# Le curve di costo

Prof. Marco Pagnozzi

*Università di Napoli Federico II*

## Sommario del Capitolo 8

1. Il costo di lungo periodo
   - Costo totale
   - Costi medi e marginali
   - Economie di scala

2. Le curve di costo di breve periodo

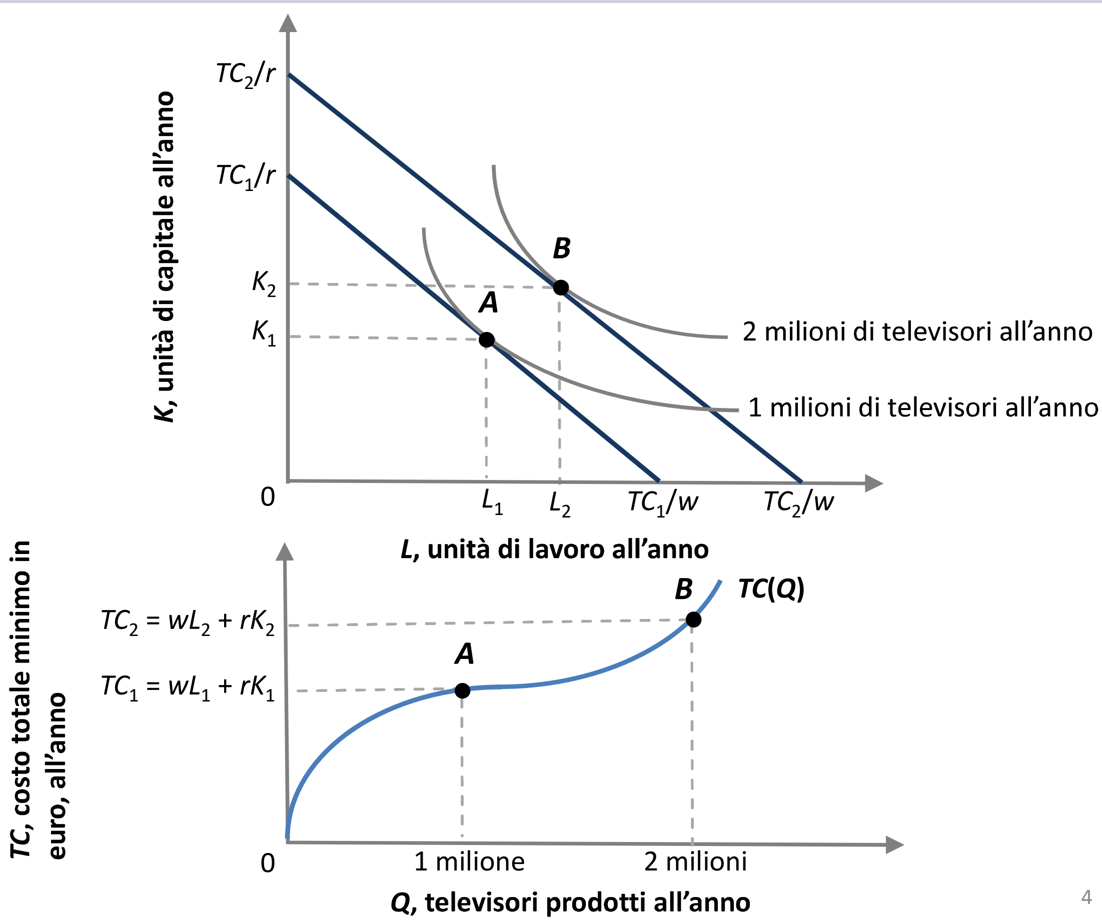
## Curva del costo totale di lungo periodo

La **curva del costo totale di lungo periodo** mostra come varia il costo totale minimo per diversi livelli di quantità prodotta,

assumendo che i prezzi degli input siano costanti e che l'impresa scelga gli input in modo da minimizzare i costi.



## Minimizzazione dei costi e curva di costo totale



## Esempio: Curva del costo totale

Funzione di produzione: $Q = 50L^{1/2}K^{1/2}$

*In che modo il costo totale minimo dipende dal volume prodotto Q e dai prezzi degli input w e r?*

Nel Capitolo 7 abbiamo calcolato le domande di lavoro e capitale per la minimizzazione dei costi (utilizzando $MP_L/MP_K = w/r$):

$$L = (Q/50)(r/w)^{1/2} \quad \text{e} \quad K = (Q/50)(w/r)^{1/2}$$

Il costo totale minimo è:

$$TC(Q) = wL + rK = w(Q/50)(r/w)^{1/2} + r(Q/50)(w/r)^{1/2} =$$

$$= (Q/50)(wr)^{1/2} + (Q/50)(wr)^{1/2}$$

$$= (Q/25)(wr)^{1/2}$$

Se $w = 25$ e $r = 100$, la funzione del costo totale di lungo periodo è

$$TC(Q) = (Q/25)(2500)^{1/2} = 2Q$$



## Curva del costo totale di lungo periodo

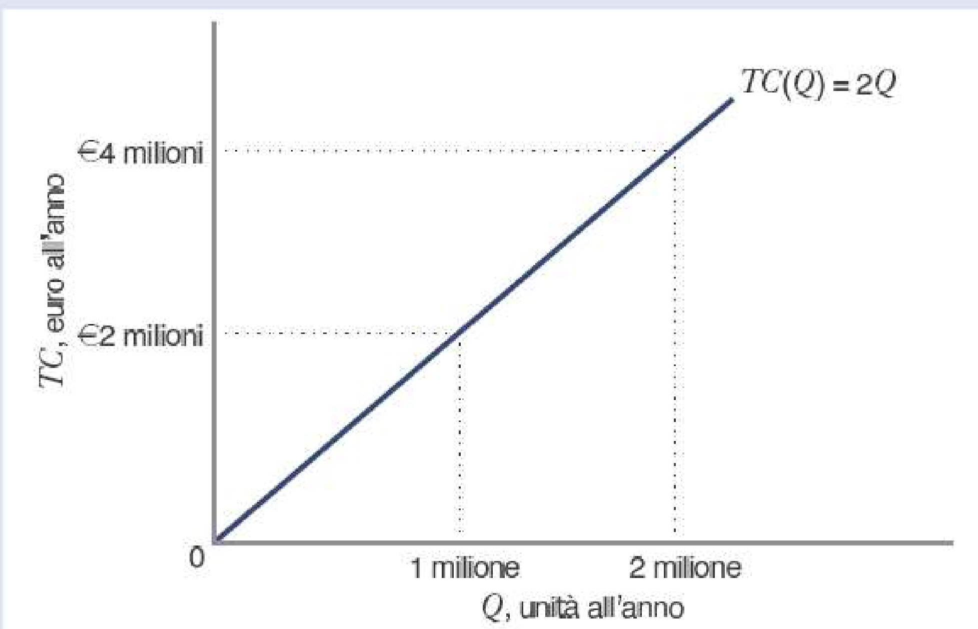



**FIGURA 8.2 La curva del costo totale di lungo periodo**
Il grafico del costo totale di lungo periodo $TC(Q) = 2Q$ è una retta di pendenza positiva.

