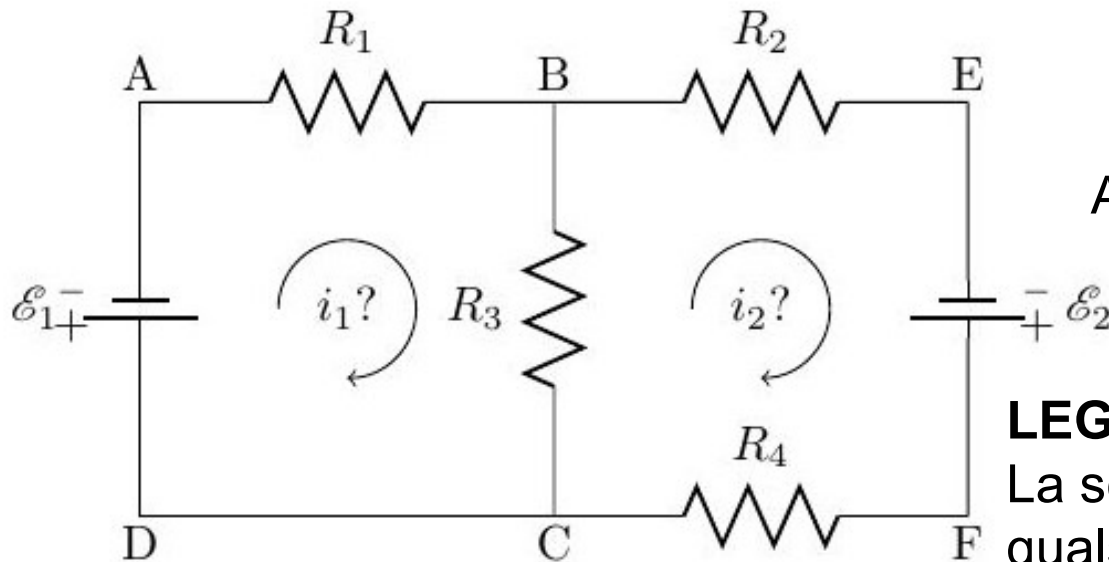


# Reti lineari: leggi di Kirchoff



**MAGLIE** = circuiti chiusi

ABCD, AEFD, BEFC sono tutte maglie

## LEGGE N. 1 ( O DEI NODI)

La somma delle correnti entranti in un qualsiasi nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dallo stesso nodo.

Discende dalla conservazione della carica elettrica

## LEGGE N. 2 ( O DELLE MAGLIE)

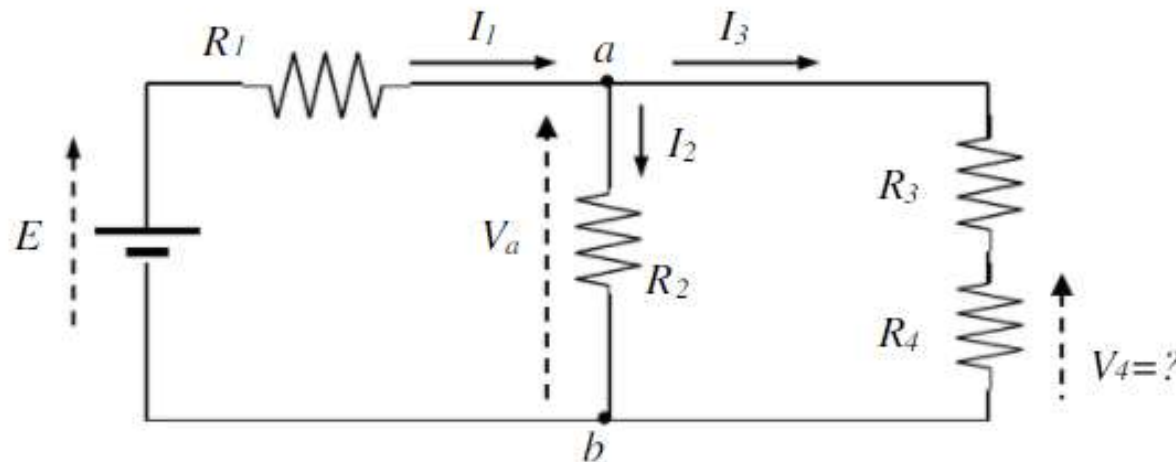
La somma algebrica delle f.e.m. o differenze di potenziale presenti nei rami di una maglia è uguale a 0. Discende dalla conservatività del campo elettrostatico. Da qui si ricava anche:

$$\sum_i E_i = \sum_K R_K I_K$$

per ogni singola maglia. ATTENZIONE al segno delle  $E_i$  ( + quando sono concordi al verso di percorrenza della maglia)

# Reti lineari: un esempio

1. Calcolare la tensione  $V_4$  ai terminali della resistenza  $R_4$  nella rete di figura.



Dati:  
 $E=15V$   
 $R_1= R_2 =10\Omega$   
 $R_3= R_4 =5\Omega$

a) *metodo di Kirchhoff*. Trattandosi di una rete ad un solo nodo, supposto alla tensione  $V_a$  (rispetto al riferimento  $V_b=0$ ), applico KCL ( o anche *metodo delle tensioni ai nodi*):

da cui:

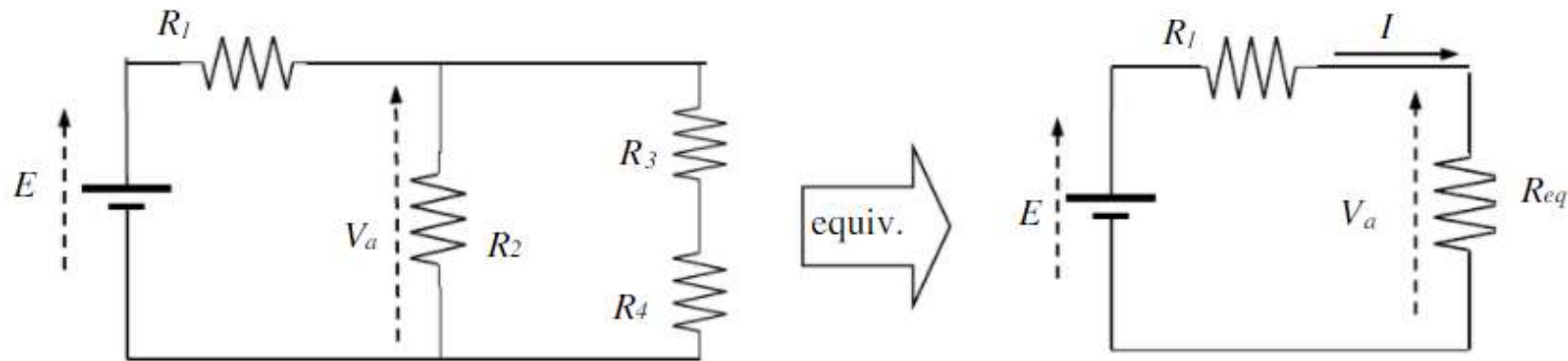
$$\sum_{nodo} I = I_1 - I_2 - I_3 = \frac{E - V_a}{R_1} - \frac{V_a}{R_2} - \frac{V_a}{R_3 + R_4} = 0$$

da cui:

$$\frac{E}{R_1} = V_a \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} \right) \qquad \frac{15}{10} = V_a \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5+5} \right) = V_a \frac{3}{10}$$

e risolvendo:  $V_a=5V$  e quindi  $V_4 = (V_a/2) = 2.5V$

b) metodo della riduzione a reti equivalenti semplificate.



dove:

$$R_{eq} = (R_3 + R_4) \parallel R_2 = \frac{(R_3 + R_4) \cdot R_2}{(R_3 + R_4) + R_2} = \frac{(5 + 5) \cdot 10}{(5 + 5) + 10} = 5\Omega$$

per cui:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_{eq}} = \frac{15}{10 + 5} = 1A$$

