L’enigma del premio per il rischio azionario

Punti principali

- Vedremo uno dei più famosi enigmi della finanza (l'equity premium puzzle):
  - Il modello *standard* del CCAPM non è in grado di spiegare l'evidenza empirica relativa al premio per il rischio del mercato azionario a meno di non assumere valori estremi e poco plausibili per l'avversione al rischio

- Molteplici soluzioni sono state proposte per «spiegare» tale enigma:
  - Ipotizzando preferenze diverse per gli investitori (es. basate sulle abitudini di consumo oppure separando le preferenze nei confronti del rischio da quelle nei confronti delle fluttuazioni temporali)
  - Sottolineando vari errori empirici nella verifica del CCAPM (es. criticando il modo di misurare il consumo o il rischio del mercato azionario)

1. Il CCAPM e il premio per il rischio di mercato

Evidenza empirica del mercato statunitense (1889-1978)

- Analizzando i dati relativi al mercato statunitense dal 1889 al 1978, Mehra e Prescott (1985) hanno trovato:

Tasso di interesse privo di rischio	0,8%
Rendimento medio del mercato azionario	6,98%
Tasso di crescita medio del consumo	1,8%
Scarto quadratico medio del tasso di crescita del consumo	3,6%
Premio per il rischio del mercato azionario	6,18%

- Per comprendere meglio i valori precedenti, supponiamo di aver investito $**1.000** nel 1889. Nel 1978, il controvalore del nostro investimento sarebbe stato:
  - $**2.032** (se investito nel titolo privo di rischio)
  - $**405.444** (se investito nel portafoglio di mercato)

Premio per il rischio di mercato in diversi paesi

- Anche altri paesi sono caratterizzati da elevati valori del premio per il rischio del mercato azionario

Paese	Periodo	Rendimento medio del mercato azionario (%)	Tasso di interesse del titolo sicuro (%)	Premio per il rischio (%)
Regno Unito	1900-2005	7,4	1,3	6,1
	1970.Q1-1999.Q2	8,2	1,3	6,9
Giappone	1900-2005	9,3	-0,5	9,8
	1970.Q2-1999.Q1	4,7	1,4	3,3
Germania	1900-2005	8,2	-0,9	9,1
	1978.Q4-1997.Q4	9,8	3,2	6,6
Francia	1900-2005	6,1	-3,2	9,3
	1973.Q2-1998.Q4	9,0	2,7	6,3
Svezia	1900-2005	10,1	2,1	8,0
	1970.Q1-1999.Q3	10,6	2,0	8,6
Australia	1900-2005	9,2	0,7	8,5
India	1991-2004	12,6	1,3	11,3

Fonte: *Dimson, Marsh e Stauton* (2002), *Mehra* (2007) e *Campbell* (2003)

Dov'è l'enigma?

- L'enigma non consiste nel fatto che il premio per il rischio del mercato azionario trovato nei dati sia elevato:
  - gli investitori, infatti, potrebbero richiedere un extra-rendimento elevato per assumersi il rischio di investire in azioni
- … bensì nel fatto che il modello del CCAPM con funzione di utilità CRRA additiva riesce a spiegare l'evidenza empirica *solo se* l'avversione al rischio relativo avesse un valore compreso tra 30 e 50…
  - … ma tale range di valori non è ritenuto plausibile!
- Al contrario, un valore ritenuto plausibile per l'avversione al rischio relativo (es. 10) è compatibile con:
  - un rendimento del titolo sicuro molto elevato (13,2%)
  - un premio per il rischio molto basso (1,4%)

Vediamo l'origine dell'enigma…

- Partiamo dalla condizione di ottimalità vista nel modello del CCAPM

$$\mathrm{E}_t\left[\frac{\beta u'(\tilde{c}_{t+1})}{u'(c_t)}\left(\frac{\tilde{d}_{it+1}+\tilde{p}_{it+1}}{\tilde{p}_{it}}\right)\right]=\mathrm{E}_t\left[\underbrace{\frac{\beta u'(\tilde{c}_{t+1})}{u'(c_t)}}_{\text{fattore stocastico di sconto}}\underbrace{(1+\tilde{r}_{it+1})}_{\text{rendimento}}\right]=1$$