## Spostamenti della curva di costo totale

Come varia il costo totale se
*il prezzo del capitale aumenta* e
*il prezzo del lavoro rimane costante*?

Graficamente, come si sposta la curva del costo totale?



## Variazione del prezzo di un input

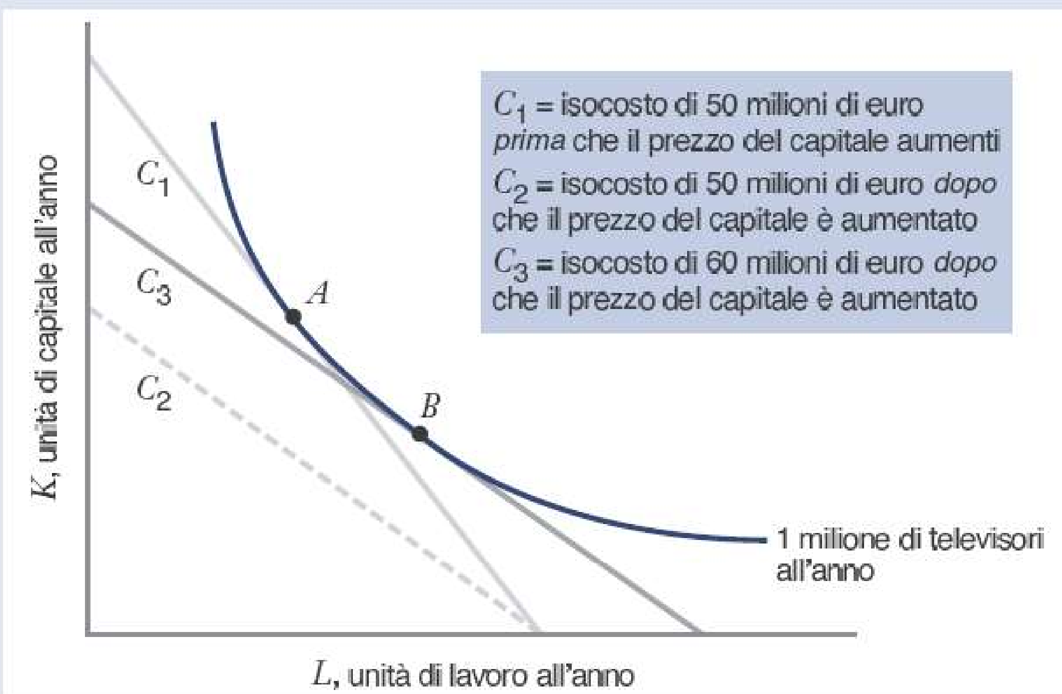



**FIGURA 8.3 Come un cambiamento nel prezzo del capitale influenza la combinazione ottima di input e il costo totale di lungo periodo di un produttore di televisori**
Il costo totale di lungo periodo aumenta all'aumentare del prezzo del capitale. L'isocosto passa da $C_1$ a $C_3$. La combinazione di ottimo (quella che minimizza i costi) passa da *A* a *B*.

## Variazione del prezzo di un input

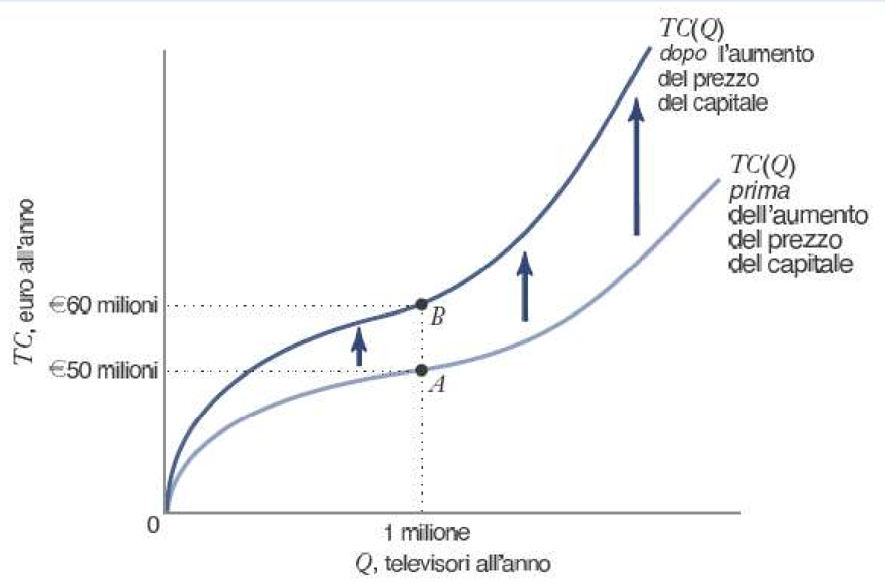



**FIGURA 8.4 Come un cambiamento nel prezzo del capitale influenza la funzione del costo totale di lungo periodo di un produttore di televisori**
L'aumento del prezzo del capitale determina una rotazione verso l'alto della funzione del costo totale, $TC(Q)$. I punti $A$ e $B$ corrispondono alle combinazioni di ottimo individuate nella Figura 8.3.



## Variazione dei prezzi degli input

Come si sposta la curva del costo totale se i prezzi di *tutti* gli input aumentano della *stessa percentuale* (ad esempio, il 10%)?