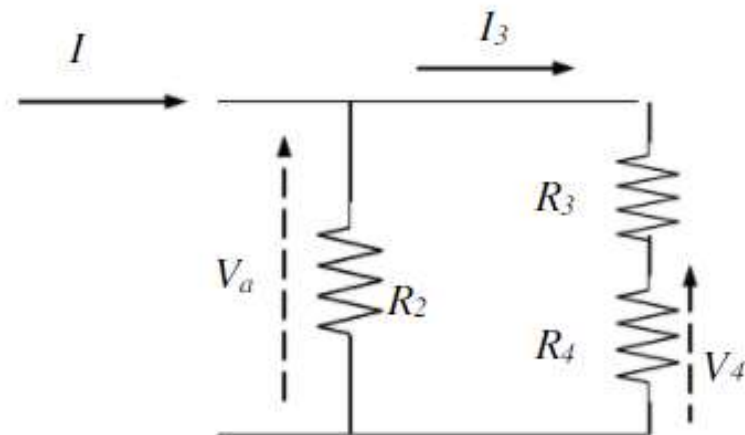
$$I = \frac{E}{R_1 + R_{eq}} = \frac{15}{10 + 5} = 1A$$

La  $I$  si ripartisce sul partitore di corrente, per cui sul ramo  $R_3 + R_4$  circola la corrente:

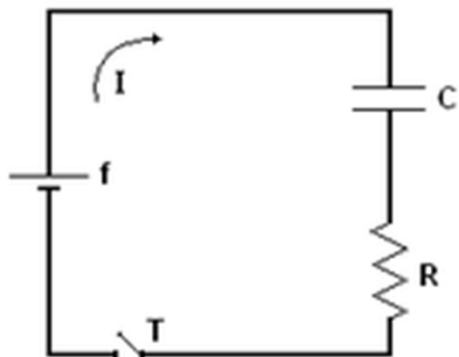
$$I_3 = \frac{V_a}{R_3 + R_4} = \frac{IR_{eq}}{R_3 + R_4} = I \frac{R_2}{(R_3 + R_4) + R_2} =$$

$$= 1 \frac{10}{5 + 5 + 10} = 0.5A$$

$$V_4 = R_4 I_4 = 5 \cdot 0.5 = 2.5V$$



# Carica di un condensatore



$$f = V_R + V_C = IR + \frac{\Delta q}{C} \quad \text{dove le grandezze variano nel Tempo, } I(t) \text{ e } \Delta q(t)$$

Deriviamo rispetto al tempo:

$$0 = \frac{dI}{dt} \cdot R + I \cdot \frac{1}{C}$$

Separiamo le variabili:

$$-\frac{dI}{dt} R = \frac{I}{C} \rightarrow -\frac{dI}{I} = \frac{dt}{\tau} \quad \tau = RC \text{ che ha le dimensioni di un tempo}$$

Integriamo:  $-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{t}{\tau} \rightarrow \frac{I(t)}{I_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad I_0 = I(t=0)$

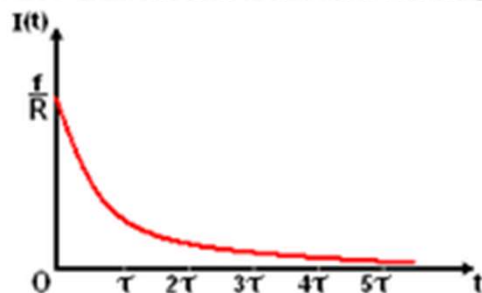
$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

è la corrente vs. il tempo.

$I$  è massima quando  $t = 0$ . Troviamo  $I_0$ . Per  $t = 0$ :

$$I(t) = \frac{f}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Grafico della corrente in funzione del tempo



$$f = I_0 R + 0 \text{ (condensatore ancora scarico)}$$

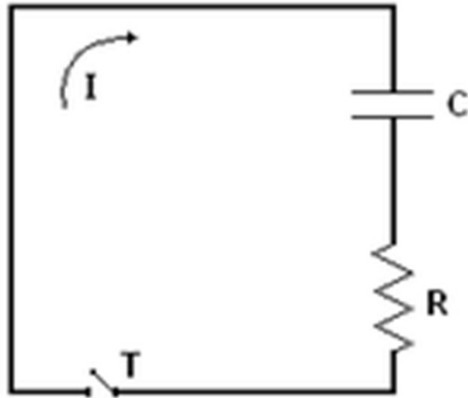
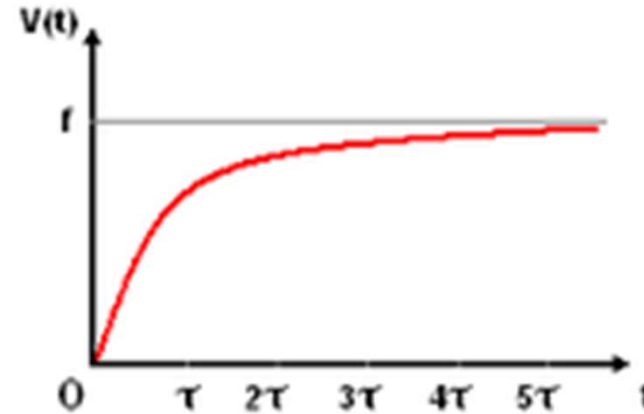
$$I_0 = \frac{f}{R}$$

$$V_R = R \cdot I(t) = f e^{-\frac{t}{\tau}} = V_R(t)$$

$$V_C = \frac{\Delta q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' = \frac{f}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t'}{\tau}} dt'$$

$$= \frac{-\tau f}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = f [1 - \exp(-\frac{t}{\tau})] = V_C(t)$$

Grafico del potenziale in funzione del tempo



Analogamente per la scarica (in figura a sinistra) si trova con metodo analogo:

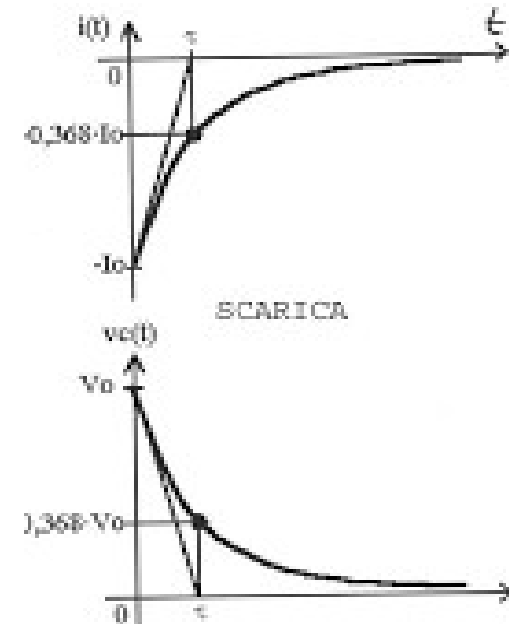
dove C è carico ad  $f$  per  $t = 0$  (condizione iniziale).

