Università di Napoli Federico II
Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche
Anno Accademico 2024-2025

Tullio Jappelli – Tommaso Oliviero
Saverio Simonelli

Corso di Macroeconomia
Lezione 14

Il calcolo del valore presente scontato atteso

- Il **valore presente scontato atteso** di un euro l'anno prossimo è $1/(1+i_t)$.
- Il termine "presente" deriva dal fatto che stiamo guardando il valore in termini di euro *oggi*.
- Il termine "scontato" deriva dal fatto che il valore futuro è scontato da un **fattore di sconto**, $1/(1+i_t)$.

Quest'anno		L'anno prossimo		Tra due anni
€1	$\longrightarrow$	$€(1+i_t)$		
$€\,\dfrac{1}{1+i_t}$	$\longleftarrow$	€1		
€1	$\longrightarrow$		$\longrightarrow$	$€(1+i_t)\,(1+i_{t+1})$
$€\,\dfrac{1}{(1+i_t)\,(1+i_{t+1})}$	$\longleftarrow$		$\longleftarrow$	€1

Una formula generale

- Il valore presente scontato atteso di una sequenza di pagamenti (certi) futuri è dato da:

$$€V_t = €z_t + \frac{1}{(1+i_t)}€z_{t+1} + \frac{1}{(1+i_t)(1+i_{t+1})}€z_{t+2} + \ldots$$

- Quando i valori futuri sono incerti, si ha:

$$€V_t = €z_t + \frac{1}{(1+i_t)}€z^e_{t+1} + \frac{1}{(1+i_t)(1+i^e_{t+1})}€z^e_{t+2} + \ldots$$

- D'ora in poi, invece che valore presente scontato atteso diremo semplicemente **valore attuale**.

Valore attuale

- L'equazione precedente ha due implicazioni importanti:

✓ Il valore attuale dipende positivamente dal pagamento corrente effettivo e dai pagamenti futuri attesi.

✓Il valore attuale dipende negativamente dai tassi di interesse presenti e futuri attesi.

Tassi di interesse costanti

- La formula del valore attuale diventa:

$$€V_t = €z_t + \frac{1}{(1+i)}€z^e_{t+1} + \frac{1}{(1+i)^2}€z^e_{t+2} + \ldots$$

- In questo caso, il valore attuale è una somma ponderata dei pagamenti correnti e futuri attesi: i pesi diminuiscono geometricamente nel tempo.

Tassi di interesse e pagamenti costanti

- Consideriamo una serie di pagamenti identici per *n* anni compreso l'anno corrente:

$$€V_t = €z\left[1 + \frac{1}{(1+i)} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right]$$

- Poiché tra parentesi abbiamo una serie geometrica, si ottiene:

$$€V_t = €z\,\frac{1 - (\frac{1}{1+i})^n}{1 - (\frac{1}{1+i})}$$

Tassi di interesse costanti e pagamenti perpetui

- Si avrà:

$$€V_t = \frac{1}{(1+i)}€z + \frac{1}{(1+i)^2}€z + \ldots = \frac{1}{(1+i)}\left[1 + \frac{1}{(1+i)} + \ldots\right]€z$$

- che può essere riscritto come:

$$€V_t = \frac{1}{(1+i)}\frac{1}{1-(1/(1+i))}€z$$

- Semplificando:

$$€V_t = €z\,\frac{1}{1+i}\,\frac{1+i}{i} = \frac{€z}{i}$$

Tassi di interesse nominali e reali e valore attuale

- Utilizzando il tasso di interesse reale, possiamo riscrivere:

$$V_t = z_t + \frac{1}{(1+r_t)} z^e_{t+1} + \frac{1}{(1+r_t)(1+r^e_{t+1})} z^e_{t+2} + \cdots$$

- o più semplicemente:

$$\frac{€V_t}{P_t} = V_t$$

- Nota: $z_t = \frac{€z_t}{P_t}$; $z^e_{t+1} = \frac{€z^e_{t+1}}{P^e_{t+1}}$ …

Prezzo dei titoli e curva dei rendimenti

I titoli differiscono tra loro per due aspetti principali:

- **Maturità** (detta anche **scadenza**), cioè il periodo di tempo durante il quale il titolo promette di effettuare pagamenti al suo possessore.