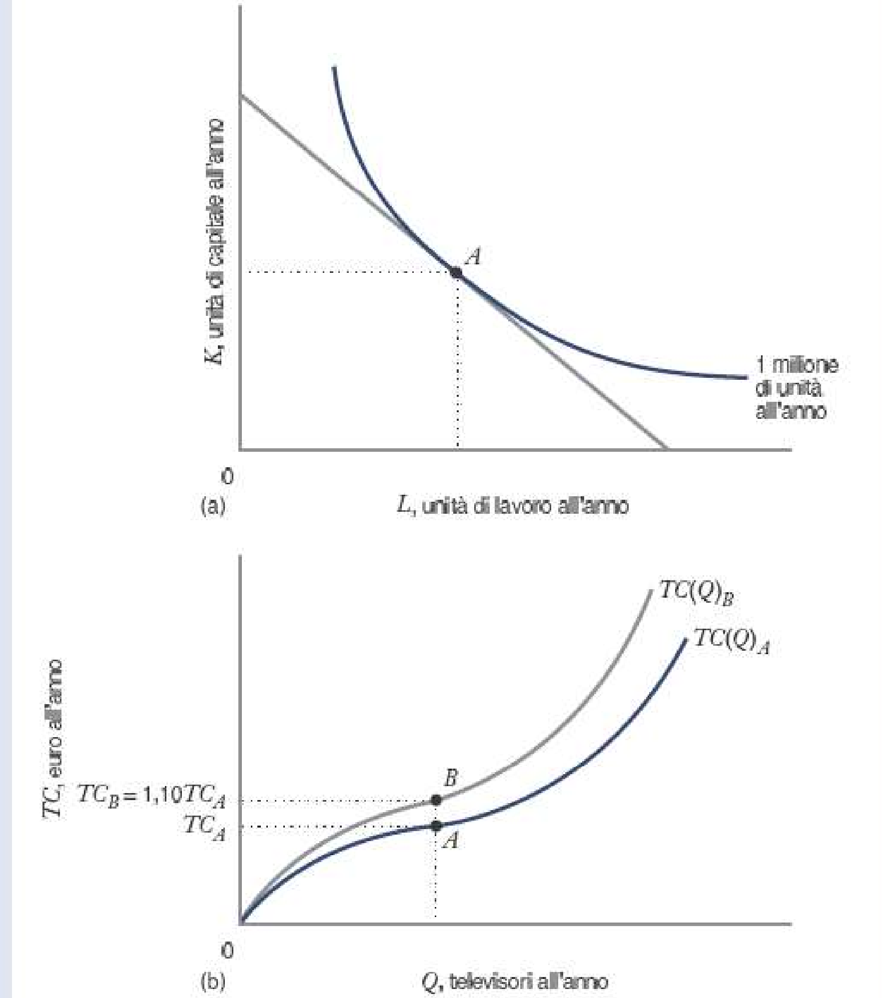



**FIGURA 8.5 Come una variazione proporzionale dei prezzi di tutti gli input influenza la combinazione ottima di input e la curva del costo totale**
I prezzi degli input aumentano del 10%. Il grafico (a) mostra come, volendo mantenere costante l'output, la combinazione di ottimo rimanga la stessa (punto A) poiché la pendenza dell'isocosto risulta inalterata. Il grafico (b) mostra come il costo totale si sposta verso l'alto del 10%.

## Costo medio e costo marginale

Il **costo medio di lungo periodo**
è il costo unitario dell'output:

$$AC(Q) = TC(Q)/Q$$

Il **costo marginale di lungo periodo**
è il saggio di variazione del costo totale al variare dell'output:

$$MC(Q) = \Delta TC(Q)/\Delta Q$$

E' dunque *pari alla pendenza del costo totale*.

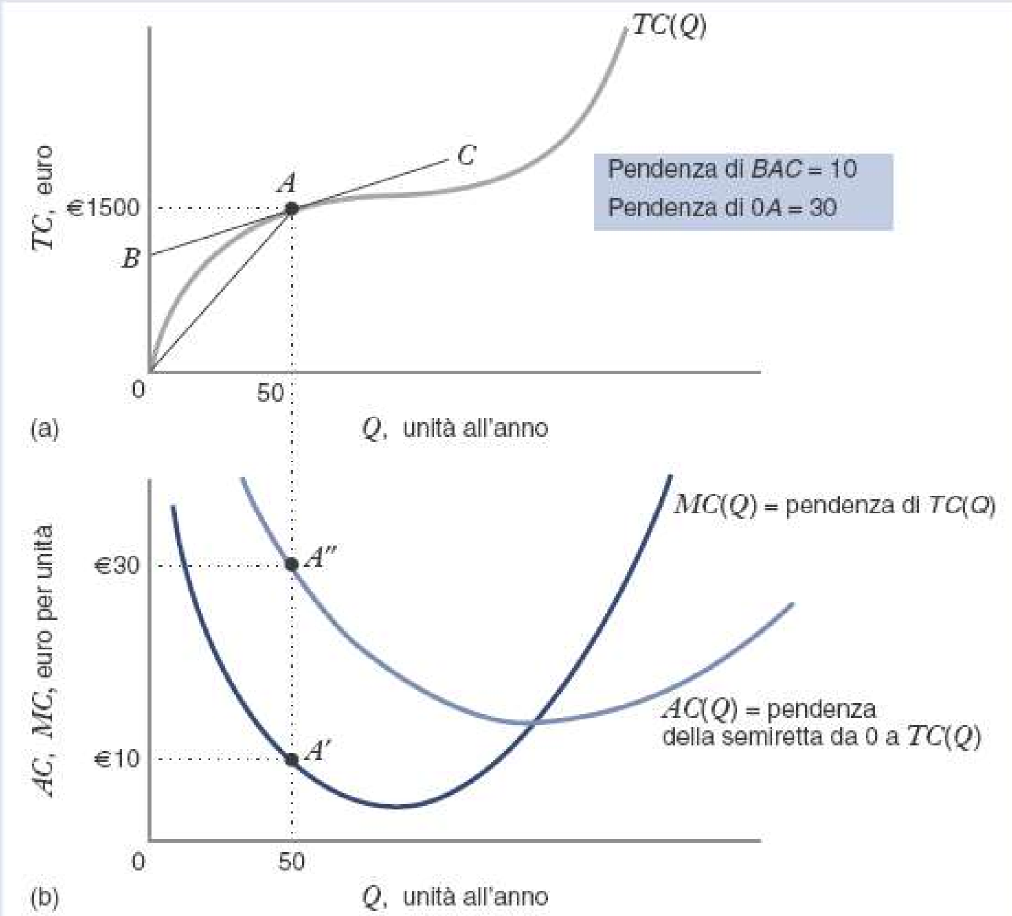



**FIGURA 8.7** **Il costo medio e il costo marginale di lungo periodo derivati dalla funzione del costo totale di lungo periodo**