Si trova con metodo analogo:

$$V_C(t) = f e^{-\frac{t}{\tau}}$$

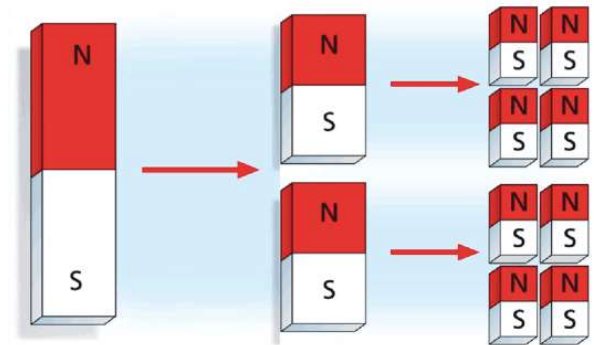
$$I(t) = \frac{f}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$V_R(t) = V_C(t) R$  e C sono collegati in parallelo



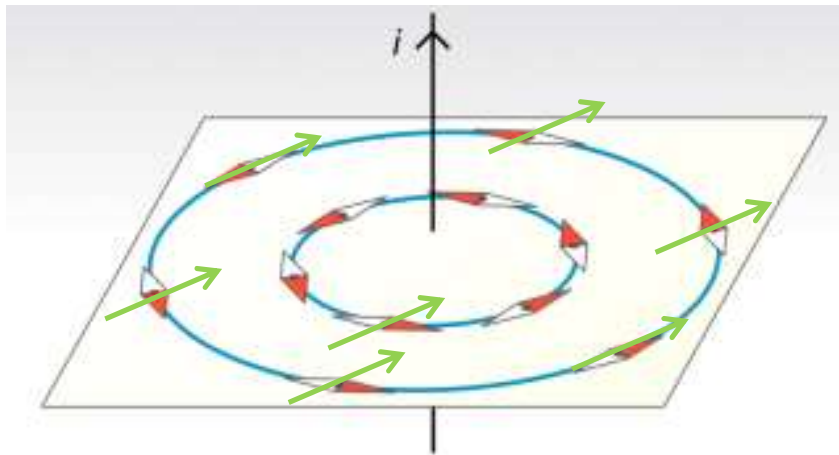
# Magnetismo

I materiali che andremo a studiare, in occasione del **Magnetismo**, hanno una fenomenologia simile a quella dei materiali elettrizzati, tuttavia senza il bisogno di essere strofinati per accumulare carica, ma che esibiscono comunque un'attrazione o una repulsione a distanza a causa della loro natura. La differenza sostanziale con il *dipolo elettrostatico* è che mentre per quest'ultimo è possibile separare le due cariche, quella positiva da quella negativa, nel caso che andremo a studiare (non avremo più polo + e polo -, ma nord e sud), che chiameremo *dipolo magnetico*, andando a tagliare i corpi/i dipoli non riusciremo mai ad isolare il polo nord dal polo sud e ad ogni taglio avremo sempre nuovi dipoli magnetici, solo via via più piccoli. Inoltre, questi oggetti oltre che interagire tra loro, interagiscono anche con le correnti elettriche ed è l'aspetto che ci porterà a considerare il magnetismo in qualche modo connesso all'elettricità nella teoria elettromagnetica, di cui accenneremo gli aspetti microscopici solo a livello fenomenologico.

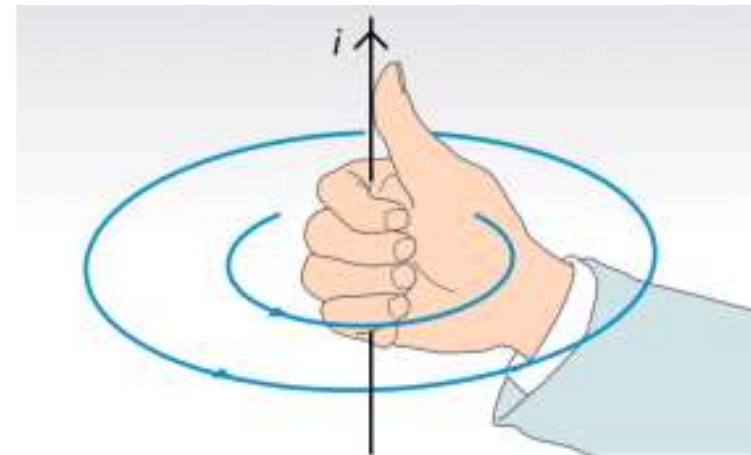


# Esperimento di Oersted

Nell'esperimento di Oersted questi pezzettini di materiale magnetico (ossidi di ferro), che chiameremo dipoli magnetici, si dispongono lungo un cerchio. Al centro e perpendicolarmente a questo cerchio passa un filo conduttore che può essere percorso da corrente all'occorrenza (a circuito chiuso). Prima che si chiuda il circuito, i dipolini magnetici tendono ad allinearsi col campo magnetico della Terra, quindi paralleli tra loro (*freccie verdi in figura «a»*), perché sul pianeta è come se ci fosse un "dipolone" (una grande calamita) grande quanto il diametro dello stesso pianeta un campo magnetico pressoché allineante uniforme sulla superficie terrestre. Grazie a questo campo magnetico terrestre da millenni i marinai riescono ad orientarsi seguendo la direzione indicata dalla bussola. Quando il circuito viene chiuso, i dipoli si allineano tangenti alla circonferenza con un certo verso (*dipoli bianco-rossi in figura «a»*); se cambia il verso della corrente nel circuito, i dipoli circolano nel verso opposto secondo la regola della mano destra (*se il pollice dal palmo al polpastrello rappresenta il verso della corrente, i dipoli si allineano come le quattro dita restanti, figura «b»*).



**a** Le linee del campo sono circonferenze concentriche, disposte su piani perpendicolari al filo.



**b** Regola della mano destra: con il pollice rivolto nel verso della corrente, le dita piegate indicano il verso del campo.

# Legge di Ampère

Al passaggio della corrente  $I$  nel circuito, dunque, è associato un campo magnetico, che si indica con  $\vec{B}$  che interagisce con i dipoli magnetici.

Possiamo, così, definire un nuovo parametro, ovvero la quantità di dipoli orientati per unità di lunghezza che si allineano lungo il percorso chiuso (circuitazione).

L'esperienza ci dice che questa quantità è proporzionale alla corrente  $I$ , concatenata al circuito, attraverso una nuova costante fondamentale di proporzionalità  $\mu_0$  che dipende dal mezzo e nel caso in questione è relativa al vuoto e viene definita permeabilità magnetica nel vuoto.

**CIRCUITAZIONE** (lungo un percorso chiuso  $\gamma$ ):

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

**LEGGE DI  
AMPÈRE**

Pertanto, la sorgente di questo tipo di azione a distanza sui dipoli magnetici e, dunque, la sorgente del campo magnetico è sicuramente la corrente elettrica  $I$

$$\mu_0 \text{ (permeabilità magnetica del vuoto)} = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$$

Attraverso questa legge fondamentale, nota la permeabilità magnetica, possiamo misurare il campo magnetico  $\mathbf{B}$  che si misura in Tesla (T).

Dalla legge di Ampère possiamo dedurre che il campo magnetico ha una caratteristica fondamentale che lo distingue dal campo elettrico, che ha linee di forza aperte, ovvero il fatto che le sue linee di forza siano chiuse. Infatti, i dipoli si posizionano sempre tangenti ad un percorso chiuso, invece le linee di forze di  $\mathbf{E}$  si orientano secondo semirette che nascono o muoiono. Il motivo è dovuto al fatto che non si riesce ad isolare il polo magnetico e quindi non c'è la carica magnetica isolata (monopolo) da cui far nascere le linee di forza.

# Campo magnetico del filo rettilineo indefinito

## **B** di un filo percorso da corrente

All'esterno del filo il campo vale  
simmetria cilindrica rispetto al filo.

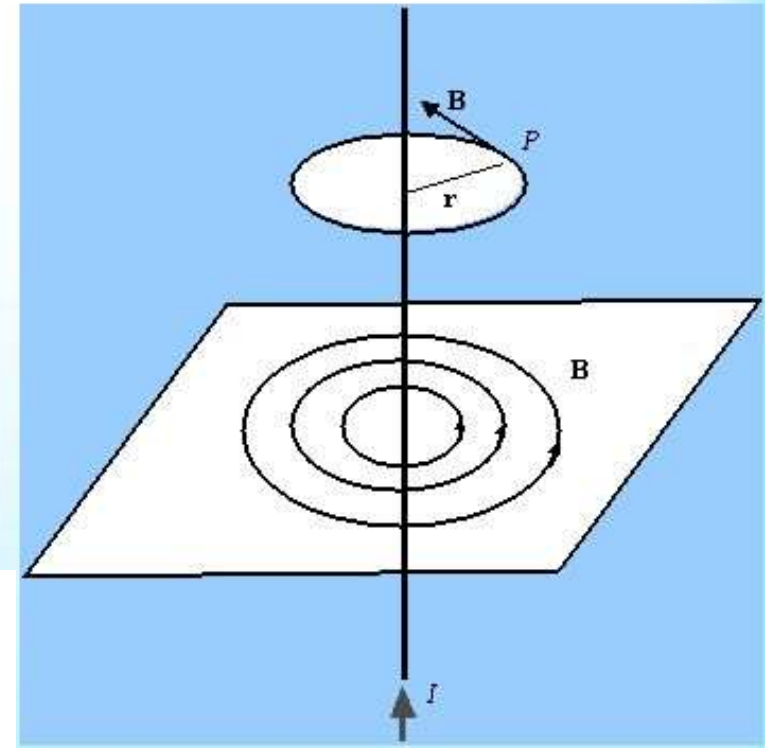
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad \text{ed ha}$$

