

UNIVERSITA' DI NAPOLI FEDERICO II

Facoltà di Architettura

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di
ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA
anno accademico 2010/2011

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "E" a "O"

Sessioni di esame per gli studenti in corso:

Febbraio-Marzo: dal 21 febbraio 2011 al 18 marzo 2011;

Giugno-Luglio: dal 20 giugno 2011 al 29 luglio 2011; Settembre-Ottobre: dal 5 settembre 2011 al 7 ottobre 2011.

N.B. Per sostenere l'esame nelle sessioni di Giugno-Luglio e Settembre-Ottobre e' necessaria la prenotazione, da effettuarsi presso il Dipartimento di Costruzioni e Metodi Matematici in Architettura, via Forno vecchio, scala B, primo piano, ore 9-13, con sufficiente anticipo (vedere le scadenze negli avvisi affissi in Dipartimento). Le date precise (con aule ed elenco dei prenotati) sono rese note attraverso avvisi affissi in Dipartimento e attraverso il sito docenti <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente>

Programma completo del Modulo di Analisi e del Modulo di Geometria
Le pagine indicate dopo ciascun argomento si riferiscono unicamente al testo:
P.Marcellini, C. Sbordone "ELEMENTI DI CALCOLO", Liguori Editore

1 NUMERI REALI E NUMERI COMPLESSI

► Gli assiomi dei numeri reali (pag. 4); cenni di teoria degli insiemi (pag. 6); numeri naturali, interi, razionali (pag. 8); alcune conseguenze degli assiomi dei numeri reali (pag. 5). Rappresentazione geometrica di \mathbb{R} (pag. 11); intervalli (pag. 34); massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore (pag. 31): maggiorante, minorante, insiemi limitati inferiormente, superiormente, insiemi limitati, proprietà caratteristiche dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. **Unicità del massimo e del minimo (con dim., pag. 31)**. I numeri complessi (pag. 35). *Esercizi sui numeri complessi.*

2 FUNZIONI REALI

► Funzioni e rappresentazione cartesiana (pag. 10). Rappresentazione geometrica di \mathbb{R}^2 : coppie ordinate, \mathbb{R}^2 , ascissa e ordinata di un punto di \mathbb{R}^2 . Il concetto di funzione. Rappresentazione cartesiana di una funzione reale di una variabile reale (p.11): dominio, insieme di arrivo, grafico di una funzione, proprietà dei grafici di funzione. Funzioni invertibili e funzioni monotone (pag. 11): codominio, funzione inversa, proprietà dei grafici di funzioni invertibili. Funzioni suriettive. Funzioni monotone. **Una funzione suriettiva e strettamente monotona e' invertibile (con dim., pag. 13, ultimi 8 righe del paragrafo 7)**. Funzioni lineari. Funzione valore assoluto (pag. 13). Le funzioni potenza, esponenziale, logaritmo (pag. 18). Il numero *pi greco*. Misura degli angoli orientati. Le funzioni trigonometriche (pag. 21). Angoli notevoli. Le funzioni trigonometriche inverse (pag. 220).

3 DISEQUAZIONI

► Equazioni e disequazioni di primo grado, equazioni e disequazioni di secondo grado. Disequazioni esponenziali; disequazioni logaritmiche. *Esercizi su disequazioni esponenziali, logaritmiche e disequazioni per studio funzioni.*

4 SUCCESSIONI

► Definizioni e prime proprietà (pag. 117): definizione di successione convergente, divergente, regolare, oscillante, infinitesima. **Teorema sulla unicità del limite (con dim., pag. 119).** Successioni limitate (pag. 121). **Teorema sulla limitatezza delle successioni convergenti (con dim., pag. 121).** Operazioni con i limiti (pag. 122). **Teorema sul limite di una somma (con dim., pag. 122).** Forme indeterminate (pag. 123). Teoremi di confronto (pag. 124): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 124), teorema dei carabinieri (con dim., pag. 125).** Altre proprietà dei limiti di successioni (pag. 126): **una successione è infinitesima se e solo se è infinitesima la successione dei suoi valori assoluti (con dim., pag. 126).** Successioni monotone: successioni crescenti, decrescenti. Il numero e (pag. 132). Teorema sulle successioni monotone. Corollari del teorema della permanenza del segno. Prodotto di una successione limitata per una successione infinitesima. Cenni sulla successione di Fibonacci e sul rapporto aureo.