## Esempio: Costo medio e costo marginale

Per la funzione di produzione $Q = 50L^{1/2}K^{1/2}$,

la funzione del costo totale è (Esercizio 8.1)

$$TC(Q) = (Q/25)(wr)^{1/2}$$

Se $w = 25$ e $r = 100$,

$$TC(Q) = 2Q$$

La funzione del *costo medio* di lungo periodo è:

$$AC(Q) = 2Q/Q = 2$$

Il *costo marginale* di lungo periodo è la pendenza del costo totale di lungo periodo:

$$MC(Q) = 2$$

## Curve dei costi medi e marginali

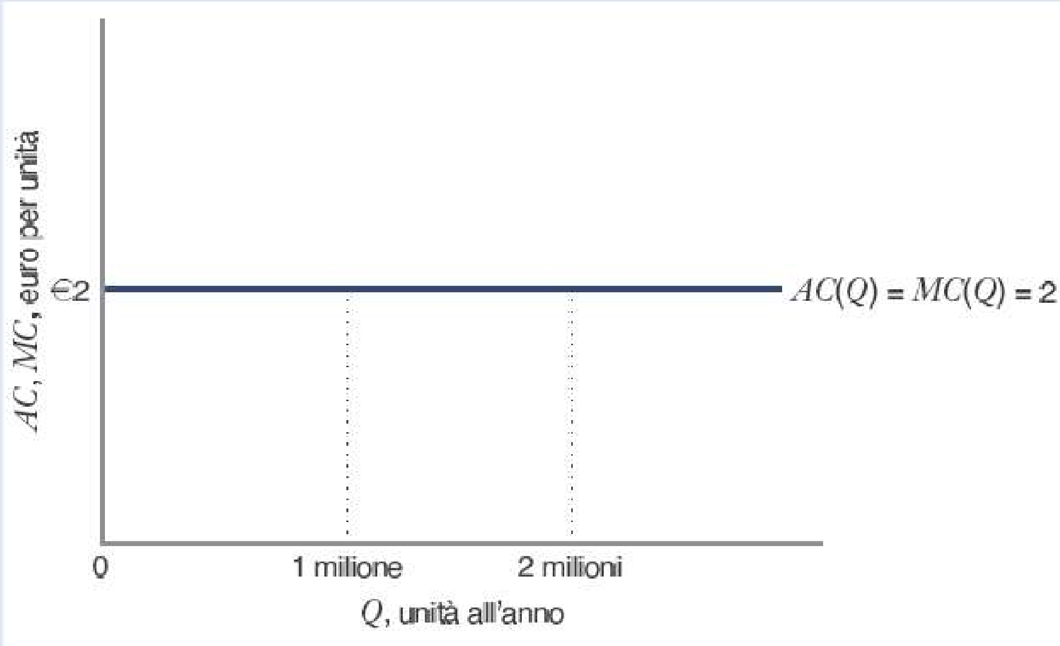



**FIGURA 8.8 Le curve dei costi medi e marginali di lungo periodo per la funzione di produzione** $Q = 50\sqrt{LK}$

Il costo medio e il costo marginale sono due rette parallele all'asse orizzontale e coincidenti, per un valore pari a €2 per unità, quando $w$ = 25 e $r$ = 100.

## Relazione tra curve dei costi medi e marginali

1. Se il **costo medio diminuisce** all'aumentare della quantità prodotta, il costo medio è superiore al costo marginale:

$$AC(Q) > MC(Q).$$

2. Se il **costo medio aumenta** all'aumentare della quantità prodotta, il costo medio è inferiore al costo marginale:

$$AC(Q) < MC(Q).$$

3. Se il **costo medio é costante** al crescere della quantità prodotta, il costo medio e il costo marginale coincidono:

$$AC(Q) = MC(Q).$$

## La relazione tra costi medi e marginali

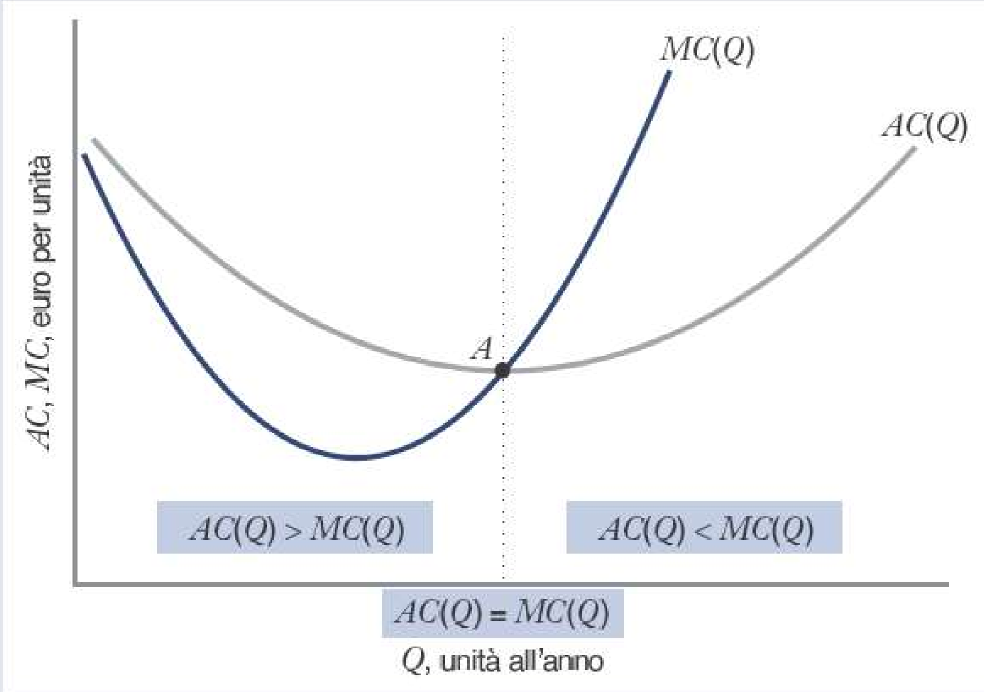



**FIGURA 8.9 La relazione tra costo medio e costo marginale di lungo periodo**
A sinistra del punto $A$, il costo medio diminuisce al crescere della quantità $Q$, quindi $AC(Q) > MC(Q)$. A destra del punto $A$, il costo medio aumenta all'aumentare di $Q$, quindi $AC(Q) < MC(Q)$. Quando il costo medio è nel punto $A$, cioè il suo minimo, il costo marginale coincide con il costo medio, $AC(Q) = MC(Q)$.

