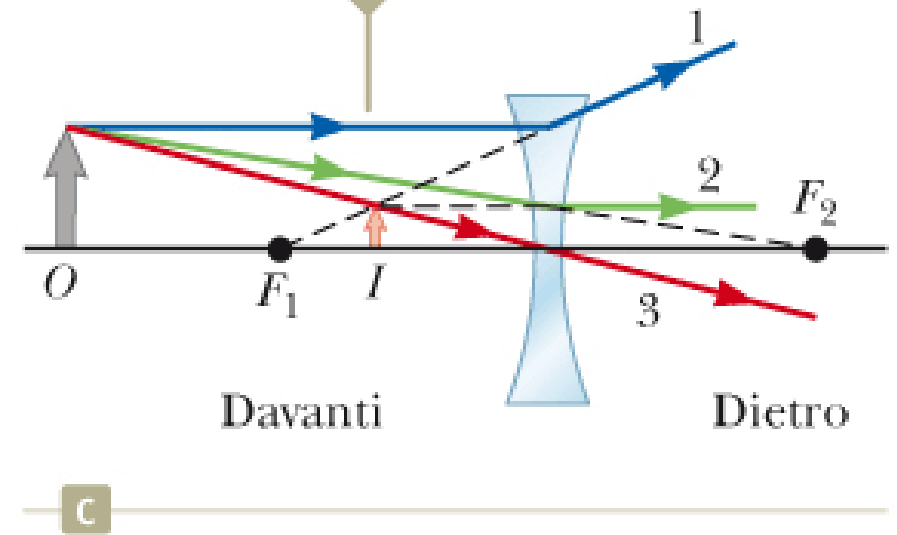




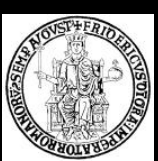
Per localizzare l'immagine di una lente *divergente* si tracciano i seguenti tre raggi che partono dalla punta dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato dalla punta della freccia parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio esce allontanandosi dal punto focale davanti alla lente.
- Il raggio 2 è tracciato dalla punta della freccia diretto verso il punto focale dietro la lente ed esce dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato dalla punta della freccia in modo che passi per il centro della lente e continui lungo una linea retta.

Quando un oggetto è in un punto qualsiasi davanti ad una lente divergente, l'immagine è virtuale, diritta, più piccola dell'oggetto e posta davanti alla lente.