- Ipotizzando che la funzione di utilità $u(c)=c^{1-\gamma}/(1-\gamma)$, si ha:

$$\mathrm{E}_t\left[\beta\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}(1+\tilde{r}_{it+1})\right]=1,$$

o, prendendone il logaritmo,

$$\log\beta+\log\left[\mathrm{E}_t\left[\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}(1+\tilde{r}_{it+1})\right]\right]=0$$

.. utilizzando le proprietà della distribuzione lognormale

- Supponiamo ora che i prezzi dei titoli finanziari e il fattore stocastico di sconto siano distribuiti come variabili lognormali
- **Ricordate**: se $\tilde{x}$ è lognormale $\rightarrow$

$$\log\left[E_t(x)\right] = E_t\left[\log(x)\right] + \frac{1}{2}\mathrm{var}_t[\log(x)]$$

- Pertanto, la precedente condizione di ottimalità diventa:

$$\log\beta - \gamma E_t\left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)\right] + E_t\left[\log\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right] + \frac{1}{2}\mathrm{var}_t\left[\log\left[\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right]\right] = 0$$

$$\log\beta - \gamma\, E_t\left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)\right] + E_t\left[\log\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right] + \frac{1}{2}\mathrm{var}_t\left[-\gamma\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) + \log\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right] = 0$$

Nota: una variabile casuale ha una distribuzione lognormale quando il suo logaritmo è distribuito come una normale

.. semplifichiamo le cose

- Semplificando, si ottiene:

$$\log\left[\mathrm{E}_t\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right] = -\log\beta + \gamma\,\mathrm{E}_t\left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)\right] - \frac{\gamma^2}{2}\mathrm{var}_t\left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)\right] +$$
$$\gamma\,\mathrm{cov}_t\left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right), \log\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right]$$

- Quest'espressione non ci aiuta molto. Pertanto, approssimiamo $\log(\tilde{c}_{t+1}/c_t) \approx \Delta\tilde{c}_{t+1}/c_t$ e $\log(1+\tilde{r}_{it+1}) \approx \tilde{r}_{it+1}$, ottenendo così:

$$\mathrm{E}_t\left(\tilde{r}_{it+1}\right) \approx -\log\beta + \gamma\,\mathrm{E}_t\left(\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) - \frac{\gamma^2}{2}\mathrm{var}_t\left(\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) + \gamma\,\mathrm{cov}_t\left(\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t}, \tilde{r}_{it+1}\right)$$

Rendimento atteso

Tasso di crescita atteso del consumo

Varianza del tasso di crescita del consumo

Covarianza tra rendimento e tasso di crescita del consumo

Il rendimento del titolo sicuro

- L’espressione precedente vale per ogni titolo, incluso quello privo di rischio:

$$r_{ft+1} \approx -\log\beta + \gamma\, \mathrm{E}_t\left(\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) - \frac{\gamma^2}{2}\mathrm{var}_t\left(\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)$$

- Il tasso di interesse è funzione di 3 termini:
  1. log (β): maggiore è l’impazienza dell’investitore e minore sarà l’utilità del consumo futuro $\rightarrow r_{ft+1}$ deve aumentare per invogliare i consumatori a posticipare il consumo.
  2. $\gamma\, \mathrm{E}_t\left(\Delta\tilde{c}_{t+1}/c_t\right)$: più è ricca l’economia e più gli investitori vorranno trasferire risorse dal futuro al presente $\rightarrow r_{ft+1}$ deve aumentare per garantire l’equilibrio
  3. $\gamma^2\, \mathrm{var}_t\left(\Delta\tilde{c}_{t+1}/c_t\right)$: gli investitori (avversi al rischio) vorranno proteggersi dalla rischiosità del consumo aumentando la domanda del titolo privo di rischio $\rightarrow r_{ft+1}\downarrow$

.. finalmente ci siamo: ecco l'equity premium puzzle!