## Economie e diseconomie di scala

**Economie di scala:** il costo medio diminuisce all'aumentare della quantità prodotta.

**Diseconomie di scala:** il costo medio aumenta all'aumentare della quantità prodotta.

**Scala minima efficiente (MES):** la più piccola quantità per la quale il costo medio di lungo periodo è minimizzato.

## Scala minima efficiente (MES)

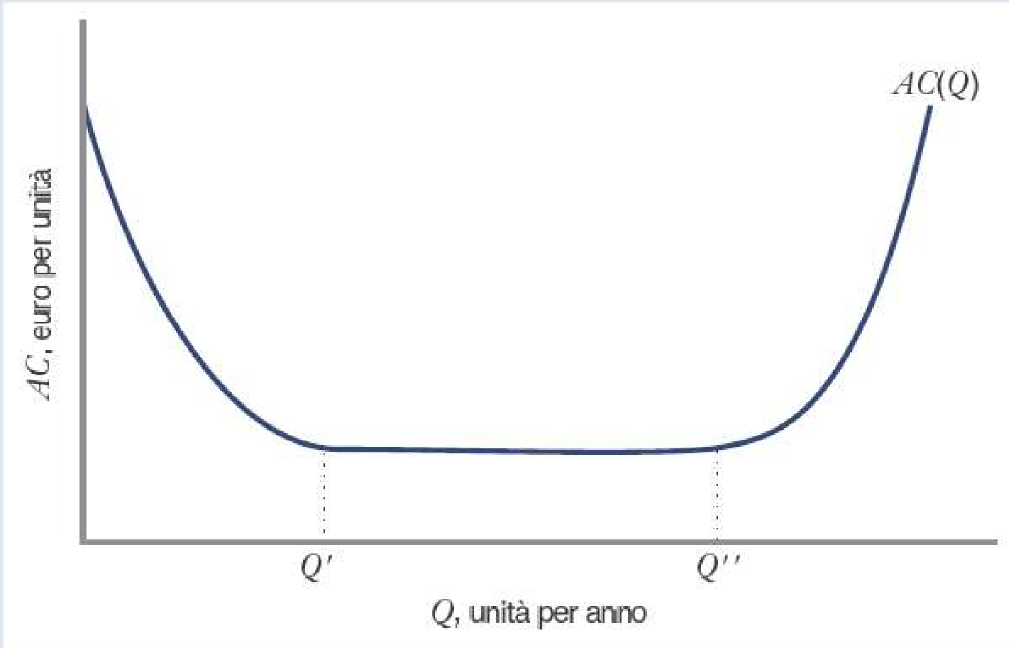



**FIGURA 8.11 Economie e diseconomie di scala per una tipica funzione di costo medio di lungo periodo**
La curva è caratterizzata da economie sino a $Q'$. Il costo medio è piatto per l'intervallo di quantità $Q' - Q''$ e poi ci sono diseconomie di scala a destra di $Q''$. L'output $Q'$ è detto *scala efficiente minima.*

## Economie e diseconomie di scala

**TABELLA 8.2 La relazione tra economie di scala e rendimenti di scala**

| | Funzione di produzione | | |
|---|---|---|---|
| | $Q = L^2$ | $Q = \sqrt{L}$ | $Q = L$ |
| Domanda tecnica di lavoro | $L = \sqrt{Q}$ | $L = Q^2$ | $L = Q$ |
| Funzione del costo totale di lungo periodo | $TC = w\sqrt{Q}$ | $TC = wQ^2$ | $TC = wQ$ |
| Funzione del costo medio di lungo periodo | $AC = \frac{w}{\sqrt{Q}}$ | $AC = wQ$ | $AC = w$ |
| Come varia il costo medio di lungo periodo al variare di $Q$? | Diminuisce | Aumenta | Invariato |
| Economie o diseconomie di scala? | Economie di scala | Diseconomie di scala | Nessuna delle due |

## Economie di scala e rendimenti di scala

- Se il **costo medio diminuisce** all'aumentare di $Q$,
si hanno *economie di scala* e
*rendimenti di scala crescenti* (es. $Q = L^2$).

- Se il **costo medio aumenta** all'aumentare di $Q$,
si hanno *diseconomie di scala* e
*rendimenti di scala decrescenti* (es. $Q = L^{1/2}$).

- Se il **costo medio rimane costante** all'aumentare di $Q$,
non si hanno *nè economie né diseconomie di scala,* e
*i rendimenti di scala sono costanti* (es. $Q = L$).



## Elasticità del costo totale rispetto all'output

L'**elasticità del costo totale rispetto alla quantità prodotta** è la variazione percentuale del costo totale in ragione di una variazione dell'1% dell'output:

$$\varepsilon_{TC,Q} = \frac{\frac{\Delta TC}{TC}}{\frac{\Delta Q}{Q}} = \frac{\frac{\Delta TC}{\Delta Q}}{\frac{TC}{Q}} = \frac{MC}{AC}$$

- Se $\varepsilon_{TC,Q} < 1$, $MC < AC$, quindi $AC$ *diminuisce* al crescere di $Q$ e vi sono **economie di scala**.
- Se $\varepsilon_{TC,Q} > 1$, $MC > AC$, quindi $AC$ *aumenta* al crescere di $Q$ e vi sono **diseconomie di scala**.
- Se $\varepsilon_{TC,Q} = 1$, $MC = AC$, quindi $AC$ rimane *invariato* al crescere di $Q$ e non vi sono *né economie nè diseconomie di scala.*

## Le curve di costo di breve periodo

La **curva di costo totale di breve periodo** *STC*(*Q*) mostra il costo minimo totale per produrre *Q* unità di output quando almeno un fattore è fisso.

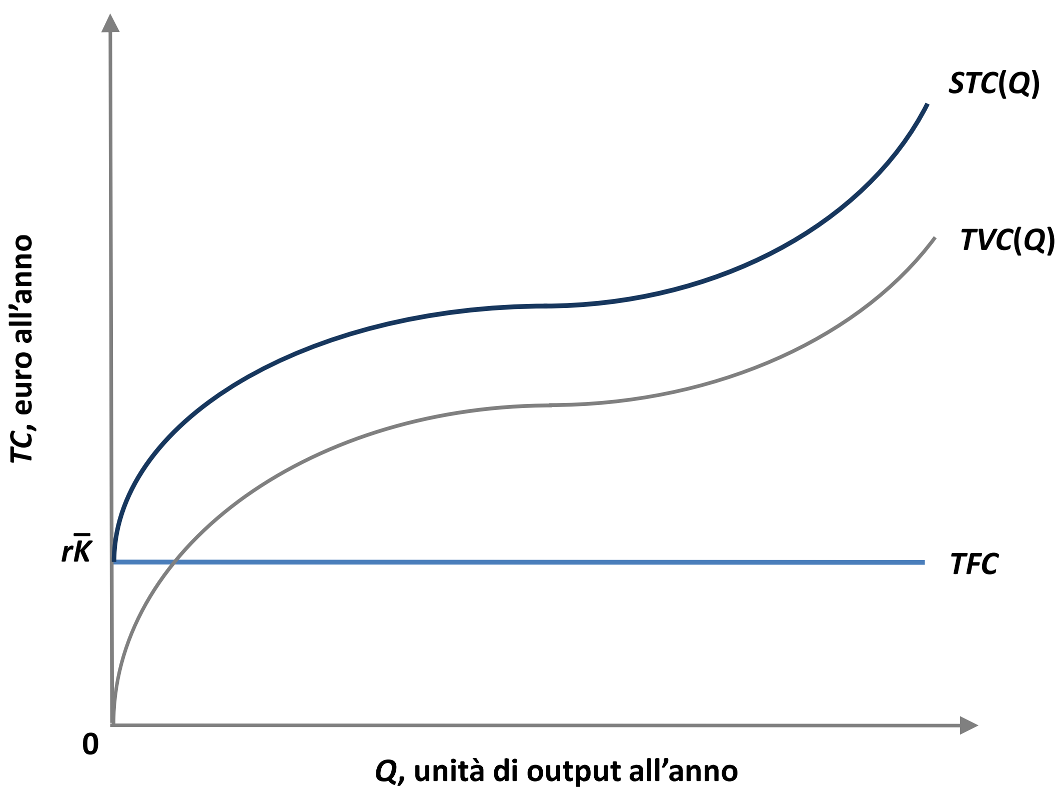
La **curva del costo totale variabile** *TVC*(*Q*) mostra la spesa in input variabili, come il lavoro e le materie prime, in corrispondenza della combinazione di input che minimizza i costi nel breve periodo.