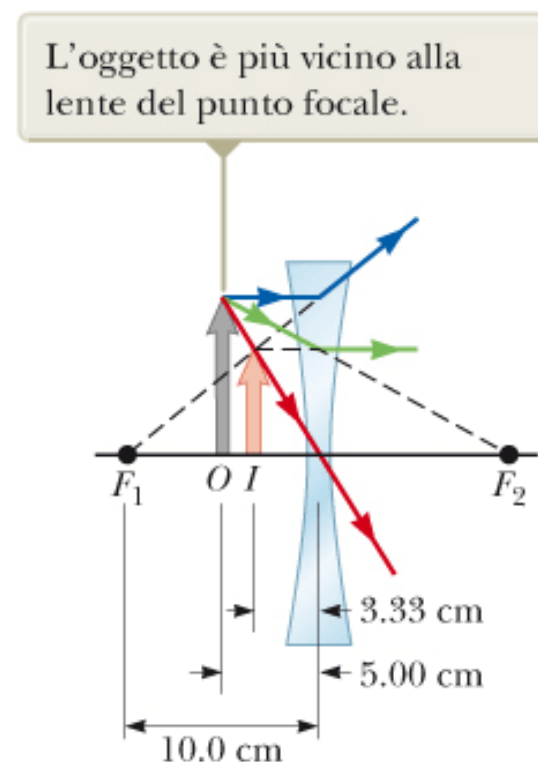
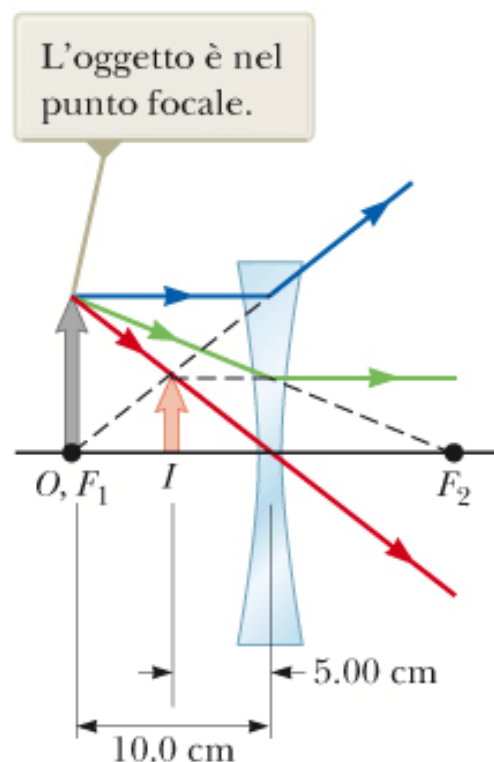
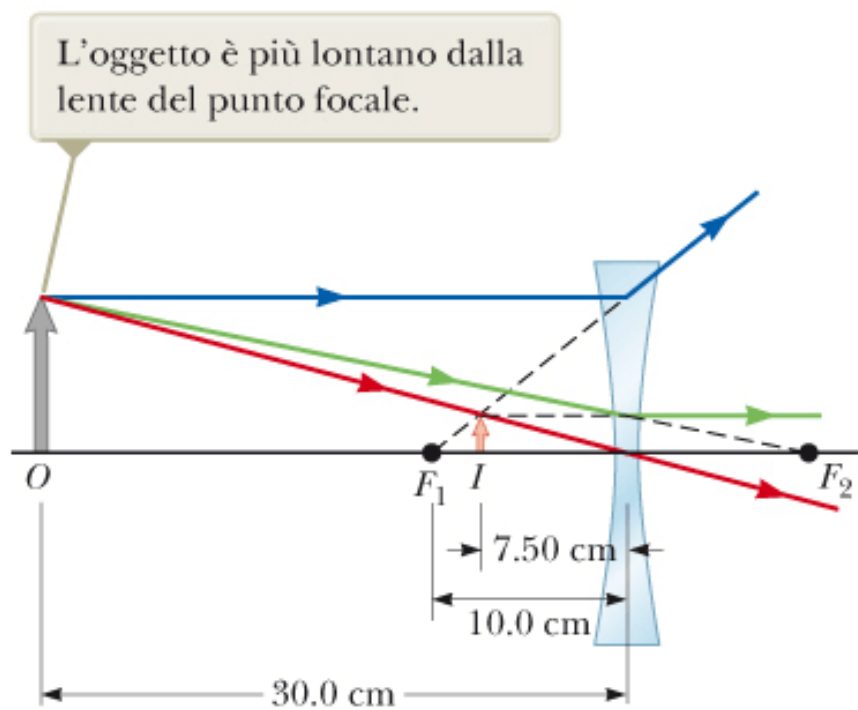


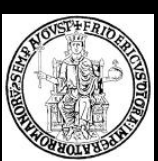
C



Una lente divergente ha una distanza focale di 10 cm.

- a) Un oggetto è posto a 30 cm dalla lente. Si costruisca il diagramma dei raggi, si trovi la distanza immagine e si descriva l'immagine.
- b) Un oggetto è posto a 10 cm dalla lente. Si costruisca il diagramma dei raggi, si trovi la distanza immagine e si descriva l'immagine.
- c) Un oggetto è posto a 5 cm dalla lente. Si costruisca il diagramma dei raggi, si trovi la distanza immagine e si descriva l'immagine.