- Utilizzando l'espressione del tasso di interesse, si ottiene il premio per il rischio di mercato:

$$E_t\left(\tilde{r}_{it+1}\right)-r_{ft+1}\approx\gamma\,\mathrm{cov}_t\left(\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t},\tilde{r}_{it+1}\right)\equiv\gamma\sigma_t^{ic}$$

- Nel caso di un portafoglio C perfettamente correlato con il consumo:

$$E_t\left(\tilde{r}_{Ct+1}\right)-r_{ft+1}\approx\gamma\left(\sigma_t^{c}\right)^2$$

Ma, in equilibrio, il portafoglio C = portafoglio di mercato M!

- Sostituendo ora i valori empirici trovati da Mehra e Prescott, abbiamo l'enigma:

$$E_t\left(\tilde{r}_{Mt+1}\right)-r_{ft+1}\approx\gamma\left(\sigma_t^{c}\right)^2$$

Varianza del tasso di crescita del consumo = 0,1296%

Rendimento medio del mercato azionario= 6,98%

Tasso privo di rischio = 0,8%

L'uguaglianza richiede $\gamma \approx 48$!

2. Soluzioni *teoriche* all'equity premium puzzle: il modello basato sull'utilità attesa generalizzata

Problemi legati alla funzione di utilità potenza

- Il limite principale della funzione di utilità potenza è che non consente di separare l'avversione al rischio dalla preferenza riguardo le variazioni del consumo nel corso del tempo:

elasticità intertemporale di sostituzione = inverso dell'avversione al rischio

variazione percentuale del tasso di crescita del consumo rispetto alla variazione percentuale del tasso di interesse $\Leftrightarrow \dfrac{d\log\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)}{d\log\left(1+r_{ft+1}\right)}$

- Bastano pochi passaggi per capire il perchè:

$$\frac{d\log\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)}{d\log\left(\dfrac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})}\right)} = -\frac{d\log\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)}{d\log\left(\dfrac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}\right)} = -\frac{d\log\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)}{-\gamma d\log\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)} = \frac{1}{\gamma}$$

- Pertanto, l'investitore preferirà un consumo il più possibile costante, sia tra **stati del mondo diversi che nel corso del tempo**

Utilità attesa generalizzata

- Epstein e Zin (1991) hanno proposto un modello di pricing basato sul consumo in cui gli investitori:

$$\max_{\{c_t,\alpha_{1t},\ldots,\alpha_{Nt}\}} U_t = \left\{ (1-\beta) c_t^{\rho} + \beta \left\{ \mathrm{E}_t \left(\tilde{U}_{t+1}^{1-\gamma} \right) \right\}^{\frac{\rho}{1-\gamma}} \right\}^{\frac{1}{\rho}},$$

sotto il vincolo

$$\tilde{w}_{t+1} = (w_t - c_t) \sum_{i=1}^{N} \alpha_{it} \left(\tilde{r}_{it+1} - r_{ft+1} \right),$$

dove l'avversione al rischio γ è separata dall'elasticità intertemporale di sostituzione 1/(1-ρ)

- Ovviamente, quando ρ=1-γ, il problema di scelta diventa

$$\max_{\{c_t,\alpha_{1t},\ldots,\alpha_{Nt}\}} U_t = \left\{ (1-\beta) \mathrm{E}_t \left[\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s c_{t+s}^{1-\gamma} \right] \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

che è equivalente al problema di scelta visto nel modello del CCAPM con funzione potenza

Fattore stocastico di sconto in questo modello

- Anche nel modello con utilità attesa generalizzata la condizione di ottimalità è la solita:

$$1 = \mathrm{E}_t\left[\tilde{m}_{t+1}\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right],$$

Ma in questo caso il fattore stocastico di sconto $\tilde{m}_{t+1}$ è dato da:

$$\tilde{m}_{t+1} = \beta^{\frac{1-\gamma}{\rho}}\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{\frac{(1-\gamma)(\rho-1)}{\rho}} \underbrace{\left(1+\tilde{r}_{Mt+1}\right)}_{\text{rendimento del portafoglio di mercato}}{}^{\frac{1-\gamma-\rho}{\rho}}$$

