

5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Intro (concetto intuitivo)

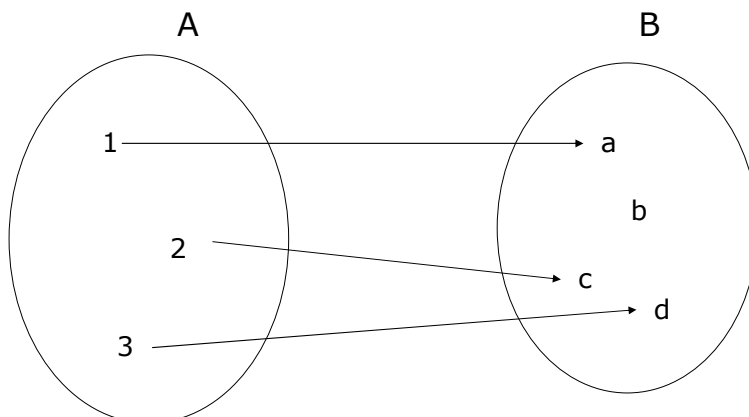
Che cosa e' una funzione?

Esempi di funzioni?

Concetto di funzione

Il concetto di funzione è legato all'esistenza di una relazione tra due insiemi di elementi in cui gli elementi del secondo insieme dipendono da quelli del primo insieme

Concetto di funzione (insiemi)



Le funzioni reali

Studieremo funzioni tra insiemi di numeri reali e cioè i cui elementi sono numeri reali



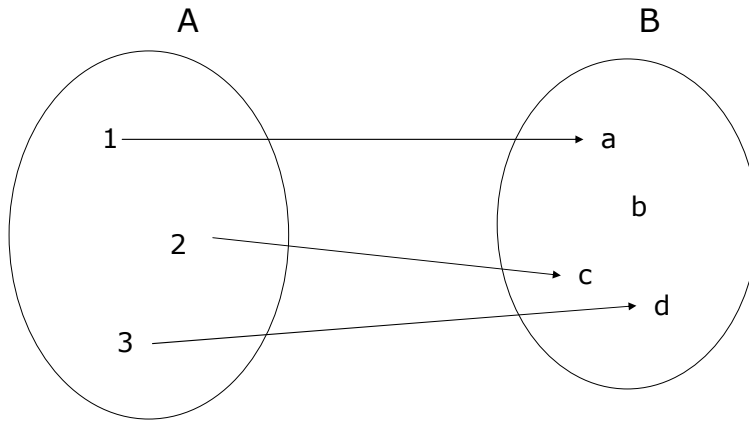
studieremo le **funzioni reali**

Definizione di funzione reale

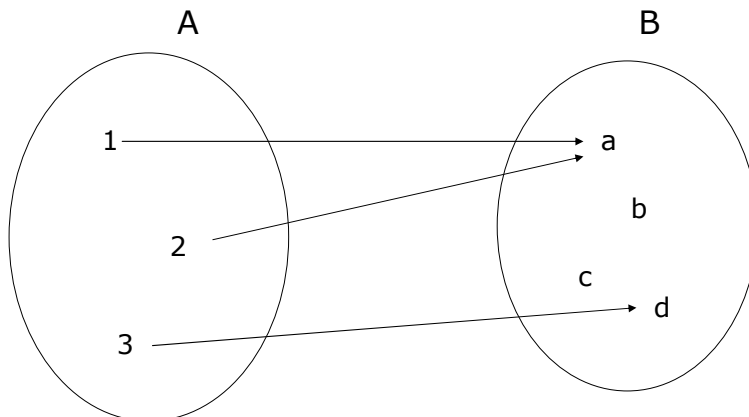
Def. Siano $A, B \subseteq \mathbb{R}$, $A, B \neq \emptyset$. Si definisce **funzione reale** f da A a B di variabile reale una corrispondenza che ad ogni elemento $x \in A$ associa uno ed un solo elemento $y \in B$ e si indica col simbolo:

$$f: A \longrightarrow B$$

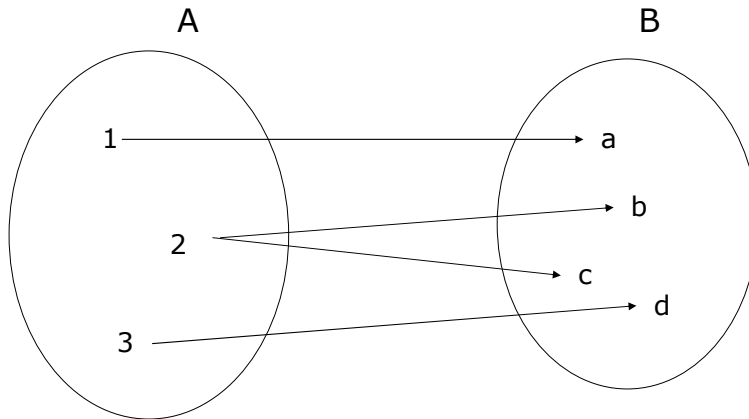
ad ogni elemento x associa uno ed un solo elemento y