La **curva del costo totale fisso** *TFC* mostra il costo degli input fissi e non varia con la quantità prodotta.

$$\boxed{STC(Q) = TVC(Q) + TFC}$$



## La curva di costo totale di breve periodo



## Costo totale di breve periodo

Funzione di produzione: $Q = 50\, L^{1/2}K^{1/2}$

$w = 25$, $r = 100$, capitale fisso pari a $\bar{K}$

*Quale è la funzione di costo totale di breve periodo?*

Dalla funzione di produzione si ottiene la quantità ottima di lavoro di breve periodo

$$Q = 50\, L^{1/2}\, \bar{K}^{1/2} \iff Q^2 = 2500\, L\bar{K} \iff L = Q^2/(2500\bar{K})$$

Quindi la funzione di costo totale di breve periodo è:

$$STC(Q) = wL + r\bar{K} = 25\, Q^2/(2500\bar{K}) + 100\bar{K}$$

$$= Q^2/(100\bar{K}) + 100\bar{K}$$

Il costo totale variabile e quello fisso sono:

$$TVC(Q) = Q^2/(100\bar{K}) \quad \text{e} \quad TFC = 100\bar{K}$$



## Relazione tra costo di lungo e di breve periodo

Dato che nel breve periodo uno o più fattori sono fissi, l'impresa ha maggiori vincoli che nel lungo periodo.

Quindi, la curva di costo totale di breve periodo si trova sempre al di sopra di quella di lungo periodo.

Tuttavia, quando $Q$ è tale che la quantità dell'input fisso coincide con la sua quantità ottima di lungo periodo, le curve del costo totale di breve e lungo periodo coincidono.