- **Rischio**
  1. *di insolvenza* : il rischio che l'emittente del titolo non rimborsi l'intero ammontare promesso dal titolo stesso;
  2. *di prezzo* : legato all'incertezza del prezzo a cui sarà possibile vendere il titolo prima della scadenza

Prezzo dei titoli e curva dei rendimenti II

- I rendimenti dei titoli a maturità **breve** sono chiamati **tassi di interesse a breve termine.**

- I rendimenti dei titoli con maturità più **lunga** sono detti **tassi di interesse a lungo termine.**

- La **curva dei rendimenti** (detta anche **struttura a termine dei tassi di interesse**) è la relazione tra il rendimento di un titolo e la sua maturità.

- Generalmente, la curva dei rendimenti è inclinata positivamente, ma ci sono delle eccezioni.

Prezzo dei titoli come valore attuale

- Il prezzo di un titolo annuale che paga 100 euro l'anno prossimo è dato da:

$$€P_{1t} = \frac{€100}{1+i_{1t}}$$

- Il prezzo di un titolo annuale varia inversamente al tasso di interesse nominale.
- Il prezzo di un titolo biennale che paga 100 euro tra due anni, è dato da

$$€P_{2t} = \frac{€100}{(1+i_{1t})(1+i^{e}_{1t+1})}$$

Arbitraggio e prezzo dei titoli

- Supponiamo che dobbiate scegliere se tenere titoli annuali o biennali e che ciò che vi interessa è quanto ricaverete *a un anno da oggi.*
- Quale dei due titoli dovreste tenere?

	Anno t		Anno $t + 1$
Titoli annuali:	€1	$\longrightarrow$	$€1\,(1 + i_{1t})$
Titoli biennali:	€1	$\longrightarrow$	$€1\,\dfrac{€P^{e}_{1t+1}}{€P_{2t}}$

Arbitraggio e prezzo dei titoli II

- Se due titoli, uno annuale e uno biennale, offrono lo stesso rendimento atteso, si avrà:

$$1 + i_{1t} = \frac{€P^e_{1t+1}}{€P_{2t}}$$

- Questa equazione è una condizione di **arbitraggio**, cioè afferma che i rendimenti attesi di due attività devono essere uguali.

- Notate che in questo caso vi preoccupate soltanto del rendimento atteso e ignorate il rischio.

- Questa ipotesi è nota come **ipotesi delle aspettative**.

Arbitraggio e prezzo dei titoli III

- Riscriviamo:

$$€P_{2t} = \frac{€P^e_{1t+1}}{1+i_{1t}}$$

- Dato che al tempo t:

$$€P_{1t} = \frac{€100}{1+i_{1t}}$$

- Allora vale al tempo t+1:

$$€P^e_{1t+1} = \frac{€100}{(1+i^e_{1t+1})}$$

:

Arbitraggio e prezzo dei titoli IV

•Sostituendo $€P^e_{1t+1}$ con $\dfrac{€100}{(1+i^e_{1t+1})}$ otteniamo:

$$€P_{2t} = \frac{€100}{(1+i_{1t})(1+i^e_{1t+1})}$$

che è l'equazione che abbiamo mostrato all'inizio per un titolo biennale.

• Abbiamo mostrato che l'arbitraggio fra titoli annuali e biennali comporta un prezzo dei titoli biennali pari al valore attuale del pagamento ricevuto dopo due anni.

Dal prezzo dei titoli al rendimento dei titoli

- Il **rendimento alla scadenza** di un titolo a *n* anni (il tasso di interesse a *n* anni) è il tasso di interesse costante che uguaglia il prezzo del titolo oggi al valore attuale dei pagamenti futuri.

- Quindi:

$$€P_{2t} = \frac{€100}{(1+i_{2t})^2} \qquad \frac{€100}{(1+i_{2t})^2} = \frac{€100}{(1+i_{1t})(1+i^e_{1t+1})}$$

- Si ottiene:

$$(1+i_{2t})^2 = (1+i_{1t})(1+i^e_{1t+1})$$

Dal prezzo dei titoli al rendimento dei titoli II

- Risolvendo per i_{2t} , si ottiene:

$$i_{2t} \approx \frac{1}{2}(i_{1t} + i^{e}_{1t+1})$$

- Questa equazione ci dice che **il tasso di interesse a due anni è approssimativamente una media del tasso corrente a un anno e del tasso atteso a un anno che prevarrà l'anno prossimo.**

Il ruolo del rischio

- Abbiamo ipotizzato finora che gli investitori non considerino il rischio nelle loro decisioni.

- In realtà, il rischio è un fattore importantissimo da prendere in considerazione.

- Consideriamo nuovamente la scelta se investire in un titolo annuale o se investire per un anno in titolo biennale.