ad ogni elemento x associa uno ed un solo elemento y



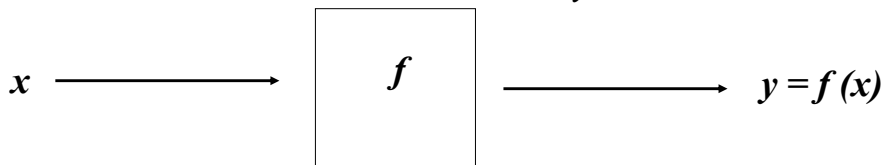
ad ogni elemento x associa uno ed un solo
elemento y



5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Definizione di funzione reale

Si può pensare ad una funzione come ad una scatola che ad ogni ingresso x associa un'unica uscita y



Il simbolo $f()$ indica il complesso di operazioni che si effettuano x sulla per ottenere la y corrispondente

5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Def: variabile indipendente/dipendente, dominio

La x rappresenta il generico valore in ingresso e viene detta **variabile indipendente**

La y rappresenta l'unico valore corrispondente al generico x in entrata e viene detta **variabile dipendente**

L'insieme A dei valori che può assumere la x (cioè l'insieme dei valori in entrata) è detto **dominio di f** o **insieme di definizione di f**

L'insieme B che contiene i valori y in uscita è detto **insieme di arrivo**

Def: codominio

Il valore in uscita y corrispondente ad un fissato valore x di A si indica con $f(x)$ ed è detto

immagine di x mediante f

L'insieme di tutti gli elementi di B che sono immagine mediante f di almeno un elemento x del dominio A viene detto

Immagine di f o Codominio

$$\text{Im } f = f(A) = \{y \in B : \exists x \in A : y = f(x)\}$$

Definizione di funzione reale

Def. Siano $A, B \subseteq \mathbb{R}$, $A, B \neq \emptyset$. Si definisce **funzione reale** f da A (**dominio**) a B (**codominio**) di variabile reale una corrispondenza che ad ogni elemento x (**variabile indipendente**) associa uno ed un solo elemento y (**variabile dipendente**) e si indica col simbolo:

$$f : A \rightarrow B$$

$$f : x \in A \rightarrow y \in B$$

$$\rightarrow \Leftrightarrow \text{"associa"}$$

Definizione di funzione reale

Una funzione viene assegnata fornendo la sua espressione analitica e, cioè, fornendo un insieme di operazioni matematiche ben definite che, applicate in un certo ordine, permettono di trovare, per ogni assegnato valore di x , il corrispondente valore $y = f(x)$

Esempi:

$$y = x + 1 \Rightarrow \text{se } x = 1, y = 2; \text{ se } x = 2, y = 3; \dots$$

$$y = x^3 + x^2 \Rightarrow \text{se } x = 1, y = 2; \text{ se } x = 2, y = 12; \dots$$

...

Esempi di funzioni

Esempio. Sia data la legge:

$$f : x \in R \rightarrow x \in R$$

$$f(x) = x$$

x	$f(x)$
-1	-1
0	0
1/2	1/2
1	1
2	2
...	...

Si tratta di una funzione

Esempi di funzioni

Esempio. Sia data la legge:

$$f : x \in R \rightarrow (2x+1) \in R$$

$$f(x) = 2x+1$$

x	$f(x)$
-1	-1
0	1
1/2	2
1	3
2	5
...	...

Si tratta di una funzione

Esempi di funzioni

Esempio. Sia data la legge:

$$f : x \in R \rightarrow 3 \in R$$

$$f(x) = 3$$

x	$f(x)$
-1	3
0	3
1/2	3
1	3
2	3
...	...

Si tratta di una funzione costante

Esempi di funzioni

Esempio. Sia data la legge:

$$f : x \in R \rightarrow x^2 \in R$$

$$f(x) = x^2$$

x	$f(x)$
-1	1
0	0
1/2	1/4
1	1
2	4
...	...