Se si sceglie come linea chiusa una circonferenza  
concentrica al filo di raggio  $r > R$  (figura in basso a sinistra)  
**B** ha la stessa intensità lungo la linea ed è sempre parallelo  
alla linea stessa per cui la circuitazione vale semplicemente

$B 2\pi r$ :

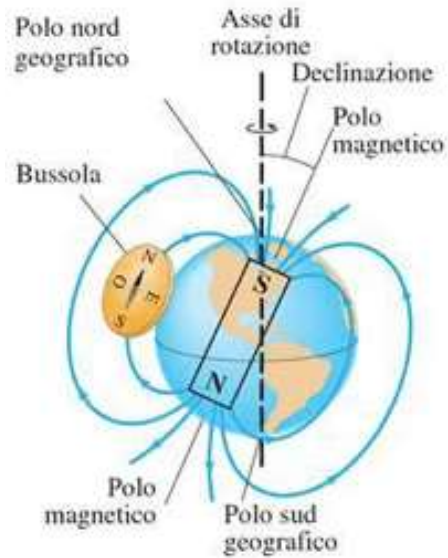
$$C_B = B \oint dl = B(2\pi r)$$

Da cui si ricava la formula di cui sopra.



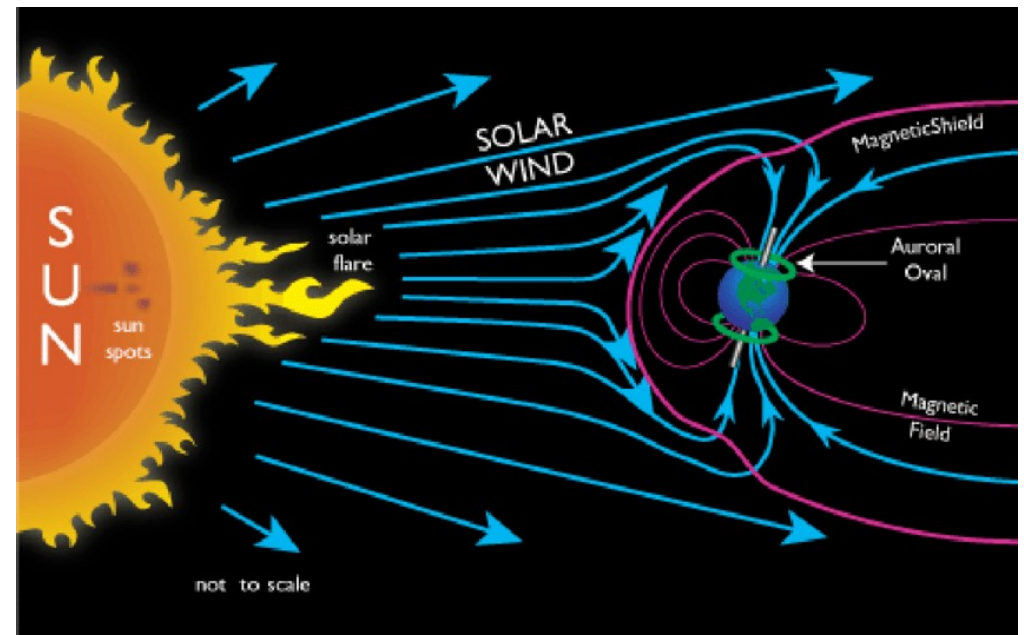
Le linee di forza di **B** sono tutte le circonferenze concentriche piano per piano. La corrente che circola nel filo è tale che, in regime stazionario, non ci sia accumulo di carica. La carica netta totale è 0 e, quindi, il campo elettrostatico è solo quello della batteria (campo esterno). In regime non stazionario (correnti non continue) lo scenario sarà diverso.

# Campo magnetico terrestre



Abbiamo definito la Terra, in termini magnetici, come un “dipolone” il cui polo nord si trova nell’Artico, a nord del Canada e il polo sud si trova nella zona dell’Antartico. Questi poli non coincidono con il nord e il sud geografici, ma sono vicini con un angolazione di  $11,5^\circ$ . Il campo magnetico terrestre si misura in Gauss, un sottomultiplo del Tesla ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) e misura  $0,5 \text{ Gauss (G)}$ . Il campo magnetico terrestre sta cambiando direzione abbastanza rapidamente e pare stia migrando verso la Siberia in un’ottica di inversione della polarità.

Il campo magnetico sulla Terra c’è perché c’è un enorme nucleo ferroso liquido il cui esterno rigido e solidificato è messo in rotazione. La presenza del campo magnetico scherma dalle radiazioni ionizzanti cariche nocive che arrivano dal sole. Le particelle non cariche vengono schermate dall’atmosfera.



# Forza magnetica su cariche elettriche

Se posizioniamo una carica elettrica  $q$  che si muove con velocità  $\vec{v}$  nel campo magnetico  $\vec{B}$ , su di essa agisce una forza di origine magnetica, detta anche forza di Lorentz.

$$\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Il prodotto in questione tra i vettori è un vettore (ha in generale 3 componenti), si tratta di un **prodotto vettoriale**, non scalare. Il prodotto scalare tra vettori ci dà uno scalare, un numero, dunque, che può essere positivo o negativo. Il prodotto vettoriale come risultato, invece, dà un vettore.

## NOTA SUL PRODOTTO VETTORIALE

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

Se faccio  $\vec{a} \times \vec{b}$ , con angolo  $\alpha$  compreso tra i due vettori si avrà:

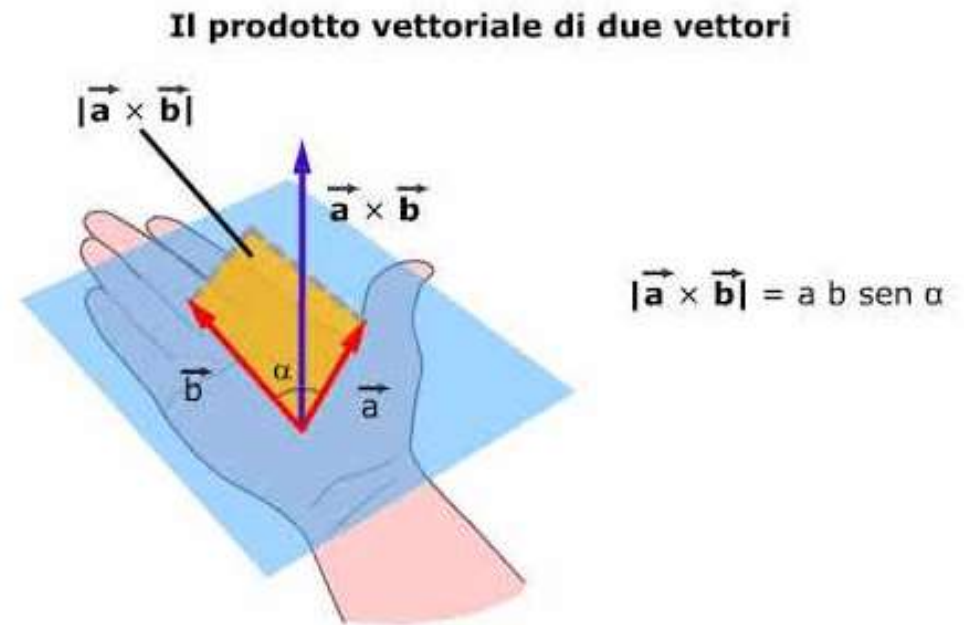
$\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{b}$  (**direzione** di  $\vec{c}$  data dalla regola della mano destra)

**Regola della mano destra (direzione e verso):** Se il pollice è il primo vettore e l'indice è il secondo vettore, il medio denota la direzione e il verso del terzo vettore  $\mathbf{c}$ . Se si inverte l'ordine dei due vettori, si il pollice al posto dell'indice,  $\alpha$  cambia di segno e va in  $-\alpha$ ; nel prodotto scalare abbiamo  $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ , mentre nel prodotto vettoriale abbiamo  $\sin(\alpha) = -\sin(-\alpha)$ . Quindi, il prodotto scalare è *commutativo*, mentre quello vettoriale è *anticommutativo*.