5 LIMITI DI FUNZIONI, FUNZIONI CONTINUE

► Definizioni (pag. 144): definizione di limite. Esempi e proprietà dei limiti di funzioni (pag. 147): limiti delle funzioni elementari, operazioni con i limiti di funzioni, limiti notevoli. Proprietà di cambiamento di variabile. Limite destro e limite sinistro. *Esercizi sui limiti.* Proprietà di funzioni monotone su intervalli semiaperti. Funzioni continue (pag. 150). Discontinuità (pag. 152). Alcuni teoremi sulle funzioni continue (pag. 155): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 155), teorema dell'esistenza degli zeri (con dim., pag. 155), primo teorema sull'esistenza dei valori intermedi (con dim., pag. 156),** teorema di Weierstrass (pag. 157), massimo e minimo assoluti di una funzione, punti di massimo e di minimo assoluti. **Secondo teorema sull'esistenza dei valori intermedi (pag. 160).**

6 DERIVATE

► Definizione di derivata (pag. 204), derivata destra, derivata sinistra (pag. 205). **Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (la dim. è la (76.8) pag. 206).** Esempi di funzioni non derivabili. Operazioni con le derivate (pag. 207): **Derivata della somma (con dim., pag. 208),** del prodotto, del rapporto. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni inverse (pag. 209). Derivate delle funzioni elementari (pag. 211; **dim. per la funzione costante, pag. 205; per la funzione lineare, pag. 205; per la funzione potenza con esponente reale, (79.10) pag. 213; per la funzione radice quadrata, (79.11) pag. 213; per la funzione $\log_a x$; per la funzione valore assoluto; per la funzione $\log |x|$, (105.15) pag. 303; per la funzione e^x , (79.7), pag. 213; per la funzione a^x , (79.9), pag. 213; per la funzione tangente, (79.16), pag. 214; per la funzione arcotangente, (81.5), pag. 222).** Significato geometrico della derivata. Retta tangente (pag. 215). Derivate seconde (pag. 206). *Esercizi sulle derivate.*

7 APPLICAZIONI DELLE DERIVATE

► Massimi e minimi relativi (pag. 225). **Teorema di Fermat (con dim., pag. 226).** **I teoremi di Rolle e Lagrange (con dim., pag. 227).** Funzioni crescenti e funzioni decrescenti (pag. 229): **criterio di monotonia (con dim., pag. 229).** Criterio di stretta monotonìa. Ricerca dei punti di estremo relativo e assoluto. **Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo (con dim., pag. 230).** Funzioni convesse e funzioni concave (pag. 232). *Esercizi su monotonìa e estremi relativi e assoluti.*

8 INTEGRALI INDEFINITI

► Primitive (pag. 299). Cenni sul teorema fondamentale del calcolo integrale. **Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo (con dim., pag. 299)**. L'integrale indefinito (pag. 301). Tabella degli integrali indefiniti (pag. 302). Primi esercizi su integrali indefiniti immediati.

9 MATRICI E DETERMINANTI

► Matrici, matrici quadrate, vettori riga e vettori colonna (pag. 41). Operazioni con le matrici (pag. 42): somma di matrici, prodotto per uno scalare, matrice trasposta, prodotto righe per colonne. Determinante di una matrice 2×2 (pag. 45). Determinante di una matrice 3×3 (pag. 47): minore complementare, complemento algebrico. Determinante di una matrice $n \times n$ (pag. 50). Cenni sulle proprietà dei determinanti nulli (pag. 51). Ulteriori proprietà: prodotto righe per colonne non commutativo, prodotto associativo, formula di Binet, determinante della matrice trasposta. Prodotto scalare tra vettori. Matrici inverse (pag. 54): matrice unitaria, definizione di matrice invertibile, caratterizzazione delle matrici invertibili, determinante della matrice inversa. Espressione della matrice inversa. Minori di una matrice. Rango di una matrice (pag. 55) e conseguenze immediate della definizione.