Si tratta di una funzione

Esempi di funzioni

Esempio. Sia data la legge:

$$f : x \in R \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

x	$f(x)$
-2	-1
-1	-1
0	1
1/2	1
1	1
...	...

Si tratta di una funzione definita a tratti definita da funzioni differenti su intervalli differenti

Grafico di funzioni

In particolare, assegnata una funzione

$$f: D \longrightarrow R, \text{ con } D \subseteq R$$

è possibile visualizzare anche

graficamente

la dipendenza di $f(x)$ dal generico x di D

Grafico di funzioni

Il **grafico** di una funzione $f : D \rightarrow R$

non è altro che l'insieme dei punti del piano cartesiano Oxy di coordinate (x,y) che hanno per ascissa il generico elemento x del dominio D e per ordinata il corrispondente valore $y = f(x)$

$$G_f = \{(x, y) : x \in D, y = f(x)\}$$

Per le funzioni più comuni, il grafico è una curva

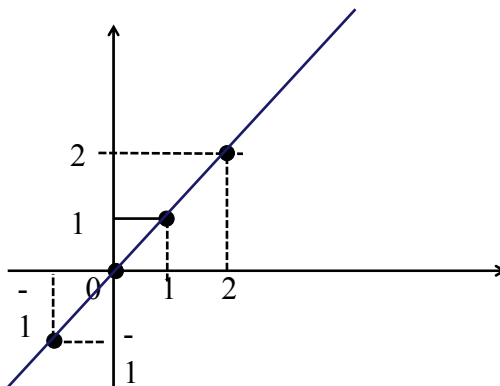
Esempi di funzioni

Esempio 6. Sia data la funzione:

$$f : x \in R \rightarrow x \in R$$

$$f(x) = x$$

x	$f(x)$
-1	-1
0	0
1/2	1/2
1	1
2	2
...	...



Il grafico è la retta passante per i punti individuati

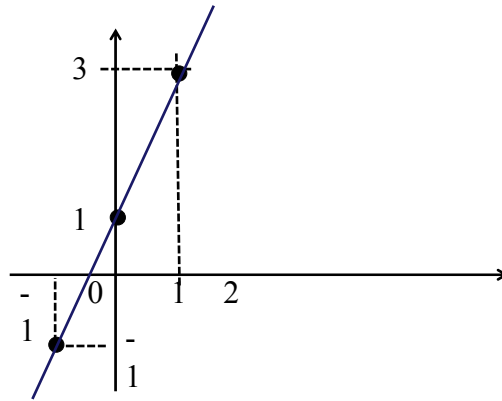
Esempi di funzioni

Esempio 7. Sia data la funzione:

$$f : x \in \mathbb{R} \rightarrow (2x+1) \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = 2x + 1$$

x	$f(x)$
-1	-1
0	1
1/2	2
1	3
2	5
...	...



Il grafico è la retta passante per i punti individuati

5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

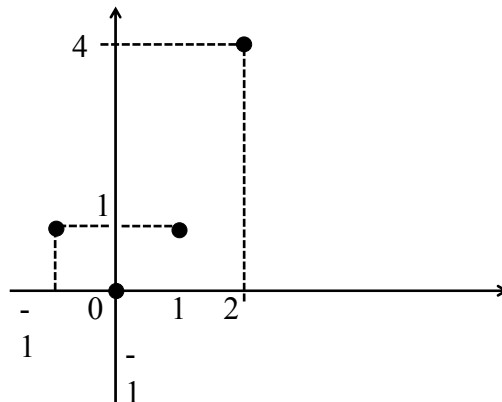
Esempi di funzioni

Esempio 9. Sia data la funzione:

$$f : x \in \mathbb{R} \rightarrow x^2 \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

x	$f(x)$
-1	1
0	0
1/2	1/4
1	1
2	4
...	...



Il grafico è la curva passante per i punti individuati

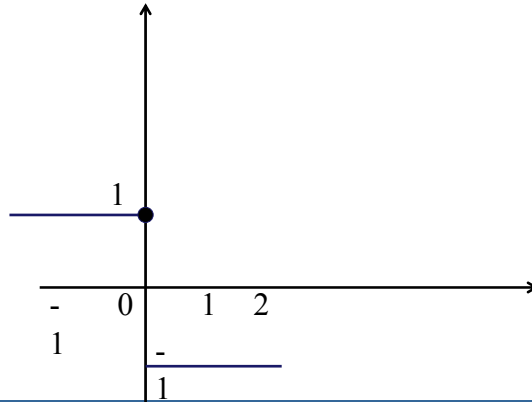
5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Esempi di funzioni

Esempio 10. Sia data la funzione definita a tratti:

$$f : x \in \mathbb{R} \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

x	$f(x)$
-2	-1
-1	-1
0	1
1/2	1
1	1
...	...