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

Il prodotto vettoriale è 0 quando i due vettori sono paralleli o antiparalleli ed è massimo quando i due vettori sono  $\perp$  tra loro. Il prodotto vettoriale si usa in fisica ogni qualvolta si parla di momenti di grandezze vettoriali e nella forza magnetica.

Siccome  $\vec{f}_m \perp \vec{v}$  ( come per la forza centrifuga), **la forza magnetica su un carica non compie mai lavoro perché il lavoro infinitesimo fatto da qualsiasi forza è  $\mathbf{F} \cdot ds$**  (prodotto scalare), ma lo spostamento infinitesimo è dettato dalla velocità nel senso che è ad essa parallelo e concorde; quindi lo spostamento infinitesimo è  $\perp$  alla forza e quindi il lavoro fa 0. Ciò non toglie che la forza magnetica, al pari della forza centrifuga, impartirà un'accelerazione alle cariche e ne modificherà la traiettoria e la velocità. Tuttavia, il lavoro è una differenza di energia cinetica, quindi, **la forza magnetica può cambiare la velocità solo in direzione e verso, ma il modulo deve restare lo stesso.**



# Forza magnetica su correnti elettriche

Quando la forza magnetica si considera relativa a tutte le cariche che percorrono un filo percorso da corrente, si avrà  $\vec{F}_m$  (con la maiuscola in quanto agisce su tutte le cariche del filo)  $\perp \vec{v}, \vec{B}$ . Si può definire un vettore  $\vec{l}$  con modulo dato dalla lunghezza del filo (o del tratto di filo considerato) e direzione e verso della corrente, (che sono determinati dal vettore velocità dei portatori di carica). Si generalizza ad un tratto di filo  $l$  percorso da corrente  $I$

$$\vec{F}_m = I \vec{l} \times \vec{B} \quad |\vec{l}| = l$$

Nel caso di tratto infinitesimo:

$$d\vec{F}_m = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

La formulazione infinitesima ci aiuta per circuiti a percorso curvo. In questo caso si considera un pezzettino rettilineo infinitesimo di circuito (ovvero di corrente) e poi si somma, con un integrale, il contributo alla forza di tutti questi infiniti pezzettini infinitesimi.

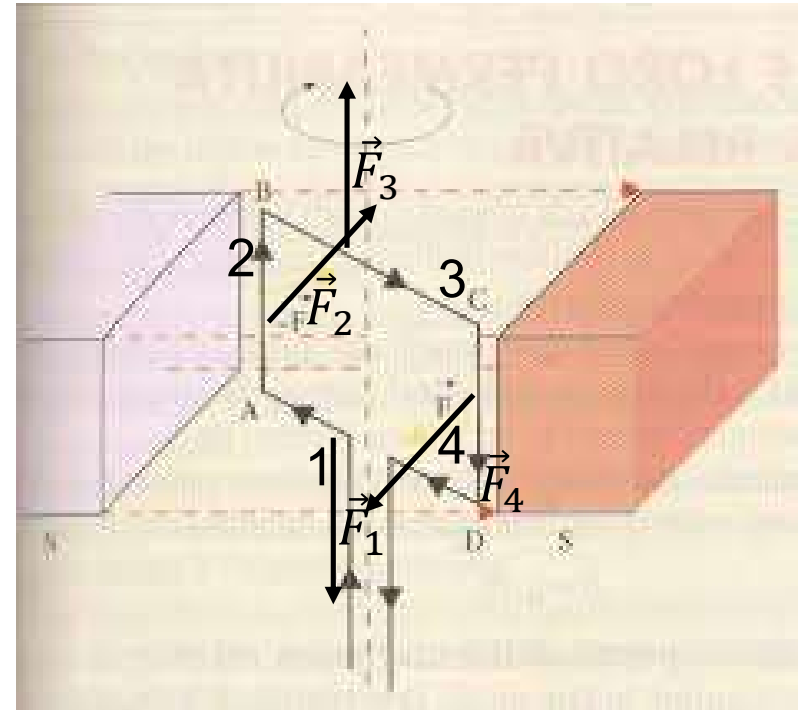
# Momento magnetico e spira in un campo B

Vediamo a questo punto l'azione di campi magnetici esterni su correnti elettriche. Mettiamo una corrente all'interno di un campo di un dipolo magnetico. Tra i poli, nella regione cui c'è un campo magnetico (con linee di campo uniformi) è inserito un circuito (spira) quadrangolare. Abbiamo 4 lati e possiamo calcolare 4 forze del tipo  $\vec{F}_m$  ciascuna associata a un lato.

Dalla regola della mano destra possiamo ricavare il verso di ogni forza e il verso della velocità.  $\vec{F}_3$  è una forza uguale e opposta a  $\vec{F}_1$  perché  $\vec{B}$  rimane lo stesso ma  $\vec{v}$  è uguale e opposta rispetto a quella che scorre in  $\vec{F}_1$ .

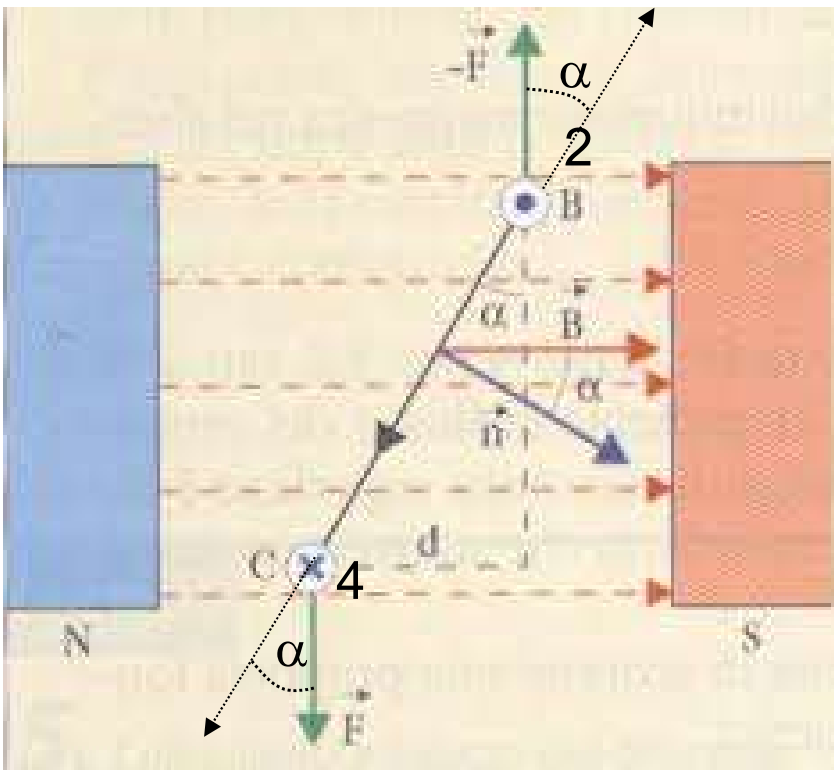
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_3$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$$



$\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_3$  sono opposte, non fanno ruotare la spira, né la distorcono (la spira è rigida), quindi si annulleranno andando a sommare le diverse forze.