- Definiamo ora θ=(1-γ)/ρ. Approssimando $\log(\tilde{c}_{t+1}/c_t) \approx \Delta\tilde{c}_{t+1}/c_t$ e $\log(1+\tilde{r}_{it+1}) \approx \tilde{r}_{it+1}$ otteniamo

$$\log\left(\tilde{m}_{t+1}\right) \approx \theta\log\beta - \theta(1-\rho)\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t} - (1-\theta)\tilde{r}_{Mt+1}$$

- Anche in questo caso, quando ρ=1-γ (cioè θ=1):

$$\tilde{m}_{t+1} = \beta\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}$$

Il premio per il rischio azionario in questo modello

- Prendiamo il logaritmo della condizione di ottimalità, e utilizzando la proprietà delle distribuzioni lognormali, si ha:

$$E_t\left[\log\left(\tilde{m}_{t+1}\right)\right]+E_t\left[\log\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right]+\frac{1}{2}\mathrm{var}_t\left[\log\left(\tilde{m}_{t+1}\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right)\right]=0$$

- Questa espressione è valida per ogni titolo, sia rischioso che privo di rischio! Sostituendo ora l'espressione del fattore stocastico di sconto, possiamo calcolare il premio per il rischio azionario:

$$\log\left[E_t\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right]-\log\left(1+r_{ft+1}\right)=-\mathrm{cov}_t\left[\log\left(\tilde{m}_{t+1}\right),\log\left(1+\tilde{r}_{it+1}\right)\right]$$

o, semplificando ulteriormente:

$$E_t\left(\tilde{r}_{it+1}\right)-r_{ft+1}\approx\theta\left(1-\rho\right)\mathrm{cov}_t\left[\frac{\Delta\tilde{c}_{t+1}}{c_t},\tilde{r}_{it+1}\right]+\left(1-\theta\right)\mathrm{cov}_t\left[\tilde{r}_{Mt+1},\tilde{r}_{it+1}\right]$$

Vantaggi del modello con utilità attesa generalizzata

- Il premio per il rischio di qualunque titolo è una sorta di media ponderata di due covarianze: quella tra il titolo e il tasso di crescita del consumo, e quella tra il titolo e il portafoglio di mercato.
- Al contrario, nel modello *standard* del CCAPM conta solo una covarianza: quella con il tasso di crescita del consumo
- Quindi, i modelli basati sull'utilità attesa generalizzata sono in grado di catturare sia le caratteristiche del CCAPM che quelle del CAPM
- Il punto cruciale di questo modello, però, è che ora esiste un parametro in più: ρ
  - non è necessario avere un elevato coefficiente di avversione al rischio per spiegare l'*evidenza empirica* relativa ad un elevato premio per il rischio azionario e un basso tasso d'interesse

3. Soluzioni *teoriche* all'equity premium puzzle: i modelli basati sulle abitudini di consumo

Il modello basato su *internal habit*

- Un'altra classe di modelli ha ipotizzato che l'utilità istantanea dell'investitore **NON** dipende più dal suo livello di consumo
  - bensì dal confronto tra il proprio consumo e quello di un certo *benchmark*
- Nel modello di Constantinides (1990) l'utilità istantanea è funzione della differenza tra il consumo corrente dell'investitore e la media ponderata dei suoi consumi passati (***internal habit***)
- Più precisamente, in questo modello, l'investitore:

$$\max_{\{c_t, a_{1t}, \dots, a_{Nt}\}_{t=0}^{\infty}} \mathrm{E}_0 \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \frac{\left(\tilde{c}_t - \tilde{h}_t\right)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]$$

sotto il vincolo intertemporale di bilancio

$$\tilde{w}_{t+1} = (1 + r_{ft+1}) w_t + \sum_{i=1}^{N} a_{it} \left(\tilde{r}_{it+1} - r_{ft+1} \right) - c_t$$

dove il *benchmark* h_t è la media ponderata dei **suoi** consumi passati

Il modello basato su *internal habit* (2)

