

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di
ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA
anno accademico 2024/2025

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "E" a "M"

La prenotazione è **obbligatoria** e si effettua tramite il sito <http://www.segrepass.unina.it>, **rispettando le scadenze indicate**. Il docente **non** farà sostenere l'esame agli studenti privi di documento di riconoscimento valido. Per verbalizzare l'esito dell'esame è necessario il "PIN" (codice numerico di 5 cifre che **lo studente deve conoscere** quando si presenta per sostenere l'esame).

Le pagine indicate nel seguito si riferiscono al libro: G. Crasta, A. Malusa *Elementi di Analisi Matematica e Geometria con prerequisiti ed esercizi svolti*, Edizioni LaDotta (settembre 2017) oppure *Independently published (18 settembre 2019)*.

Gli argomenti in grassetto si riferiscono a teoremi/proposizioni di cui bisogna conoscere enunciato e dimostrazione.

È richiesta la capacità di risolvere gli esercizi assegnati durante le lezioni, reperibili (insieme alle soluzioni) nel sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2425.htm>

1 NUMERI E PIANO CARTESIANO

► §1.1 pag. 1: Insiemi, \in , \notin , insieme vuoto, \mathbb{N} , \mathbb{N}^+ , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \forall , \exists , $\exists!$ \Rightarrow , \Leftrightarrow , \subseteq , \supseteq ; operazioni tra insiemi: unione, intersezione, insiemi disgiunti, differenza tra insiemi, coppie ordinate, prodotto cartesiano. *Negazione di proposizioni. Esercizi n. 1 e n. 2 del sito web del corso.*

► §1.2 pag. 4: Proprietà dell'operazione di addizione, proprietà dell'operazione di moltiplicazione, proprietà distributiva, proprietà dell'ordinamento totale, compatibilità tra ordinamento e le operazioni, numeri positivi, numeri negativi, regole di semplificazione.

► §1.3 pag. 5: Proprietà di completezza. Asse reale, \mathbb{R} , intervalli limitati, semirette, $<$, $>$, \leq , \geq . Insiemi limitati superiormente, maggioranti; insiemi limitati inferiormente, minoranti; insiemi limitati. Minimo di un insieme; massimo di un insieme. *Esercizi n. 3 del sito web del corso.*

► §1.4 pag. 9: Estremo superiore ed estremo inferiore; teorema di esistenza dell'estremo superiore (e dell'estremo inferiore).

► §1.5 pag. 10: \mathbb{R}^2 , assi cartesiani, ascissa e ordinata di un punto del piano. Alcuni luoghi geometrici ($y = x$, $y = x^2$, $y = 1/x$); distanza tra due punti del piano; equazione della circonferenza.

2 FUNZIONI

- ▶ §2.1 pag. 33: Funzioni, dominio, codominio, immagine. Funzioni reali di una variabile reale; grafico; proprietà dei grafici di funzioni reali di una variabile reale; dominio naturale di una corrispondenza.
- ▶ §2.2 pag. 39: Operazioni tra funzioni: composizione. *Esercizi n. 4 del sito web del corso.*
- ▶ §2.3 pag. 40: Funzioni limitate, limitate superiormente, limitate inferiormente, crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone.
- ▶ §2.5 pag. 44: Funzioni invertibili, funzioni inverse.
- ▶ §2.8 pag. 53: Funzioni affini, funzione costante; funzione valore assoluto: grafico e proprietà, disuguaglianza triangolare, lunghezza del segmento di estremi $a, b \in \mathbb{R}$, l'equivalenza $|x| < r \Leftrightarrow -r < x < r \forall r > 0$; polinomi di secondo grado: il caso particolare $f(x) = x^2$ (grafico e discussione su invertibilità; *esercizi n. 5 del sito web del corso*), la funzione radice quadrata, formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, grafici. Potenze con esponente naturale: definizioni, grafici, proprietà; potenze con esponente reale: proprietà; funzione esponenziale, proprietà della funzione esponenziale; funzione logaritmo, proprietà dei logaritmi. *Esercizi n. 6 del sito web del corso.* Il numero π ; funzioni trigonometriche: funzione seno, coseno, tangente, arcoseno, arcocoseno, arcotangente; proprietà delle funzioni trigonometriche.
- ▶ §2.10 pag. 77: Ulteriori formule trigonometriche: valori notevoli delle funzioni trigonometriche; formule di addizione e di duplicazione (*solo come riferimento per argomenti successivi*).