$\vec{F}_2$  ed  $\vec{F}_4$  anche si annulleranno nella somma delle forze



$\hat{n}$  è il vettore di modulo unitario  $\perp$  alla spira, coerente con la regola della mano destra: se le 4 dita della mano destra sono orientate come la corrente nella spira dal palmo ai polpastrelli, il pollice è diretto come  $\hat{n}$

$\hat{n}$  forma un angolo  $\alpha$  con le linee di forza del campo magnetico, dunque con l'orientamento della spira.

Se però tutte le forze si elidono a due a due, la spira gira comunque perché mentre  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_3$  sono opposte, ma sono esercitate lungo la stessa retta,  $\vec{F}_2$  ed  $\vec{F}_4$  costituiscono una coppia di forze non equilibrate perché non agiscono lungo la stessa retta.  $\vec{F}_2$  è esercitata al centro del lato 2 (lati omogenei) ed  $\vec{F}_4$  è diretta dal centro del lato 4 verso il basso nella slide; questo porterà ad avere un momento complessivo delle forze non bilanciate. Il momento  $\mathbf{M}_2$  di  $\vec{F}_2$  si sommerà anziché sottrarsi a quello  $\mathbf{M}_4$  di  $\vec{F}_4$  e, quindi, come per ogni coppia di forze, avremo che il momento totale, dovuto a  $\vec{F}_2$  ed  $\vec{F}_4$ , è diretto come l'asse di rotazione (momento assiale) e fa ruotare la spira perpendicolarmente a  $\vec{B}$ .

Proiettiamo  $\mathbf{M}_2$  ed  $\mathbf{M}_4$  direttamente lungo l'asse di rotazione e abbiamo:

$$M_2 = F_2 \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha$$

$$M_4 = F_4 \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha$$

Entrambi i momenti sono verso l'alto e concordi. Ciò che cambia di segno è il braccio  $\left(\frac{l}{2}\right)$  oltre che la forza.

$$M_{TOT} = (F_2 + F_4) \frac{l}{2} \sin \alpha = 2 \cdot I l B \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha = I l^2 \sin \alpha \cdot B$$

$l^2$  è l'area  $A$  della spira. Allora se definiamo un nuovo vettore  $\vec{\mu}$  rappresentante il momento magnetico della spira percorsa da corrente e definito come:

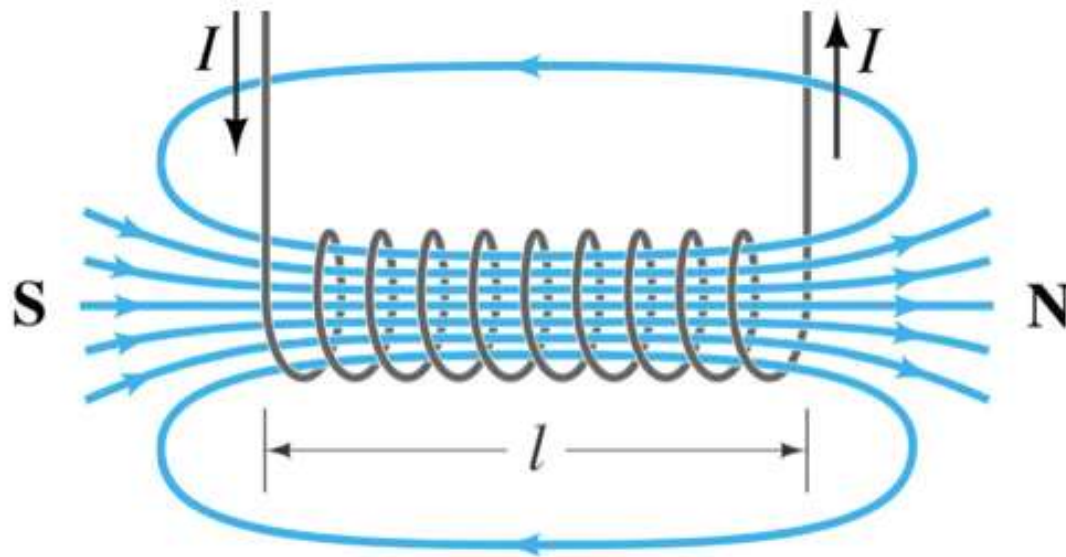
$$\vec{\mu} = I \vec{A} \quad \text{con } \mathbf{A} = A \hat{n}$$

Otteniamo allora in forma vettoriale un risultato che è del tutto generale e non dipende dalla particolare forma della spira.

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

C'è, dunque, una sorta di reciprocità. Se si prendono dipoli magnetici e li posizionano vicino ad una corrente c'è un'azione da parte della corrente sui dipoli. Se, invece, tra i dipoli metto una corrente c'è un'azione da parte del campo magnetico dei dipoli sulla corrente.

# Campo magnetico di un solenoide



$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I \text{ (dentro)}$$
$$= 0 \text{ (fuori)}$$

$n$  = densità, numero di spire  $N$  totali per unità di lunghezza  $\left(\frac{N}{l}\right)$  dove  $l$  è la lunghezza del solenoide.

Il campo magnetico dentro al solenoide è costante e uniforme (stiamo trascurando gli effetti di bordo, ossia il fatto che il solenoide ha lunghezza finita). Gioca lo stesso ruolo che il condensatore gioca in elettrostatica col campo elettrico, ed è proporzionale alla corrente che passa. Vale 0 fuori dal solenoide.

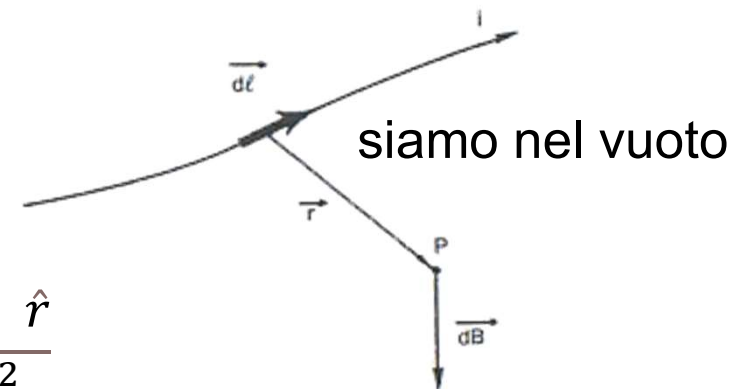
# Legge di Biot-Savart/formula di Laplace

Quella di Biot – Savart, generalizzata poi alla cosiddetta formula di Ampère, è la legge che ci permette di trovare il campo magnetico prodotto da una corrente di forma qualsiasi in un certo punto. Prendiamo un pezzo di filo attraverso cui passa la corrente (può essere anche curvo come quello in figura), calcoliamo il campo magnetico prodotto da questo pezzo di circuito nel punto P. Per fare ciò prediamo pezzetti infinitesimi sommandoli, utilizzando il principio di sovrapposizione. Prendo il pezzettino  $d\vec{l}$  il quale è a distanza  $r$  dal punto P. Nel punto P, il pezzetto di corrente produrrà un campo infinitesimo  $d\vec{B}$ . Quello che la legge di Biot- Savart ci dice è che questo campo infinitesimo nel punto P è uguale a una costante per un termine molto simile alla legge di Coulomb. La sorgente qui non è la carica elettrica, ma un «pezzo» di corrente ( $I d\vec{l}$ ). Questo campo dipende dalla distanza della sorgente dal punto P e questa dipendenza è del tipo  $1/r^2$ , come per il caso elettrico. Per il campo magnetico va sottolineata la differenza circa la natura vettoriale: mentre in un caso abbiamo il campo elettrico radiale lungo la congiungente carica - punto, il campo magnetico è perpendicolare a  $r$  perché è proporzionale al prodotto vettoriale tra  $d\vec{l}$  ed  $\hat{r}$  (versore). Per questo motivo il campo magnetico sarà perpendicolare alle correnti.

$$d\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \left( \frac{r \cdot \hat{r}}{r \cdot r^2} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