10 SISTEMI LINEARI

► **Teorema di Cramer per sistemi lineari, caso generale, pag. 59 (con dim., vedere secondo metodo dagli ultimi due righe di pag. 60)**. Sistemi lineari di m equazioni in n incognite (pag. 57): matrice incompleta, matrice completa. Il teorema di Rouché-Capelli (pag. 71): risoluzione dei sistemi lineari. Sistemi omogenei (pag. 74): **teorema sulla esistenza di soluzioni non banali (con dim., pag. 74)**. *Esercizi sui sistemi lineari.*

11 ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA

► Lo spazio vettoriale R^n (caso $n = 2$, pag. 83). Nozione di spazio vettoriale su R . Interpretazione geometrica di R^2 (pag. 83). Operazioni sui vettori: somma, opposto, differenza, prodotto per uno scalare. Combinazioni lineari. Basi di R^2 . Base canonica di R^2 , di R^3 . Versori degli assi coordinati (pag. 86). Prodotto scalare e sue proprietà (pag. 86 e pag. 77). Ortogonalità fra vettori (pag. 89). Modulo di un vettore (pag. 87). Il piano euclideo (pag. 86): teorema di rappresentazione del prodotto scalare (pag. 88), criterio di ortogonalità (pag. 89), disuguaglianza di Cauchy-Schwarz (pag. 89), **disuguaglianza triangolare (con dim., pag. 91)**. Il prodotto vettoriale. *Esercizi.*

► Distanza tra due punti nel piano, nello spazio, in R^n . La retta (pag. 92). Equazioni della retta: equazione cartesiana (pag. 95), equazione esplicita (pag. 97), equazioni parametriche (pag. 93). Numeri direttori (pag. 93). Parallelismo e perpendicolarità tra rette del piano (pag. 98). *Esercizi sulle rette nel piano.*

RIEPILOGO DELLE DIMOSTRAZIONI:

1. *Unicità del massimo e del minimo* (pag. 31);
2. *Una funzione suriettiva e strettamente monotona e' invertibile* (pag. 13, ultimi 8 righe del paragrafo 7);
3. *Teorema sulla unicità del limite di una successione* (pag. 119);
4. *Teorema sulla limitatezza delle successioni convergenti* (pag. 121);
5. *Teorema sul limite di una somma di due successioni* (pag. 122);
6. *Teorema della permanenza del segno per le successioni* (pag. 124);
7. *Teorema dei carabinieri per le successioni* (pag. 125);
8. *Una successione é infinitesima se e solo se é infinitesima la successione dei suoi valori assoluti* (pag. 126);
9. *Teorema della permanenza del segno (per le funzioni)* (pag. 155);
10. *Teorema dell'esistenza degli zeri: metodo di bisezione* (pag. 155);
11. *Primo teorema sull'esistenza dei valori intermedi* (pag. 156);
12. *Secondo teorema sull'esistenza dei valori intermedi* (pag. 160);
13. *Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (76.8)* (pag. 206);
14. *Derivata della somma di due funzioni derivabili* (pag. 208);
15. *Derivate delle funzioni elementari (vedere riferimenti nel programma)*;
16. *Teorema di Fermat* (pag. 226);
17. *Teorema di Rolle* (pag. 227);
18. *Teorema di Lagrange* (pag. 227);
19. *Criterio di monotonia* (pag. 229);
20. *Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo* (pag. 230);
21. *Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo* (pag. 299);
22. *Teorema di Cramer per sistemi lineari, caso generale, pag. 59* (dim. con il secondo metodo, dagli ultimi due righe di pag. 60);
23. *Teorema sulla esistenza di soluzioni non banali per sistemi omogenei (caso $m=n$)* (pag. 74);
24. *Disuguaglianza triangolare* (pag. 91).