## Costo di lungo periodo e di breve periodo

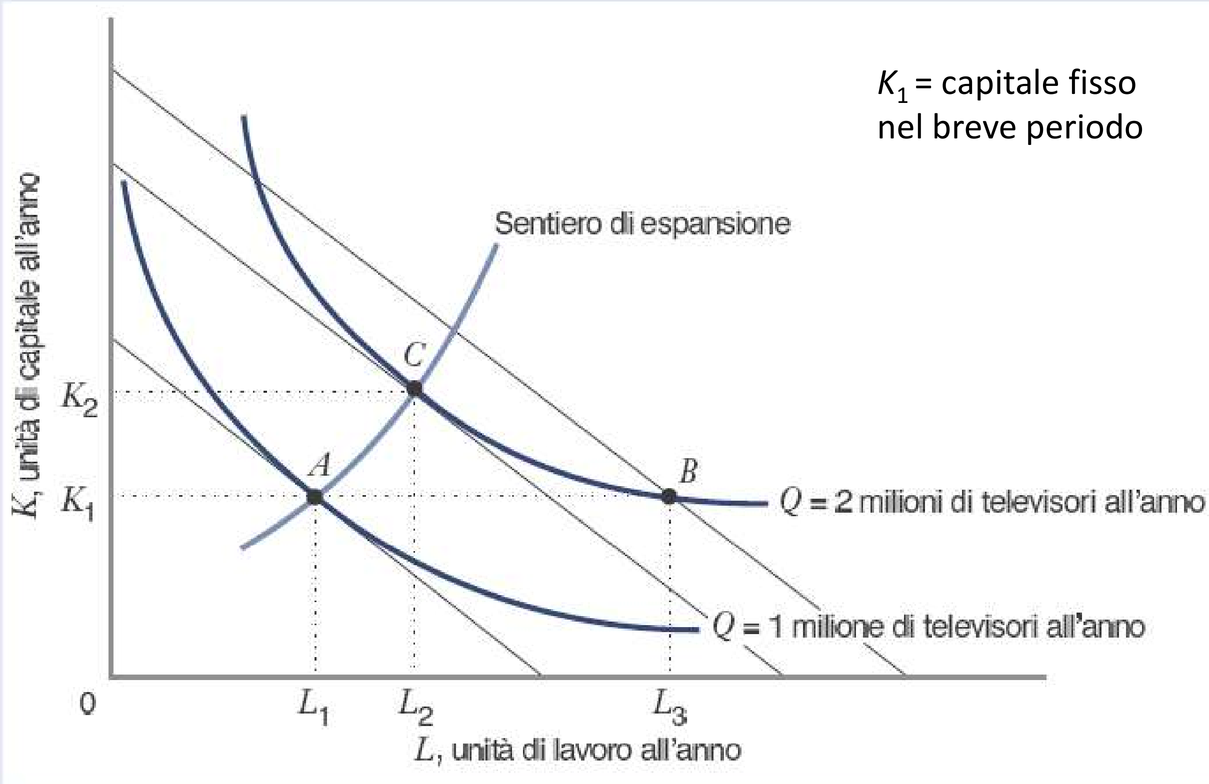



**FIGURA 8.13 I costi totali sono generalmente maggiori nel breve periodo che nel lungo periodo**

## Costo di lungo periodo e di breve periodo

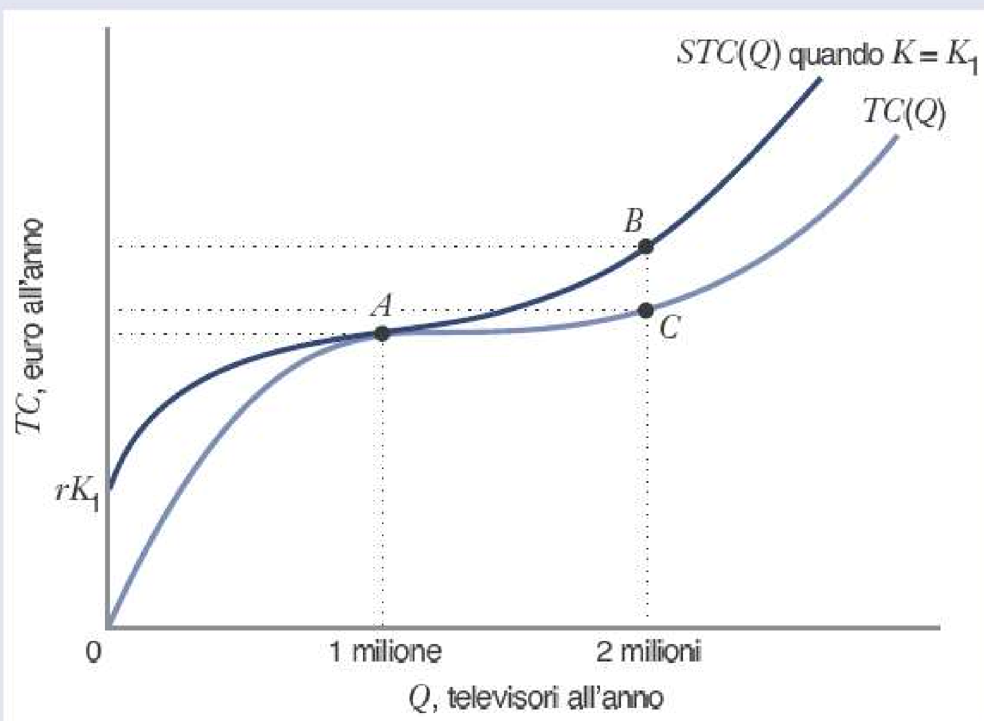



**FIGURA 8.14 La relazione tra costi totali di breve periodo e costi totali di lungo periodo**
Quando il capitale è fisso a $K_1$ unità, $STC(Q)$ è superiore a $TC(Q)$, eccetto che per il punto $A$. Il punto $A$ è soluzione di ottimo sia nel lungo che nel breve periodo per un output di un milione di televisori all'anno.

## Costo medio e marginale di breve periodo

Il **costo medio di breve periodo** è il costo totale diviso per la quantità di output, in presenza di uno o più fattori fissi:

$$SAC(Q) = STC(Q)/Q$$

Il **costo marginale di breve periodo** è la pendenza del costo totale di breve periodo:

$$SMC(Q) = \Delta STC(Q)/\Delta Q$$



## Curva di costo di breve periodo - *Riepilogo*

Siccome $STC(Q) = TVC(Q) + TFC$ ,

dividendo per $Q$ si ottiene

$$SAC(Q) = STC(Q)/Q = TVC(Q)/Q + TFC/Q$$

$$= AVC(Q) + AFC(Q)$$

dove:

$SAC(Q) = STC(Q)/Q$ = *costo medio di breve periodo*
$AVC(Q) = TVC(Q)/Q$ = *costo variabile medio*
$AFC(Q) = TFC/Q$ = *costo fisso medio*

La curva del costo medio di breve periodo (*SAC*) è la *somma VERTICALE* delle curve del costo variabile medio (*AVC*) e del costo fisso medio (*AFC*)

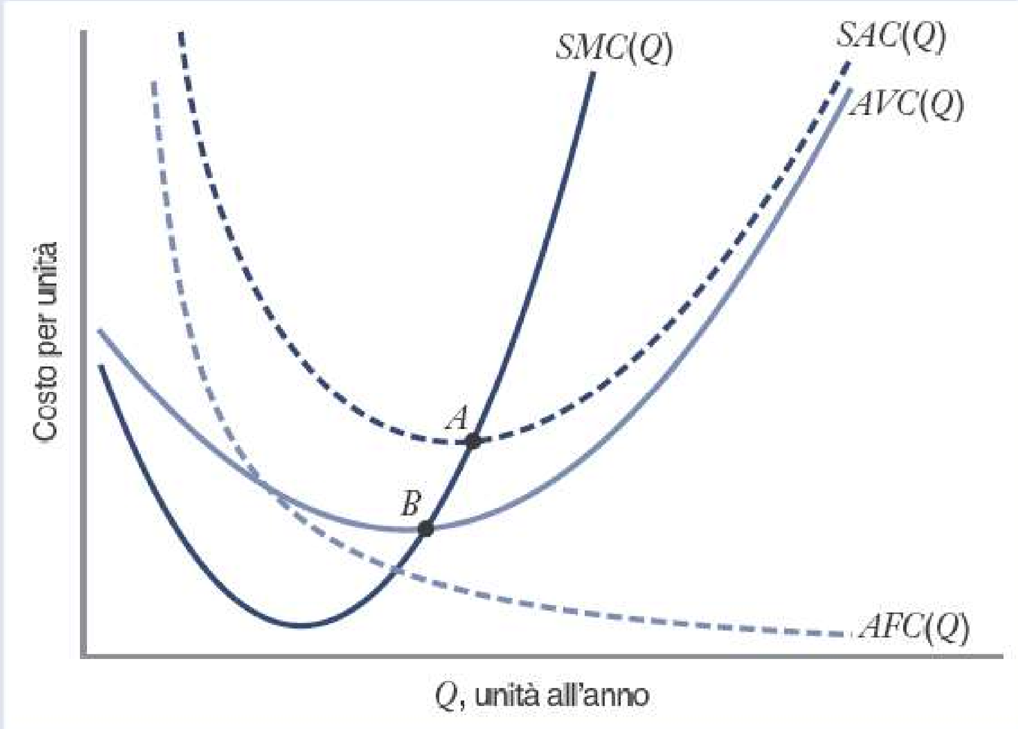



**FIGURA 8.15 Curve di costo medio e marginale di breve periodo**
La curva del costo medio di breve periodo *SAC*(*Q*) è la somma verticale di quella del costo variabile medio *AVC*(*Q*) e di quella del costo fisso medio *AFC*(*Q*). Il costo marginale di breve periodo *SMC*(*Q*) interseca il costo medio *SAC*(*Q*) e il costo variabile medio *AVC*(*Q*) nel punto *A* e nel punto *B*, rispettivamente, in corrispondenza dei loro valori minimi.