3 LIMITI E CONTINUITÀ

- ▶ §3.1 pag. 105: Punto di accumulazione. *Esercizi n. 7 del sito web del corso.* Definizione di limite. Proprietà di continuità delle funzioni elementari. Proprietà di continuità di somme, prodotti, quozienti, composte di funzioni elementari. **Non esistenza del limite** $\lim_{x \rightarrow 0} |x|/x$. **Teorema sull'unicità del limite. Una funzione è infinitesima se e soltanto se il suo valore assoluto è infinitesimo.**
- ▶ §3.2 pag. 109: Teorema del confronto; operazioni sui limiti finiti (**con dim. del limite di una somma di funzioni**); **prodotto di funzione limitata per infinitesima**; teorema del cambiamento di variabili nei limiti; **teorema della permanenza del segno.**
- ▶ §3.3 pag. 116: Limite destro e limite sinistro; criterio di esistenza del limite; limiti all'infinito e limiti infiniti relativi alle funzioni elementari. *Esercizi n. 9 del sito web del corso.* Aritmetizzazione parziale di ∞ ; forme indeterminate.
- ▶ §3.5 pag. 130: Continuità in un punto, continuità nel dominio di una funzione, continuità di somma, prodotto e quoziente di funzioni continue e continuità della composizione di funzioni continue.
- ▶ §3.6 pag. 135: Punti di estremo assoluto; massimo assoluto e minimo assoluto di una funzione reale; teorema di Weierstrass, teorema degli zeri; **teorema dei valori intermedi.**
- ▶ §3.7 pag. 141: Limiti notevoli: osservazioni.
- ▶ §3.10 pag. 152: Il numero di Nepero.

4 CALCOLO DIFFERENZIALE

- ▶ §4.1 pag. 181: Definizione di funzione derivabile in un punto, in un intervallo; definizione di derivata prima. significato geometrico della derivata, equazione della retta tangente al grafico di una funzione derivabile. **Derivata delle funzioni affini, continuità delle funzioni derivabili, esempio di funzione continua e non derivabile.**
- ▶ §4.2 pag. 188: Operazioni con le derivate: derivata della somma, del prodotto, del rapporto, della composizione di due funzioni. Derivate delle funzioni: $c, mx + q, x^\alpha, \sqrt{x}, |x|, a^x, e^x, \log_a x, \log x, \log|x|, \operatorname{sen} x, \operatorname{cos} x, \operatorname{tg} x, \operatorname{arcsen} x, \operatorname{arccos} x, \operatorname{arctg} x$ (**dim. per le funzioni $c, mx + q, \sqrt{x}, |x|, \operatorname{tg} x$**). *Esercizi n. 8, 10, 11, 12, 13 del sito web del corso.*
- ▶ §4.3 pag. 199: Punti di estremo relativo, **teorema di Fermat, teorema di Rolle, teorema di Lagrange. Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo**, test di monotonia.
- ▶ §4.5 pag. 223: Funzioni convesse, funzioni concave. Derivate seconde. Funzioni convesse/concave derivabili due volte.