- La prima opzione è priva di rischio, la seconda no: non è possibile sapere in anticipo quale sarà il prezzo a cui potrete rivedere il titolo tra un anno.

Il ruolo del rischio II

- Per investire nel titolo a due anni gli investitori chiedono quindi un premio per il rischio

- Riscriviamo quindi la condizione di assenza di arbitraggio includendo il premio x:

$$(1 + i_{1t} + x) = €P^{e}_{1t+1} \,/\, €P_{2t}$$

- Il rendimento atteso del titolo a due anni deve essere superiore a quello del titolo a un anno per un ammontare pari al premio per il rischio.

Il ruolo del rischio III

- Riordinando:

$$€P_{2t} = €P^{e}_{1t+1} / (1 + i_{1t} + x)$$

- Il prezzo del titolo a due anni è pari al valore attuale del prezzo atteso tra un anno di un titolo a un anno, dove il tasso di sconto incorpora il premio per il rischio.

- Utilizzando la stessa approssimazione di prima:

$$i_{2t} \approx ½ \,(i_{1t} + i^{e}_{1t+1} + x)$$

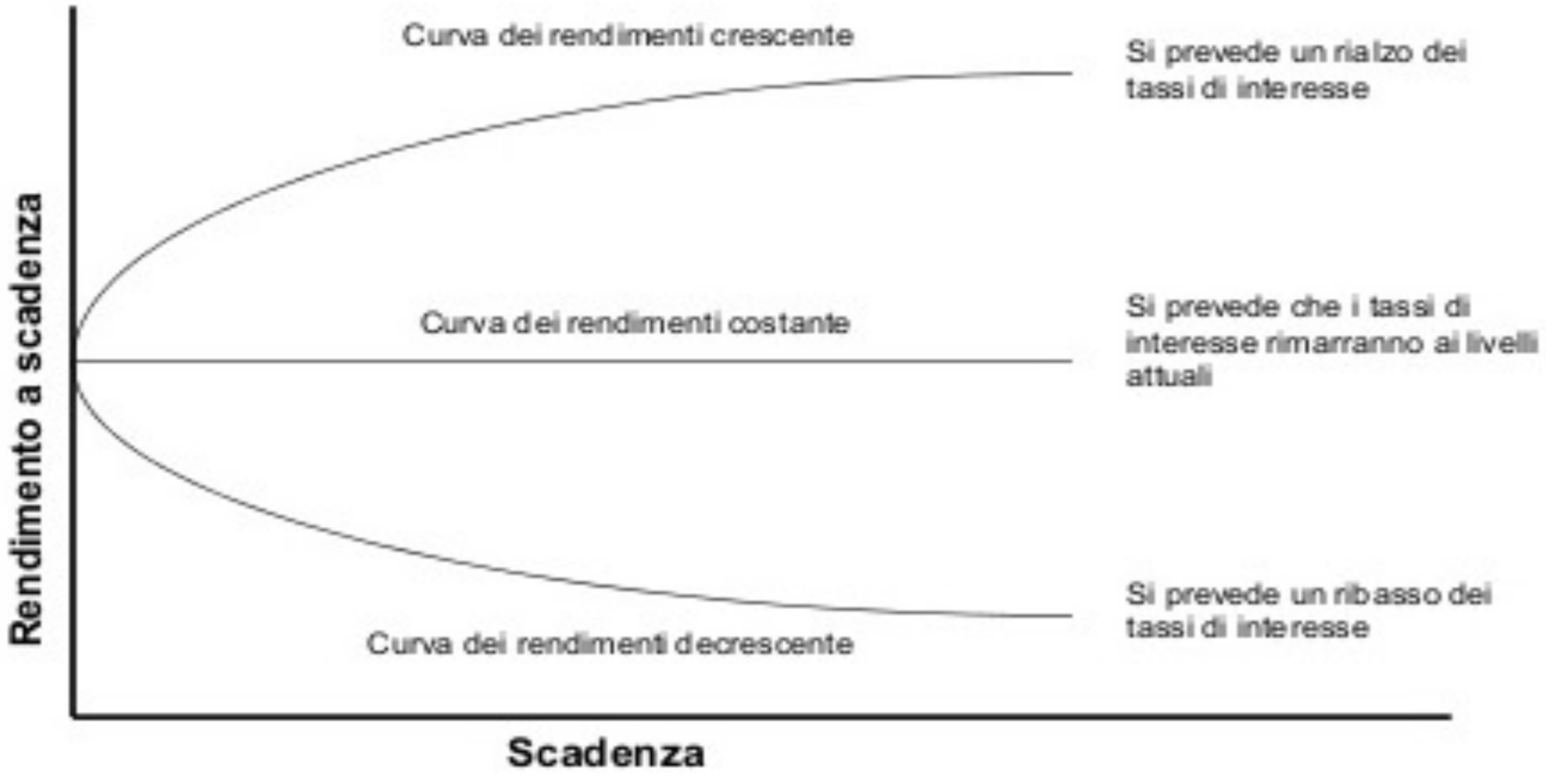
Come interpretare la curva dei rendimenti