- Il vantaggio principale del modello con *internal habit* è che l'avversione al rischio relativo

$$-\frac{c_t u''(c_t - h_t)}{u'(c_t - h_t)} = \frac{\gamma}{1 - \frac{h_t}{c_t}} = \frac{\gamma c_t}{c_t - h_t}$$

  non è più costante come nel modello *standard* del CCAPM, ma fluttua nel tempo in base al rapporto c_t / h_t
- Questo rende l'investitore particolarmente avverso alle variazioni del consumo: egli sceglie quanto consumare e quanto investire in modo da mantenere quanto più possibile costante la differenza tra il consumo corrente e il suo *benchmark*, $c_t - h_t$
- Proprio questa caratteristica consente al modello di generare un'elevata domanda del titolo sicuro e quindi un basso tasso di interesse
  - Al contrario, il **modello è in grado di spiegare l'elevato premio per il rischio azionario trovato nei dati**

Il modello basato su *external habit*

- Campbell e Cochrane (1999) hanno proposto un modello con la stessa funzione di utilità istantanea di Constantinides (1990)
  - ma, come benchmark h_t, una variabile **esogena** che dipende dalla storia passata del consumo *aggregato* e non di quello del singolo investitore (***external habit***)
- Più precisamente, dopo aver definito il surplus consumption ratio $g_t = (c_t - h_t)/c_t$, i due studiosi hanno ipotizzato il seguente processo di tipo autoregressivo eteroschedastico:

$$\log\left(\tilde{g}_{t+1}\right) = \left(1-\phi\right)\bar{g} + \phi \log\left(g_t\right) + \lambda\left(g_t\right)\left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) - \mu\right],$$

dove $\bar{g}$ è la media di lungo periodo, ϕ la persistenza del processo e $\lambda(g_t)$ la sensibilità alle variazioni del consumo. Inoltre, la funzione $\lambda(g_t)$ è stata scelta in modo che g_t:

1. sia sempre compresa tra 0 e 1
2. abbia un andamento di tipo *mean-reverting*

Fattore stocastico di sconto con *external habit*

- Ovviamente, in questo modello, l'avversione al rischio

$$-\frac{c_t u''(c_t - h_t)}{u'(c_t - h_t)} = \frac{\gamma}{\frac{c_t - h_t}{c_t}} = \frac{\gamma}{g_t}$$

  non è costante nel tempo, ma fluttua in modo anticiclico:
  - nelle fasi di contrazione (g_t basso) l'investitore è più avverso al rischio
  - nelle fasi di espansione (g_t alto) egli è meno avverso al rischio

- Il fattore stocastico di sconto può essere scritto come:

$$\tilde{m}_{t+1} = \frac{\beta\left(\tilde{c}_{t+1} - \tilde{h}_{t+1}\right)^{-\gamma}}{\left(c_t - h_t\right)^{-\gamma}} = \beta\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma} \frac{\left(1 - \frac{\tilde{h}_{t+1}}{\tilde{c}_{t+1}}\right)^{-\gamma}}{\left(1 - \frac{h_t}{c_t}\right)^{-\gamma}} = \beta\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\left(\frac{\tilde{g}_{t+1}}{g_t}\right)^{-\gamma}$$

- o, equivalentemente, $\log\left(\tilde{m}_{t+1}\right) = \log\beta - \gamma\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) - \gamma\log\left(\frac{\tilde{g}_{t+1}}{g_t}\right)$

Vantaggi del modello con *external habit*

La funzione $\lambda(g_t)$ ipotizzata da Campbell e Cochrane (1999):

- consente di bilanciare l'effetto della sostituzione intertemporale con quello della domanda per motivi precauzionali, dando così origine ad un tasso di interesse costante nel tempo.
- produce un andamento anticiclico per il market price of risk

$$\frac{\sigma_t(\tilde{m}_{t+1})}{\mathrm{E}_t(\tilde{m}_{t+1})} = \sqrt{e^{\mathrm{var}_t[\log(\tilde{m}_{t+1})]} - 1} \approx \mathrm{var}_t\left[\log(\tilde{m}_{t+1})\right] = \gamma\sigma\left(1 + \lambda(g_t)\right)$$

> Infatti, per ipotesi $\lambda(g_t)$ assume valori elevati nelle fasi di contrazione e valori bassi in quelle di espansione