5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Grafico di funzioni

La proprietà fondamentale di una funzione secondo cui ad ogni ingresso x di D corrisponde uno ed un solo valore in uscita $f(x)$

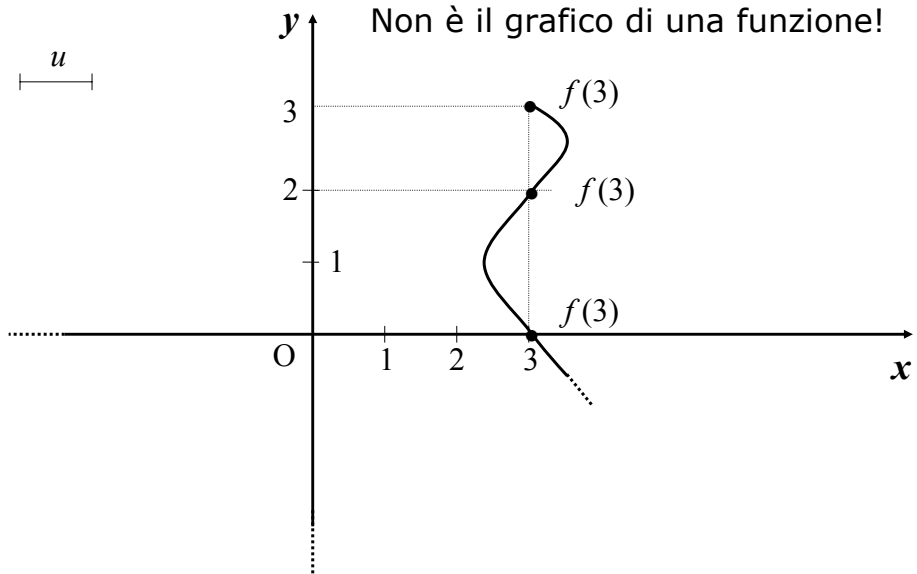
ha un significato geometrico preciso:

ogni parallela all'asse delle ordinate che taglia l'asse delle ascisse in un punto x del dominio D , interseca il grafico di f in uno ed un solo punto

A partire dal grafico di una curva è possibile stabilire se si tratta del grafico di una funzione oppure no

5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

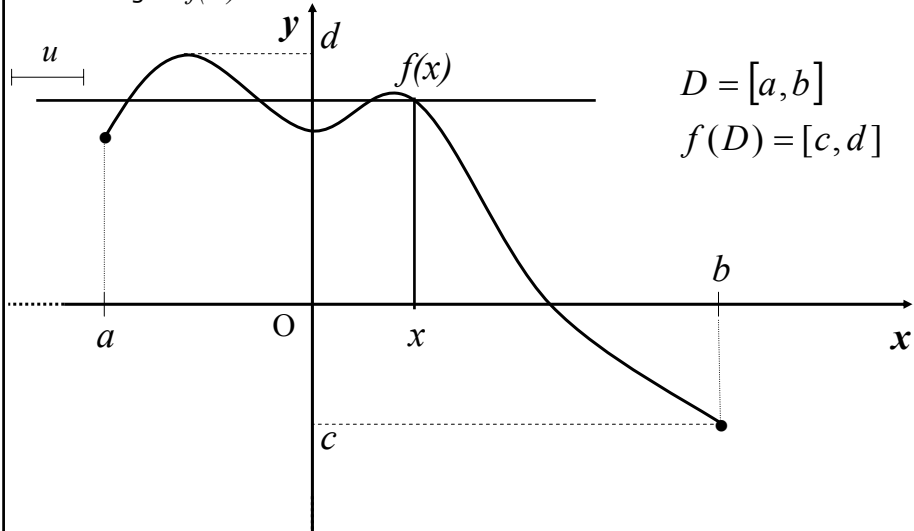
Grafico di funzioni



5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Grafico di funzioni

- il dominio di una funzione è un sottoinsieme dell'asse delle ascisse
- l'immagine $f(D)$ è un sottoinsieme dell'asse delle ordinate



5. Concetto di funzione. Dominio e codominio.

Il grafico di funzione

- il dominio di una funzione è un sottoinsieme dell'asse delle ascisse
- l'immagine $f(A)$ è un sottoinsieme dell'asse delle ordinate