- Se assumiamo che il premio per il rischio sia pari a zero:

  - La curva dei rendimenti è crescente quando i mercati finanziari si aspettano maggiori tassi di interesse a breve in futuro.
  - La curva dei rendimenti è decrescente quando i mercati finanziari si aspettano minori tassi di interesse a breve in futuro.

- Quando i mercati finanziari si aspettano che i tassi di interesse rimangano costanti nel tempo, la curva dei rendimenti è inclinata positivamente, poiché il premio per il rischio aumenta con la maturità del titolo.

Curva dei rendimenti e politica monetaria II



Il mercato azionario e l’andamento del prezzo delle azioni

Le imprese si possono finanziare in quattro modi:

- Il **finanziamento interno** consiste nell’utilizzo degli utili;
- Il ricorso al **prestito bancario**;
- Il **finanziamento con debito**, può assumere la forma di obbligazioni e di prestiti non-bancari;
- Il **prestito azionario** avviene attraverso l’emissione di **azioni**: invece di pagare importi predeterminati, le azioni pagano **dividendi** di ammontare decisi discrezionalmente dalla società.

L’andamento del prezzo delle azioni: S&P 500 dal 2017 a ottobre 2021

Prezzo delle azioni come valore attuale (I)

- Possiamo derivare il **prezzo di un'azione** analizzando le conseguenze dell'arbitraggio tra titoli annuali e azioni.

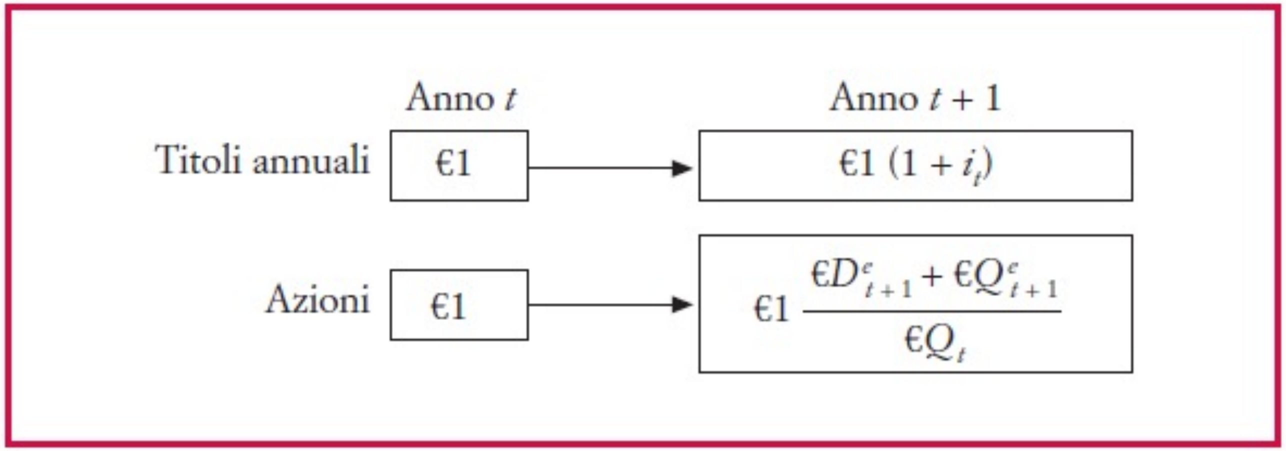
- Immaginiamo che decidiate di investire in un'azione per un anno.
- Sia €Q_t il prezzo dell'azione, €D_t il dividendo dell'anno corrente, €D^e_{t+1} il dividendo atteso l'anno successivo.

- Supponiamo di osservare il prezzo dell'azione immediatamente dopo il pagamento del dividendo corrente. Acquisteremo quindi un'azione oggi, riceveremo un dividendo fra un anno e poi rivenderemo l'azione.

Prezzo delle azioni come valore attuale (II)

- Quindi, per ogni euro che investirete in azioni vi aspetterete di ricevere $(€D^e_{t+1} + €Q^e_{t+1})/€Q_t$ euro tra un anno.