- genera un premio per il rischio azionario più elevato di quello prodotto dal modello *standard* del CCAPM, poiché:

$$\mathrm{E}_t(\tilde{r}_{Mt+1}) - r_{ft+1} \approx \gamma\sigma\left(1 + \lambda(g_t)\right)\sigma_t(\tilde{r}_{Mt+1})$$

e la funzione $\lambda(g_t)$ è sempre positiva

4. Soluzioni *teoriche* all'equity premium puzzle: il modello basato sulla teoria del prospetto

La teoria del prospetto

- Secondo la **teoria del prospetto** le scelte degli individui non sono sempre perfettamente razionali; anzi, sono tipicamente influenzate da diversi aspetti di natura *emotiva* e *psicologica*
- Sulla base di queste idee, Barberis, Huang e Santos (2001) hanno proposto un modello in cui:
  1. l'utilità degli investitori dipende non solo dal consumo ma anche dalla variazione della ricchezza investita
  2. gli investitori sono caratterizzati da avversione alle perdite (*loss aversion*): la riduzione di utilità che essi subiscono in caso di perdite è maggiore dell'incremento di utilità che ottengono in caso di guadagni
- Anche questo modello genera un'avversione al rischio che varia nel tempo:
  - dopo una sequenza di rendimenti negativi la ricchezza dell'investitore sarà minore, rendendolo più preoccupato di ulteriori perdite e generando un'avversione al rischio più alta

Avversione alle perdite e premio per il rischio azionario

- Le fluttuazioni del coefficiente di avversione al rischio generano innanzitutto un'elevata volatilità dei rendimenti azionari:
  - una variazione positiva dei dividendi spingerà verso l'alto il prezzo perché 1) i fondamentali sono ora più alti e 2) anche il fattore stocastico di sconto è più alto a causa della minore avversione al rischio dell'investitore.

Ragionamento speculare nel caso di variazione negativa dei dividendi. Perché?

- A sua volta, l'elevata volatilità del rendimento azionario implica una probabilità più elevata di subire perdite nel caso di investimenti azionari → pertanto, è necessario offrire un premio per il rischio più elevato per invogliare gli investitori a detenere azioni in portafoglio
- Al contrario, gli investitori vorranno detenere una maggior quantità del titolo sicuro rispetto al *CCAPM*, facendo così abbassare il tasso di interesse

5. Soluzioni *empiriche* all'equity premium puzzle

L’importanza dei rari eventi catastrofici

- Il modello *standard* del CCAPM non considera la possibilità che si verifichino rari eventi catastrofici nell’economia
- Eppure, l’evidenza empirica relativa al secolo scorso – Barro (2006) – ha documentato l’esistenza di periodi di forti contrazioni del PIL di diversi paesi → i rari eventi catastrofici
- Come mostrato da Barro (2006), la stima del rischio del portafoglio di mercato diventa maggiore se si considera la possibilità che si verifichino eventi in cui il consumo diventa molto basso (quindi con utilità marginale molto alta).
- Un modello con rari eventi catastrofici può spiegare:
  - sia un elevato premio per il rischio azionario (per invogliare gli investitori a detenere azioni)
  - sia un risparmio elevato a scopi precauzionali → un tasso di interesse di equilibrio basso sul titolo privo di rischio

Critiche al modo di misurare il consumo

- Mankiw e Zeldes (1991) hanno sostenuto che sia erroneo includere tutte le famiglie nelle misure del consumo aggregato:
  - Non tutte le famiglie, infatti, detengono azioni → pertanto, la condizione di ottimalità relativa ai titoli rischiosi deve valere solo per le famiglie che hanno azioni in portafoglio
  - Tuttavia, nonostante il consumo dei due gruppi di individui abbia caratteristiche diverse, il *loro* modello non riesce a spiegare del tutto l'enigma del premio per il rischio azionario
- Savov (2011) ha proposto di misurare il consumo aggregato utilizzando una misura alternativa basata sui rifiuti solidi urbani (***garbage***):
  - Il modello corrispondente (*garbage-CCAPM*), pur non spiegando completamente gli enigmi del premio per il rischio e del tasso di interesse sul titolo sicuro, produce risultati migliori rispetto a un CCAPM basato su misure tradizionali del consumo aggregato.