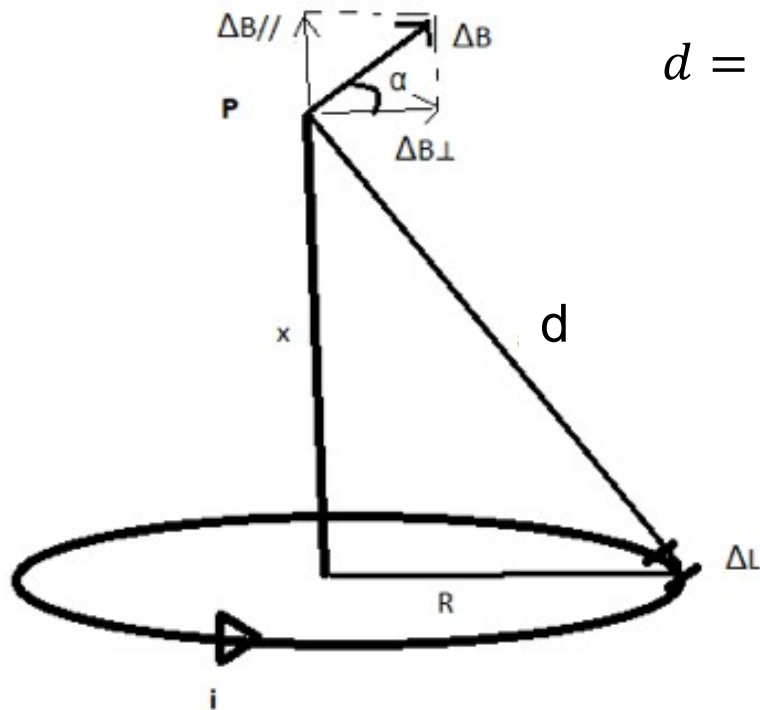
Analogia col caso elettrico

$$d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{dq \hat{r}}{r^2}$$



# Campo magnetico sull'asse di una spira percorsa da corrente

Intendiamo calcolare il campo magnetico nel punto P sull'asse. La distanza di P da un certo punto sulla circonferenza è per il teorema di Pitagora:

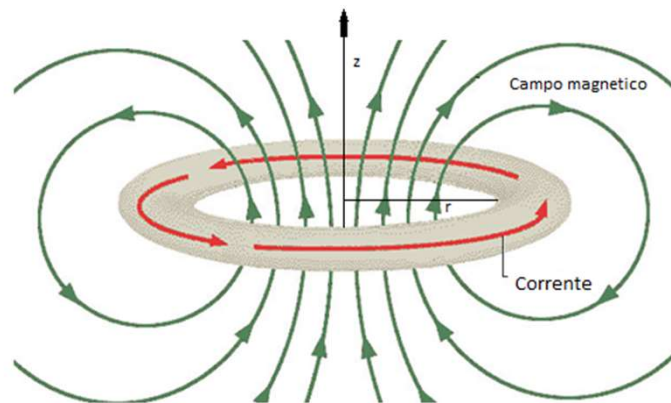


$$d = \sqrt{R^2 + x^2}$$

Per trovare  $\mathbf{B}$  si deve fare la somma di tutti i contributi del circuito percorso da corrente.

Trattandosi però di un percorso curvo, bisogna considerare i diversi pezzettini infinitesimi percorsi da corrente che contribuiscono a dare il campo magnetico del punto P e attuare il principio di sovrapposizione. Ogni pezzettino infinitesimo darà un campo magnetico  $\Delta\mathbf{B}$  con una componente  $\perp$  e una  $\parallel$  per la regola della mano destra. Applicando poi la formula di Laplace si trova:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I R^2}{\sqrt{(R^2 + x^2)^3}}$$



$\mathbf{B}$  è proporzionale al momento magnetico della spira, infatti l'area della spira sarà  $\pi \cdot R^2$ , quindi il momento della spira sarà  $I \cdot \pi R^2$ . In generale questo è quello che si può dimostrare per qualsiasi punto P sull'asse.

Per  $x = 0$  al centro della spira si ha:

$$B(x = 0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

A grande distanza dalla spira,  $x \gg R$ :

$$B(x \rightarrow \infty) = \frac{\mu_0 I R^2}{2 x^3}$$

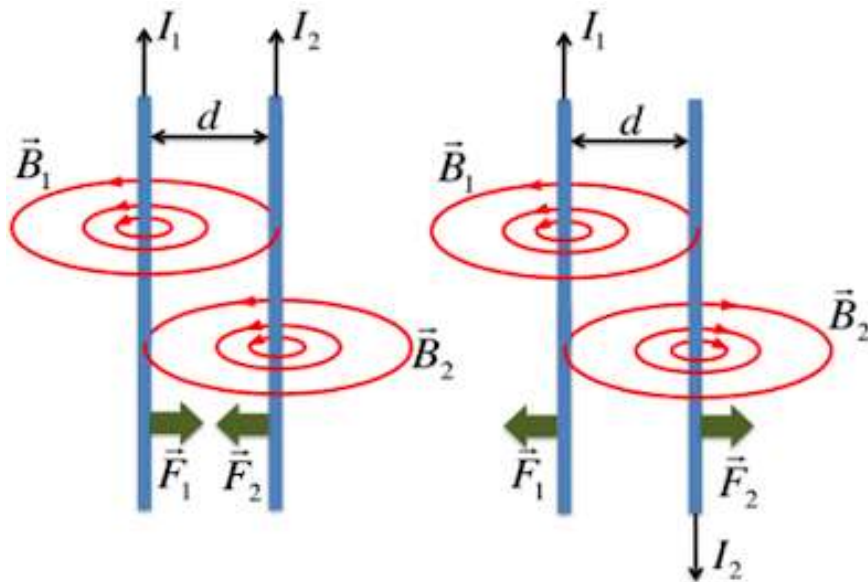
Il campo magnetico a grandi distanze decade come il cubo della distanza  $x$  dalla spira.  $x$  diventa molto più grande di  $R$  fino a potersi trascurare  $R$ , pertanto alla fine, rimane soltanto  $x$  al denominatore come  $x^3$ . Inoltre, il campo della spira è analogo al campo di un dipolo, essendo infatti direttamente proporzionale al momento magnetico della spira. Da notare, quindi, la differenza col caso elettrico dove c'è il monopolo (la carica isolata) che va come  $1/R^2$ , mentre anche il dipolo elettrico si può dimostrare che va come  $1/R^3$ , come nel caso del campo della spira che va come  $1/x^3$ . In particolare, siccome le linee di campo di  $\mathbf{B}$  sono chiuse, non c'è monopolo magnetico, il teorema di Gauss per  $\mathbf{B}$  dice che:

$$\oiint \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

*Il flusso del campo magnetico attraverso qualunque superficie chiusa è 0.*

# Forza tra correnti

Immaginiamo di avere due correnti elettriche  $I_1$  e  $I_2$  come in figura parallele, rettilinee. In questo caso le due correnti sono concordi, entrambe rivolte verso l'alto. Ci chiediamo: esistono delle azioni meccaniche risentite dai fili percorse dalla corrente? Sì, esistono perché una corrente genera il campo magnetico, l'altra sarà vicino al campo magnetico della prima e risente quindi del campo esterno. Ci sarà l'azione di 1 su 2 attraverso il campo magnetico generato da 1 su 2 e viceversa. Calcoliamo queste forze uguali e opposte (coppia di azione e reazione):



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

forza con cui si attraggono le due correnti, in particolare quella con cui la corrente 2 viene attratta dalla corrente 1 è:

$$\begin{aligned} |\vec{F}_2| &= I_2 l B_1 \text{ (sul filo 2)} = I_2 l \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi d} \\ &= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2 \pi d} l \end{aligned}$$

La forza/unità di lunghezza sarà, quindi:

$$\frac{F_2}{l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2 \pi d}$$

Avremo che correnti concordi si attraggono e correnti discordi si respingono e questo è contenuto nel prodotto  $I_1 \cdot I_2$ .