- Il ragionamento per il titolo a un anno è identico a prima.



Prezzo delle azioni come valore attuale (III)

- Detenere azioni è rischioso, molto più rischioso che investire in un titolo annuale.
- Nel caso delle azioni, il premio per il rischio prende il nome di **premio per il rischio azionario**.

- L'equilibrio richiede quindi che il rendimento atteso di un'azione detenuta per un anno debba essere uguale al rendimento di un titolo annuale più il premio per il rischio azionario:

$$\frac{€D^e_{t+1} + €Q^e_{t+1}}{€Q_t} = 1 + i_{1t} + x$$

Prezzo delle azioni come valore attuale (IV)

- Riorganizziamo i termini:

$$€Q_t = \frac{€D^e_{t+1}}{(1 + i_{1t} + x)} + \frac{€Q^e_{t+1}}{(1 + i_{1t} + x)}$$

- Tra un anno, gli investitori dovranno decidere se investire in titoli o in azioni e varrà nuovamente la stessa condizione di arbitraggio:

$$€Q^e_{t+1} = \frac{€D^e_{t+2}}{(1 + i^e_{1t+1} + x)} + \frac{€Q^e_{t+2}}{(1 + i^e_{1t+1} + x)}$$

Prezzo delle azioni come valore attuale (V)

- Sostituendo nell'equazione precedente:

$$€Q_t = \frac{€D^e_{t+1}}{(1+i_{1t}+x)} + \frac{€D^e_{t+2}}{(1+i_t+x)(1+i^e_{1t+1}+x)} + \frac{€Q^e_{t+2}}{(1+i_{1t}+x)(1+i^e_{1t+1}+x)}$$

- Se ripetiamo l'operazione per i prossimi *n* anni otteniamo:

$$Q_t = \frac{€D^e_{t+1}}{(1+i_{1t}+x)} + \frac{€D^e_{t+2}}{(1+i_t+x)(1+i^e_{1t+1}+x)} + \cdots + \frac{€D^e_{t+n}}{(1+i_t+x)\ldots(1+i^e_{1t+n-1}+x)} + \frac{€Q^e_{t+n}}{(1+i_{1t}+\mathrm{x})\ldots(1+i^e_{1t+n-1}+x)}$$

Prezzo delle azioni come valore attuale (VI)

- Guardiamo all’ultimo addendo dell’equazione precedente.

- Se le persone non si aspettano che il prezzo esploderà in futuro, allora il termine che include $€Q^e_{t+n}$ andrà a zero all’aumentare di n.

- Per capire: supponiamo che il prezzo dell’azione converga a un qualche valore €Q* in un futuro remoto e che il tasso di interesse i sia constante. Riscriviamo l’ultimo termine:

$$\frac{€Q*}{(1+i+x)^n}$$

- All’aumentare di n anche questo termine andrà a zero.

Prezzo delle azioni come valore attuale (VII)

- In questo caso, l’equazione precedente diventa:

$$€Q_t = \frac{€D^e_{t+1}}{(1+i_{1t}+x)} + \frac{€D^e_{t+2}}{(1+i_{1t}+x)(1+i^e_{1t+1}+x)} + \cdots + \frac{€D^e_{t+n}}{(1+i_{1t}+x)(1+i^e_{1t+n}+x)}$$

- Il valore di un’azione è quindi pari al valore attuale dei dividendi scontati usando il tasso di interesse maggiorato del premio per il rischio.

Prezzo delle azioni come valore attuale (VIII)

- Nell'equazione precedente abbiamo utilizzato i dividendi *nominali*, scontati usando i tassi di interesse *nominali*.

- Abbiamo visto in precedenza che è possibile riscrivere questa relazione per ottenere il prezzo *reale* dell'azione, scontando i dividendi reali usando i tassi di interesse *reali:*