5 INTEGRALI INDEFINITI

- ▶ §5.1 pag. 281: Definizione di primitiva; **caratterizzazione delle primitive delle funzioni definite in un intervallo**, integrale indefinito, tabella degli integrali indefiniti.
- ▶ §5.2 pag. 285: Linearità dell'integrale indefinito. Esercizi sul calcolo di integrali indefiniti. *Esercizi n. 14 del sito web del corso.*

6 INTEGRALI DEFINITI

- ▶ §6.3 pag. 351: Cenni sugli integrali definiti. Integrale definito: interpretazione geometrica.
- ▶ §6.4 pag. 354: Teorema fondamentale del calcolo integrale. *Esercizi n. 15 del sito web del corso.*

7 VETTORI, MATRICI E SISTEMI LINEARI

- ▶ §7.1 pag. 403: Vettori applicati, vettore nullo, somma (geometrica) tra vettori applicati, moltiplicazione geometrica di un vettore applicato per uno scalare, vettori liberi, vettori equipollenti, componenti di un vettore, somma (algebraica) tra vettori liberi, prodotto di un vettore libero per uno scalare.
- ▶ §7.2 pag. 408: Vettori n -dimensionali, operazioni tra vettori e loro proprietà, norma o modulo di un vettore, proprietà della norma, disuguaglianza triangolare, versori, versore di (o versore associato ad) un vettore.
- ▶ §7.3 pag. 411: Prodotto scalare e sue proprietà, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, **disuguaglianza triangolare**, significato geometrico del prodotto scalare, angolo formato da due vettori, condizione di ortogonalità. *Esercizi n. 16 del sito web del corso.* Prodotto vettoriale, proprietà del prodotto vettoriale.
- ▶ §7.4 pag. 421: Spazi vettoriali. Combinazioni lineari.
- ▶ §7.5 pag. 427: **Base canonica di $\mathbb{V}^2, \mathbb{V}^3, \mathbb{V}^n$; $\mathbf{i}, \mathbf{j} \in \mathbb{V}^2$ sono versori; ogni vettore di \mathbb{V}^2 è combinazione lineare di \mathbf{i}, \mathbf{j} ; \mathbf{i}, \mathbf{j} sono ortogonali.**
- ▶ §7.6 pag. 428: Matrici, indice di riga, indice di colonna, matrici quadrate, rappresentazione matriciale di un vettore, diagonale, traccia, matrice diagonale, matrice identità, matrice trasposta, vettori riga e vettori colonna, sottomatrici, somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare, prodotto righe per colonne, proprietà del prodotto righe per colonne. *Esercizi n. 17, 18 del sito web del corso.*
- ▶ §7.7 pag. 436: Determinante di una matrice 2×2 , di una matrice 3×3 , $n \times n$, minore complementare di un elemento di una matrice, complemento algebrico di un elemento di una matrice, teorema di Laplace (matrici $n \times n$), proprietà del determinante, teorema di Binet, prodotto vettoriale (oss. 7.74), matrici invertibili, **unicità dell'inversa, il determinante delle matrici invertibili è non nullo, il determinante della matrice inversa è l'inverso del determinante**, criterio di invertibilità.
- ▶ §7.8 pag. 446: Rango (o caratteristica) di una matrice. Minori di una matrice, ordine di un minore. Proprietà del rango: è minore o uguale al minimo tra il numero di righe e di colonne; rango di una matrice quadrata; rango di una matrice = rango della matrice trasposta; rango della matrice ottenuta scambiando un certo numero di righe o di colonne. *Esercizi n. 19, 20, 21 del sito web del corso.*
- ▶ §7.9 pag. 451: Sistemi lineari di n equazioni in m incognite: scrittura in forma matriciale. **Teorema di Cramer**, matrice completa e matrice incompleta, sistemi compatibili e sistemi incompatibili, teorema di Rouchè-Capelli, metodo per risolvere sistemi lineari che non verificano le ipotesi del teorema di Cramer. *Esercizi n. 22, 23 del sito web del corso.*

8 CENNI DI GEOMETRIA DEL PIANO

- ▶ §8.1 pag. 497: Rette del piano: equazioni parametriche, equazione cartesiana, equazione esplicita, condizioni di parallelismo e di ortogonalità.
-