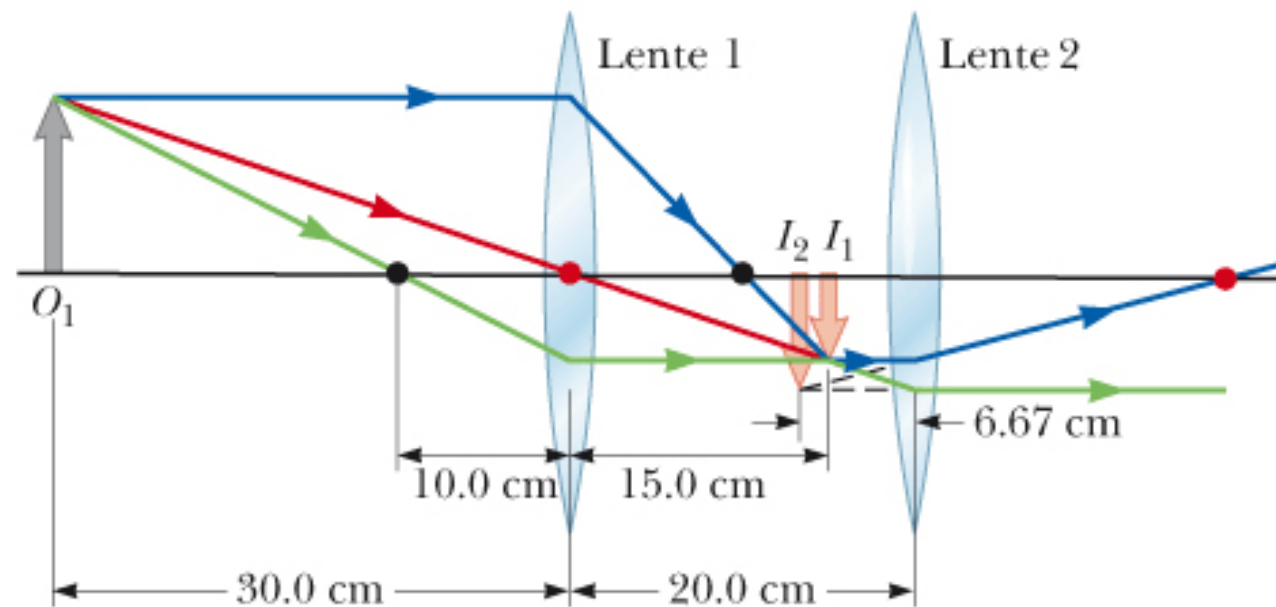
Se, per formare un'immagine, si usano due lenti sottili, si può procedere nel modo seguente. Dapprima si trova la posizione dell'immagine della prima lente come se la seconda lente non ci fosse. Successivamente si disegna il diagramma dei raggi per la seconda lente, considerando come oggetto l'immagine formata dalla prima lente. L'immagine formata dalla seconda lente è l'immagine finale del sistema. L'ingrandimento complessivo dell'immagine di una combinazione di lenti sottili è il prodotto degli ingrandimenti delle singole lenti:

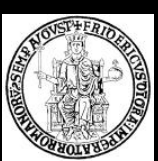
Studiando il caso particolare di due lenti sottili, di distanze focali f_1 e f_2 , poste a contatto tra loro. Se $p_1=p$ è la distanza oggetto per le lenti accoppiate, allora l'applicazione dell'equazione delle lenti sottili alla prima lente dà

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}$$

dove q_1 è la distanza immagine per la prima lente.

