

Istituzioni di Matematica

Corso di Laurea in Scienze per la Natura e l'Ambiente

a.a. 2023- 2024 prof. Giampiero Gallina

Elenco dettagliato degli argomenti svolti

Sito di riferimento: www.matematika.it Piattaforma Test: www.enigma3.it

versione di lunedì 18 dicembre 2023

- Frazioni con lo zero
- Insiemi numerici: naturali, interi, razionali, irrazionali, reali
- $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale **Dimostrazione**
- Simbologia
- Insiemi:
 - Rappresentazione per elencazione, per caratteristica, mediante diagrammi di Eulero Venn
 - Operazioni: unione, intersezione, differenza
- Intervalli: definizione e tipi (aperti, chiusi, limitati, non limitati)
- Topologia della retta definizioni di:
 - Intorno, intorno circolare, minimo, massimo, minorate, maggiorante, estremo inferiore, estremo superiore, punto di accumulazione per un insieme, punto isolato.
- Funzioni:
 - Definizione, tipi: iniettiva, suriettiva, biunivoca
- Proprietà delle potenze
- Legge di annullamento del prodotto
- Equazioni di secondo grado: formula risolutiva **Dimostrazione**
- Definizione di valore assoluto
- Disequazioni:
 - Numeriche
 - Primo grado
 - Secondo grado

- Frazionarie, prodotto, frazionarie/prodotto
- Sistemi
- Irrazionali: proprietà delle radici con indice pari e indice dispari
- Geometria Analitica:
 - Assi cartesiani
 - Distanza tra due punti
 - Equazione della retta, rette particolari
 - Equazione della parabola: caratteristiche, parabola particolare con vertice nell'origine degli assi cartesiani
 - Equazione della circonferenza: circonferenza particolare con centro nell'origine degli assi cartesiani
- Geometria piana:
 - Triangoli: classificazione, somma angoli interni, triangolo rettangolo
 - Quadrilateri: parallelogrammo, rombo, rettangolo, quadrato, trapezi
 - Poligoni regolari
 - Cerchio e circonferenza
 - Formule per il calcolo dell'area delle principali figure piane
 - Terne pitagoriche
 - Teorema di Pitagora **Dimostrazione**
 - Ultimo teorema di Fermat
 - Congettura di Collatz
- Geometria solida:
 - Solidi platonici
 - Formula di Eulero relativa ai poliedri
- Funzioni su di un piano cartesiano
 - Ad ogni funzione corrisponde una rappresentazione grafica
 - Funzioni elementari: potenza, radice, esponenziale, logaritmo
 - Le caratteristiche del grafico di una funzione: dominio, codominio, segno, intersezione con assi, simmetria, asintoti, monotonia, massimi e minimi, concavità, punti di flesso

- Esponenziali:
 - Definizione e proprietà
 - Disequazioni esponenziali
 - Grafici della funzione esponenziale
- Logaritmi:
 - Definizione e proprietà
 - Numero di Nepero
 - Teoremi principali e conseguenze
 - Disequazioni logaritmiche
 - Grafici della funzione logaritmo
- Analisi:
 - Grafici delle funzioni elementari: potenza, radice, logaritmo, esponenziale
 - Dominio di una funzione: definizione, calcolo e rappresentazione grafica
 - Segno di una funzione: significato, calcolo e rappresentazione grafica
 - Significato grafico di limite di una funzione in un punto
 - Definizione topologica e mista di limite di una funzione in un punto (solo il caso con x_0 ed I valori finiti)
 - Limiti delle funzioni elementari: potenza, radice, esponenziale, logaritmo
 - Algebra dei limiti
 - Calcolo di limiti che si presentano in forma Determinata
 - Forme indeterminate: calcolo di limiti di polinomi, rapporti di polinomi e radici
 - Teoremi su limiti di funzioni:
 - Teorema di unicità del limite **Dimostrazione**
 - Teorema del confronto
 - Teorema della permanenza del segno
 - Definizione di funzione continua in un punto
 - Teoremi sulle funzioni continue:

- Teorema di Weierstrass
- Teorema dei valori intermedi o di Bolzano
- Teorema degli zeri
- Gerarchia degli infiniti per il calcolo di limiti
- Asintoti verticali: calcolo e rappresentazione grafica
- Asintoti orizzontali: calcolo e rappresentazione grafica
- Definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto (due forme)
- Definizione di derivata di una funzione in un punto
- Derivate delle funzioni elementari: costante, potenza, radice, esponenziale, logaritmo
- Regole di derivazione: costante, somma, prodotto, rapporto, funzione composta
- Calcolo di derivate
- Definizione di punto di massimo e minimo relativo
- Definizione di funzione monotona
- Relazione tra il segno della derivata di una funzione e la monotonia
- Applicazione della derivata prima alla ricerca della monotonia e dei punti di massimo e di minimo.
- Applicazione della derivata seconda alla ricerca della concavità e dei punti di flesso
- Studio completo del grafico di una funzione (escluso le funzioni goniometriche)
- Significato della derivata prima di una funzione in un punto
- Equazione della retta tangente ad una funzione in un punto
- Teoremi sul calcolo differenziale:
 - Teorema sulla relazione tra la derivabilità e la continuità in un punto Dimostrazione
 - Teorema di Fermat Dimostrazione
 - Teorema di Rolle Dimostrazione
 - Teorema di Lagrange e suo significato geometrico

- Teorema dell'Hopital
- Definizione di primitiva di una funzione
- Integrali indefiniti immediati
- Integrali indefiniti immediati generalizzati (funzione potenza, rapporto tra una funzione e la sua derivata prima, funzione esponenziale)
- Metodo per parti
- Integrale definito
- Formula fondamentale del calcolo integrale
- Area di un trapezoide
- Applicazione dell'integrale definito al calcolo dell'area di un trapezoide, tre casi:
 - Funzione positiva nell'intervallo di integrazione
 - Funzione negativa nell'intervallo di integrazione
 - Funzione in parte positiva e in parte negativa nell'intervallo di integrazione
- Complementi:
 - Fattoriale di un numero naturale
 - Proprietà del fattoriale
 - Coefficiente binomiale
 - Calcolo combinatorio:
 - Permutazioni con e senza ripetizione di oggetti
 - Disposizioni con e senza ripetizione di oggetti
 - Combinazioni senza ripetizione di oggetti
 - Probabilità: definizione classica di probabilità:
 - Problema delle tre porte
 - Proporzioni: definizione e proprietà fondamentale
 - Percentuali: calcolo e proprietà
 - Sezione aurea di un segmento e numero aureo
 - Successioni: definizione, particolari successioni:
 - Progressioni: aritmetiche
 - Progressioni geometriche

- Successione di Fibonacci: il problema dei conigli
- Relazione tra il numero aureo e la successione di Fibonacci, spirale Aurea
 - La sezione aurea, la successione di Fibonacci e la spirale Aurea in natura
- Matrici, determinanti:
 - calcolo di un determinante 2x2 e 3x3 mediante la regola di Sarrus
- Sistemi lineari:
 - Condizione di compatibilità di un sistema lineare di n equazioni in n incognite
 - Risoluzione di un sistema lineare mediante la regola di Cramer
- Elementi di statistica:
 - Raccolta di dati
 - Frequenza assoluta, relativa, percentuale
 - Rappresentazione grafica della frequenza di dati mediante istogrammi o grafici a torte
 - Media, moda, mediana, scarto, deviazione standard
- Trigonometria:
 - Circonferenza goniometrica
 - Misura degli angoli in gradi sessagesimali e gradi radianti
 - Definizione e caratteristiche (valori, segno e monotonia) delle funzioni seno, coseno, tangente
 - Relazione fondamentale della goniometria **Dimostrazione**
 - Valori delle funzioni a 30°, 45°. 60°
 - **Valore del seno a 30° **Dimostrazione****
 - Triangoli rettangoli: teoremi e risoluzione di triangoli rettangoli.

nota: La conoscenza degli argomenti evidenziati in giallo rappresenta una condizione necessaria al superamento dell'esame.