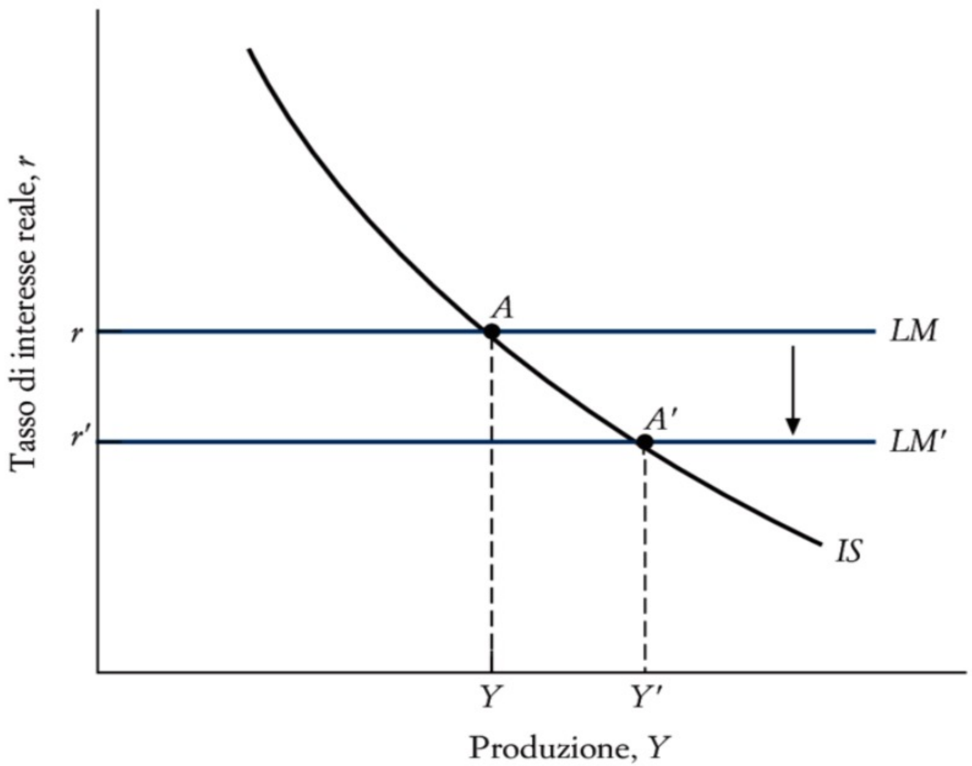
$$Q_t = \frac{D^e_{t+1}}{(1 + r_{1t} + x)} + \frac{D^e_{t+2}}{(1 + r_{1t} + x)(1 + r^e_{1t+1} + x)} + \cdots$$

Prezzo delle azioni come valore attuale IX

- Questa relazione ha tre conseguenze importanti:
  - Maggiori dividendi futuri attesi fanno aumentare il prezzo reale dell’azione.
  - Maggiori tassi di interesse reali a un anno (correnti e attesi) riducono il prezzo reale dell’azione.
  - Un maggior premio per il rischio azionario riduce il prezzo dell’azione.

Espansione monetaria e mercato azionario

Supponiamo che la banca centrale decida di adottare una politica monetaria più espansiva, riducendo il tasso di policy reale *r*. In che modo reagirà il mercato azionario?



Espansione monetaria e mercato azionario II

- Se il mercato aveva anticipato tale politica espansiva, allora non reagirà affatto (aspettative su dividendi e tassi restano invariate).

- Se la manovra è almeno in parte inattesa, il prezzo delle azioni aumenterà, sia per la riduzione del tasso di interesse sia per l’aumento della produzione che ne consegue (e quindi dei dividendi).

Aumento della spesa e mercato azionario

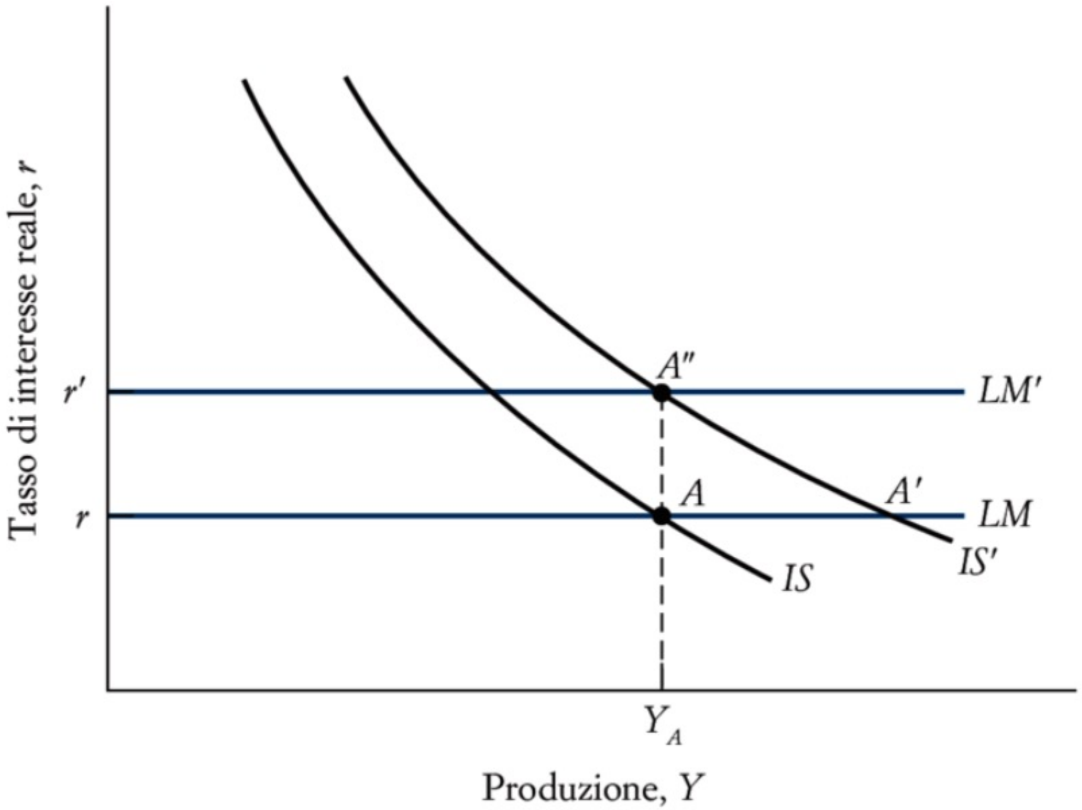
- I prezzi delle azioni possono calare per effetto di una manovra espansiva?