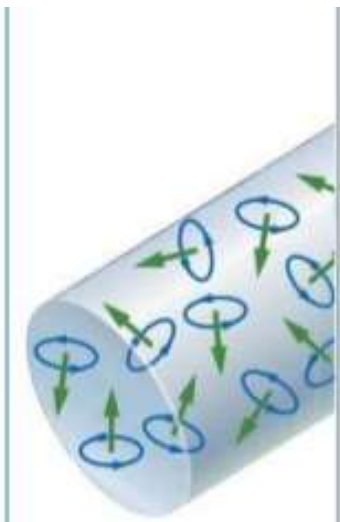
# Proprietà magnetiche della materia

Il magnetismo nei materiali magnetici origina da 2 contributi:

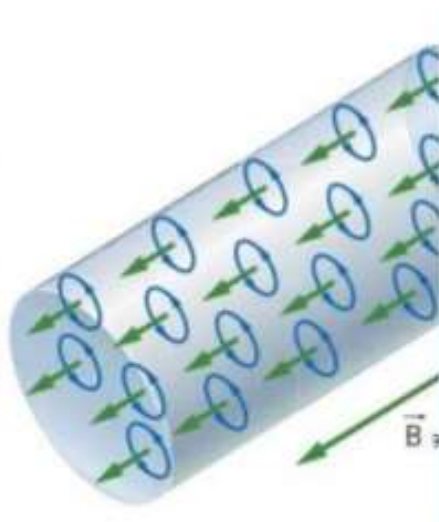
- 1- Rotazione degli elettroni intorno al nucleo a costituire microscopici circuiti (microscopiche correnti).
- 2- Rotazione degli elettroni attorno ad un proprio asse (**momento di spin**, dipolo intrinseco)

Tutti e due i contributi danno luogo a dipolini magnetici. A temperatura ambiente a causa dell'agitazione termica questi dipolini sono orientati a caso. In altri mezzi i dipolini si orientano più o meno nella stessa direzione e si ha un mezzo magnetico, ossia che esibisce un campo magnetico intrinseco.

$$\vec{B}_{TOT} = 0$$



$$\vec{B}_{TOT} \neq 0$$



**Mezzi diamagnetici:**  $\vec{B} \text{ intrinseco} = 0$   
detto anche magnetizzazione  $\vec{M}$

Sotto un campo  $\vec{B}_0$  esterno nasce un  $\vec{B}_m$  indotto che si oppone a  $\vec{B}_0$ . Alla fine:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 - \vec{B}_m$$

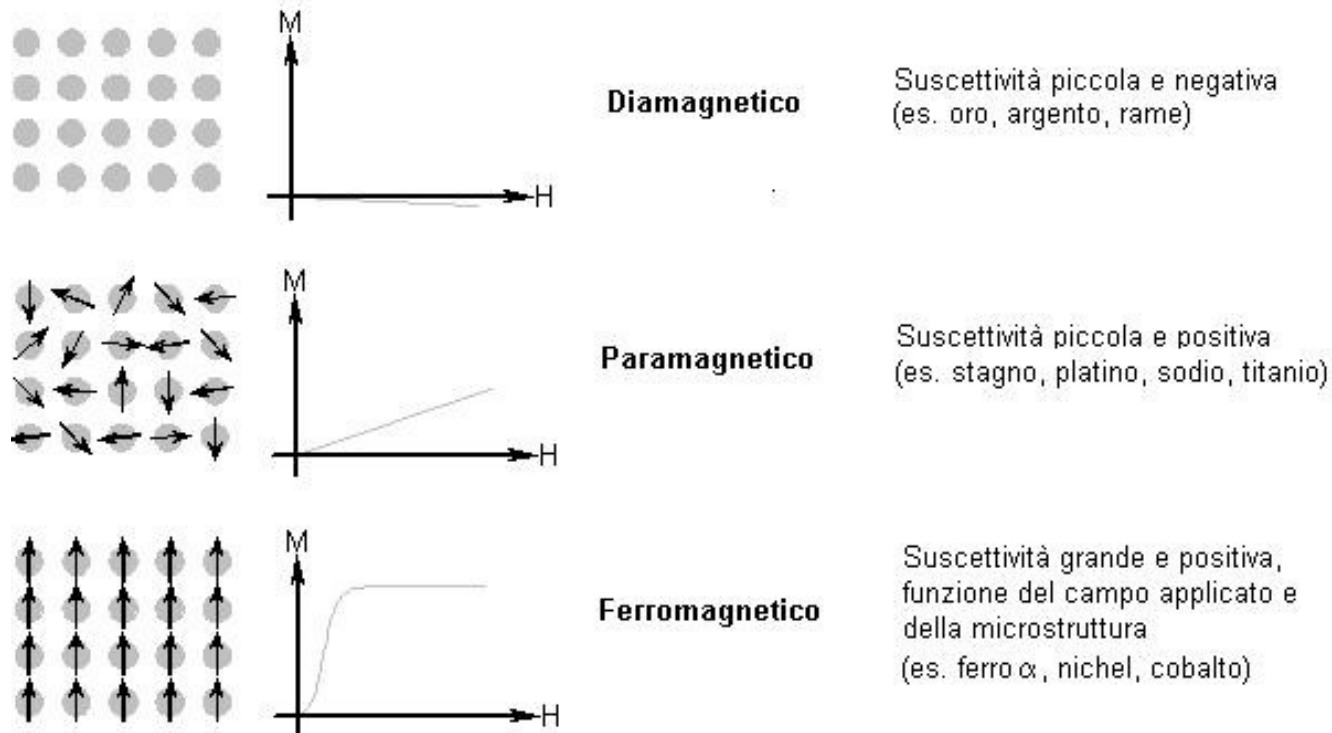
Sono così la maggior parte delle sostanze.

# Paramagnetismo e ferromagnetismo

**Mezzi paramagnetici:**  $\vec{B}$  intrinseco = 0 ma ci sono i  $\vec{\mu}$  intrinseci diversi da 0. Sotto un campo  $\vec{B}_0$  esterno nasce un  $\vec{B}_m$  indotto che è dominato dall'allineamento dei  $\vec{\mu}$  paralleli a  $\vec{B}_0$ . Alla fine:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m$$

**Mezzi ferromagnetici:** I dipoli di grossi domini (**Domini di Weiss**) tendono a disporsi paralleli a costituire un campo  $\vec{B}_m \neq 0$  anche in assenza di campo esterno  $\vec{B}_0$ .



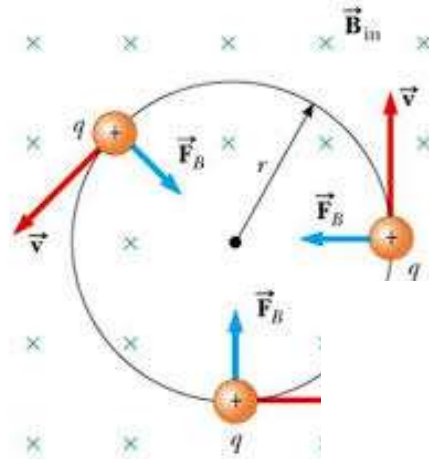
# Moto di una carica elettrica in un campo magnetico

Agisce la forza di Lorentz di modulo (supponiamo il campo magnetico uniforme):

$f_m = q v B$   $\mathbf{v}$  resta costante in modulo e siccome  $\vec{f}_m$  è sempre  $\perp$  a  $\vec{v}$  il moto è circolare uniforme. Si ha:

$$m a_c = m \frac{v^2}{R} = q v B$$

$$R = \frac{m v}{q B}$$



$R$  = raggio della circonferenza

Se una particella carica è lanciata in una zona di spazio in cui c'è  $\vec{B}$  con  $\vec{v}$  obliqua rispetto al campo, il suo moto è elicoidale con componenti della velocità parallela al campo,  $\vec{v}_p$ , e perpendicolare,  $\vec{v}_\perp$ , con passo dell'elica che si muove come  $Z(t) = v_p \cdot t$  e raggio

dell'elica dato da  $R = \frac{m v_\perp}{q B}$

