Cenni sulle potenze con esponente reale

potenze nel campo reale.pdf
Pagina 1 di 8

POTENZE CON ESPONENTE REALE

Si «possono calcolare» $7^{\frac{5}{4}}$, $(-1)^{\frac{1}{3}}$, $(-4)^{-3}$, $(-5)^{-\frac{1}{4}}$?
In termini più rigorosi ci chiediamo: dato $\alpha \in \mathbb{R}$, per quali x si definisce x^{α}? E *come* si definisce x^{α}?
La risposta è purtroppo molto articolata: per certi α il simbolo x^{α} si definisce per ogni $x \in \mathbb{R}$, per altri α il simbolo x^{α} si definisce per ogni $x \in [0, +\infty[$, per altri α si considerano solo le $x \in]0, +\infty[$, per altri α ancora si considerano le $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il dominio e la definizione della legge di corrispondenza dipendono da α.

Cenni sulle potenze con esponente reale

potenze nel campo reale.pdf
Pagina 5 di 8

Perché si preferisce sviluppare una teoria con tante definizioni diverse per uno stesso simbolo?

Si dimostra che, con le definizioni appena esposte, valgono «sempre» le

PROPRIETA' DELLE POTENZE: $\begin{cases} x^{\alpha_1} \cdot x^{\alpha_2} = x^{\alpha_1 + \alpha_2} \\ (x^{\alpha_1})^{\alpha_2} = x^{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \end{cases}$

«sempre» vuol dire: se ambo i membri di queste uguaglianze hanno senso (cioè rientrano nelle definizioni che abbiamo dato), allora coincidono. Si dimostra anche che le definizioni date sono le uniche possibili per rendere vere queste due proprietà.