- Consideriamo uno spostamento della curva IS verso destra

- Questo farebbe aumentare la produzione, e con essa dovrebbero aumentare anche i prezzi delle azioni.

- In realtà, quello che succederà dipende (anche) dalle aspettative sulla risposta della banca centrale

Espansione monetaria, aumento della spesa e mercato azionario



In questo caso la banca centrale reagisce alla politica fiscale espansiva aumentando il tasso di policy. La produzione non cambia, ma i tassi sono più alti. Il prezzo delle azioni si riduce.

Espansione monetaria, aumento della spesa e mercato azionario II

- In generale, il modo in cui il prezzo delle azioni reagisce alla produzione dipende:

  1. dalle aspettative iniziali del mercato;
  2. dalla fonte dello shock;
  3. dalle aspettative del mercato circa la risposta della banca centrale.

Rischio, bolle e ondate di ottimismo ingiustificato

- Le fluttuazioni del prezzo delle azioni sono causate anche dalle variazioni nella percezione del rischio e da deviazioni dei prezzi delle attività finanziarie dal loro **valore fondamentale**.

- Le **bolle speculative** sono episodi in cui gli investitori finanziari acquistano un'azione a un prezzo più alto del suo valore fondamentale.

- Un'**ondata di ottimismo ingiustificato** è un periodo in cui, per un eccesso di ottimismo, gli investitori finanziari sono disposti a pagare più del valore fondamentale dell'azione.