$$M = M_1 M_2$$

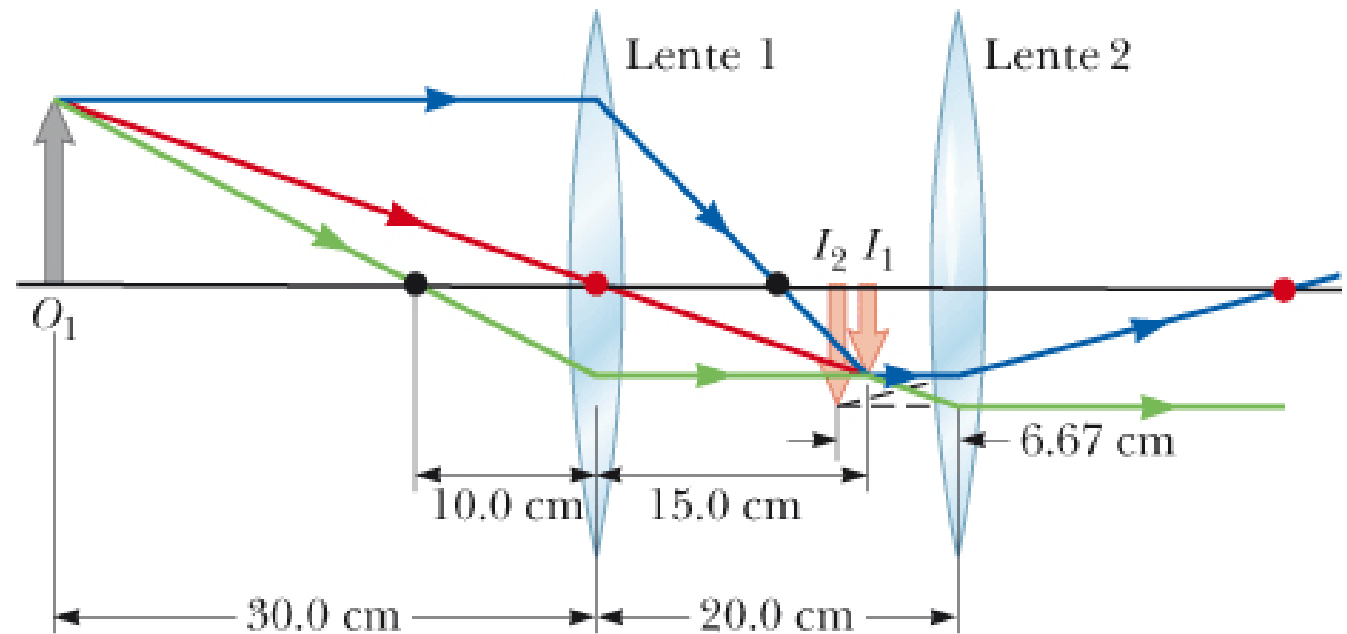




Trattando, questa immagine come l'oggetto per la seconda lente, la distanza oggetto per la seconda lente deve essere $p_2 = -q_1$. (la distanza oggetto è negativa perché l'oggetto è virtuale se l'immagine data dalla prima lente è reale). Perciò, per la seconda lente,

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_2} \rightarrow -\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_2}$$

dove $q = q_2$ è la distanza immagine finale prodotto dalla seconda lente, che è anche la distanza immagine per la combinazione delle lenti.





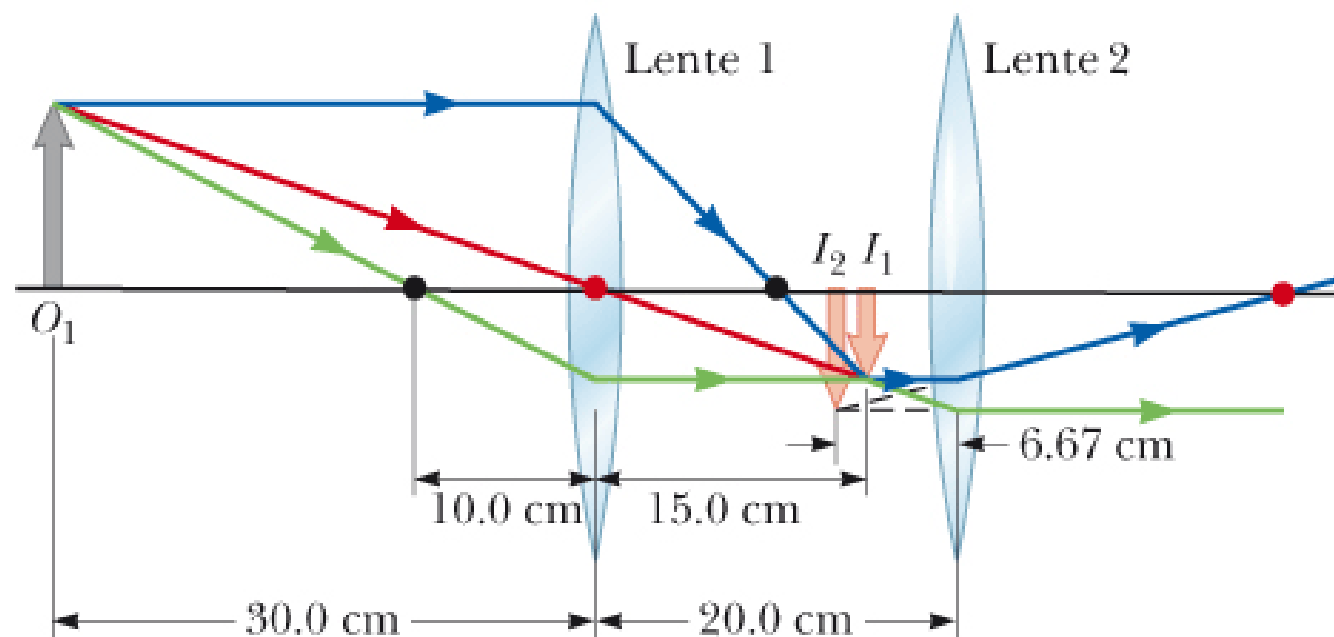
Sommando le equazioni per le due lenti, si elimina q_1 e si ha

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Se la combinazione delle due lenti viene sostituita da una singola lente che produce un'immagine nello stesso punto, la sua distanza focale deve essere collegata alle singole distanze focali dall'espressione

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Perciò, due lenti sottili a contatto sono equivalenti ad una singola lente sottile la cui distanza focale è data dall'eq. **36.19**.





Due lenti sottili convergenti di distanza focale $f_1=10\text{ cm}$ e $f_2=20\text{ cm}$ sono a distanza di 20 cm, come in figura. Un oggetto è posto 30 cm a sinistra dalla lente 1. Si trovino la posizione e l'ingrandimento dell'immagine finale.