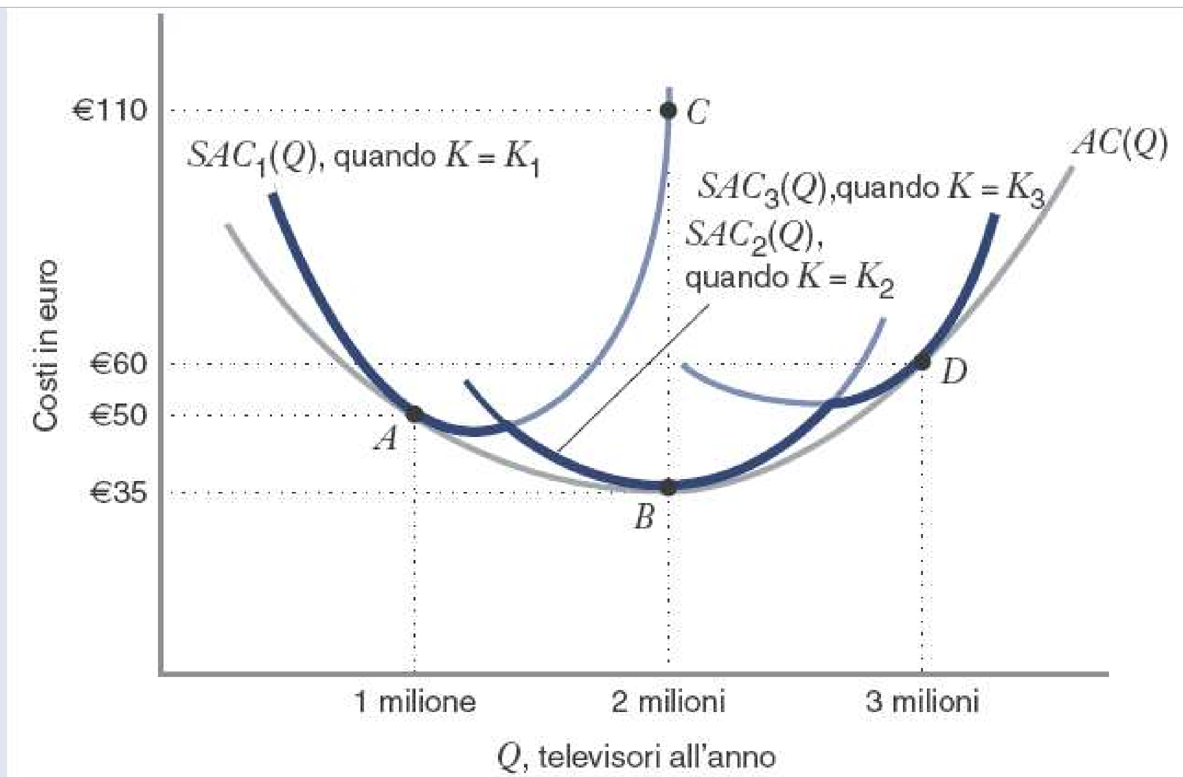



**FIGURA 8.16 La curva di costo medio di lungo periodo come curva di inviluppo**
Le curve di costo medio di breve periodo $SAC_1(Q)$, $SAC_2(Q)$ e $SAC_3(Q)$ giacciono al di sopra della curva di costo medio di lungo periodo *AC*(*Q*) eccetto che per i punti *A*, *B* e *D*. Vediamo quindi che il costo medio di breve periodo è sempre superiore a quello di lungo periodo, salvo che per l'ipotesi in cui la dimensione dell'impianto è ottimale, in $K_1$, $K_2$ e $K_3$. Il punto

## Esempio: relazione tra costo di breve e lungo periodo

$Q = 50L^{1/2}K^{1/2}$, $w = 25$, $r = 100$.

*Si rappresentino le curve del costo medio di breve periodo per* $\bar{K} = 1$, $\bar{K} = 2$ *e* $\bar{K} = 4$.

La curva del costo totale di breve periodo è (v. Esercizio 8.3):

$STC(Q) = wL + rK = Q^2/(100\bar{K}) + 100\bar{K}$

Quindi, il costo medio di breve periodo è:

$$SAC(Q) = STC(Q)/Q = Q/(100\bar{K}) + 100\bar{K}/Q$$

La figura mostra:
- Il costo medio di breve periodo $SAC(Q)$ per i diversi valori di $\bar{K}$
- Il costo medio di lungo period $AC(Q)$, che è costante e pari a 2



## La relazione tra curve di costo di breve e di lungo periodo

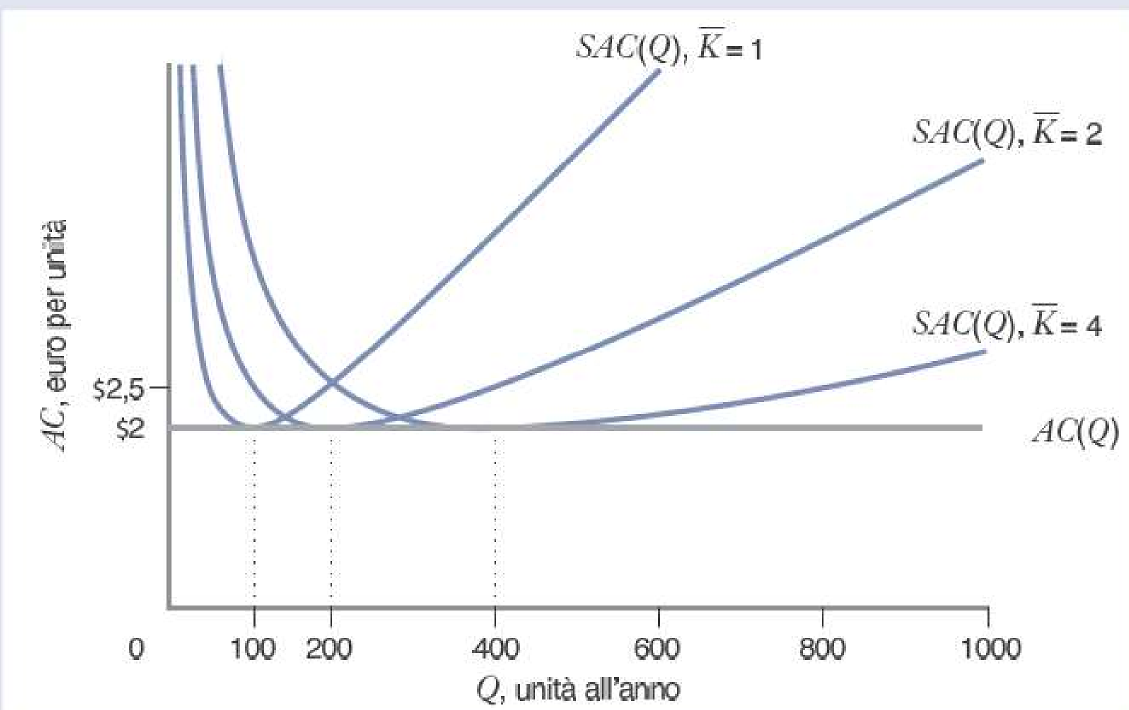



**FIGURA 8.18 Le curve di costo medio di breve e lungo periodo**
La curva di costo medio di lungo periodo $AC(Q)$ è una linea orizzontale. È il limite inferiore o inviluppo delle curve di costo medio di breve periodo.

# Esercizi

## Teoria della Produzione

- Esercizio 2
- Esercizio 3 (b)
- Esercizio 5 (f),(g)
- Esercizio 6
- Esercizio 7 (b)
- Esercizio 8