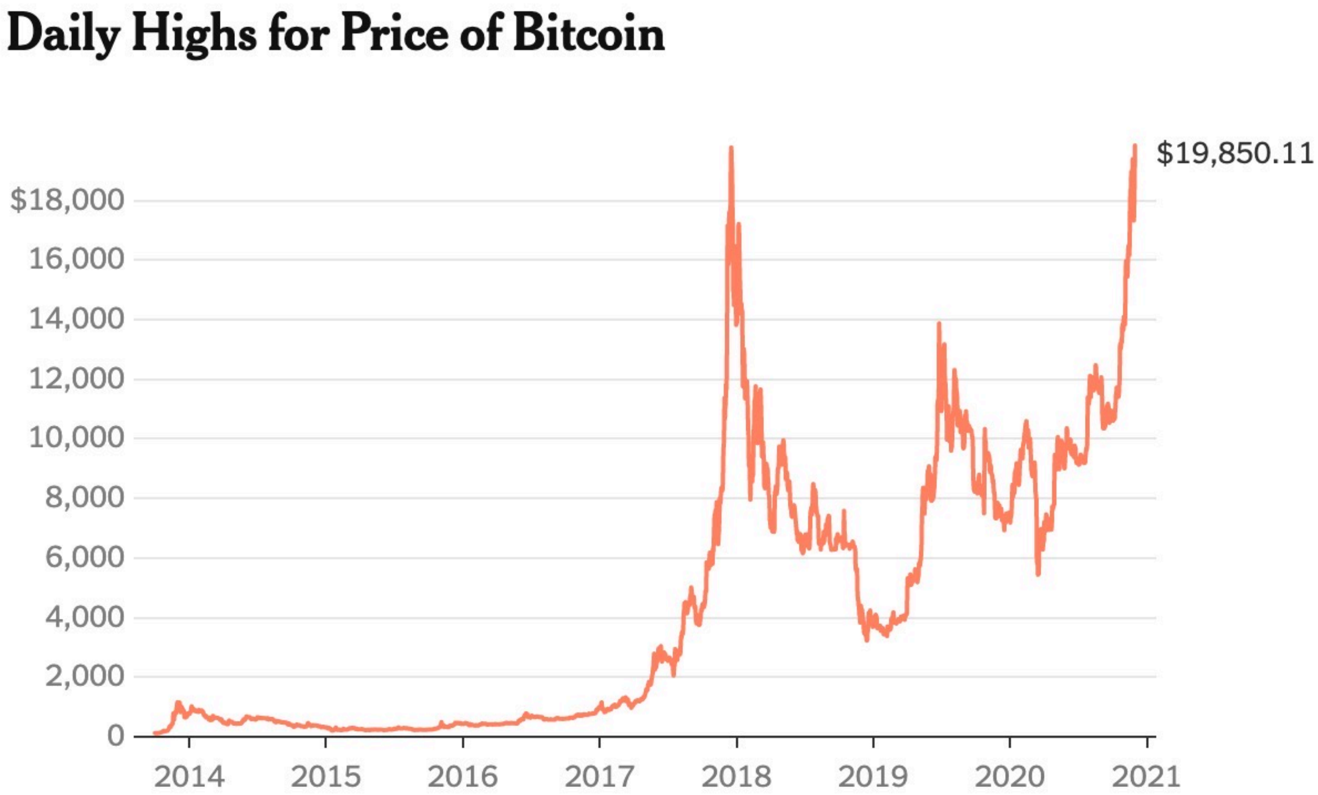
Bolle speculative I

La bolla dei tulipani nel 1637 fu la prima grande crisi finanziaria innescata dall'utilizzo di strumenti finanziari con finalità speculative

Bolle speculative II

Dal 1995 al 2000 vi fu un rapido aumento del valore delle aziende attive
In internet (dot.com). Il collasso si ebbe alla fine del 2000. Alcune società
fallirono, altre persero larga parte della capitalizzazione (Cisco, Amazon).

Bolle speculative III



Perchè si verificano le bolle?
Perchè si chiamano “speculative”?

- Si verificano perché nei mercati finanziari la domanda dipende, in parte, dalle aspettative sui prezzi futuri.

- Si chiamano speculative perchè chi acquista azioni lo fa non per il loro valore intrinseco (il “fondamentale”), ma perchè pensa di rivenderle a un prezzo più alto.

- Le bolle si verificano perchè a volte le aspettative amplificano uno shock ai prezzi: i prezzi aumentano a un tasso crescente.

- Un esempio tratto da L'economia - CORE (core-econ.org), un libro online gratuito: il prezzo delle azioni delle Flying Cars

Un modello per le bolle speculative

Domanda di azioni: $Q^D = a - bP_t + sE_t$

P =prezzo di un'azione

E= aspettativa del prezzo (maggiore l'aspettativa, maggiore la domanda)

Offerta di azioni: $Q^S = c + dP_t$

Equilibrio: $Q^S = Q^D$

$$a - bP_t + sE_t = c + dP_t$$

$$P_t = \frac{a-c}{b+d} + \frac{s}{b+d}E_t = \bar{P} + \frac{s}{b+d}E_t$$

Il termine $\bar{P}$ rappresenta il «fondamentale».

La dinamica del prezzo delle azioni durante una bolla

- Supponiamo che le aspettative siano corrette: $E_t = P_{t+1} - P_t$
- Sostituendo: $(b + d)(P_t - \bar{P}) = s(P_{t+1} - P_t)$
- $P_t = \bar{P} + \frac{s}{b+d}(P_{t+1} - P_t)$
- $P_{t+1} - \bar{P} = R(P_t - \bar{P}), \;\; \text{con} \;\; R = \frac{b+d+s}{s} > 1$
- Consideriamo il periodo 0. Se non vi sono shock, $P_0 = P_1 = P_2 =$ ... $\bar{P}$
- Se vi è uno shock $P_1 > \bar{P}$, e poiché *R*>1 il prezzo continua ad aumentare nei periodi successivi (o a diminuire in caso di uno shock negativo)

L'inizio di una bolla: domanda e offerta di azioni in seguito ad uno shock positivo sui prezzi