SCHEMA PER L'IMPOSTAZIONE DELLA RICERCA DEL DOMINIO DI UNA FUNZIONE

Faremo riferimento alla funzione $f: D_f \subseteq R \rightarrow C \subseteq R$

Cercare il dominio di una funzione significa trovare i valori della variabile indipendente x per cui l'espressione della funzione ha senso, controllando le seguenti condizioni e mettendo a sistema eventuali restrizioni:

- **Denominatori:** il denominatore di una frazione non può essere uguale a zero.
- **Radici con indice pari:** il radicando (l'espressione sotto la radice) deve essere maggiore o uguale a zero.
- **Logaritmi:** l'argomento del logaritmo deve essere strettamente maggiore di zero.
- **Funzioni trigonometriche:**
    - $\tan x$ non è definita per $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k\epsilon Z$
    - $\cot x$ non è definita per $x = k\pi, k\epsilon Z$
- **Funzioni trigonometriche inverse:** per $\arcsin(x)$ e $\arccos(x)$ l'argomento deve essere compreso tra -1 e 1;.
- **Funzioni esponenziali con base variabile:** la base deve essere maggiore di zero.

A titolo esemplificativo, ma non esaustivo, vale la seguente schematizzazione da affiancare alle regole generali prima esposte

<table>
<tr><td rowspan="4">algebriche</td><td rowspan="2">razionali</td><td>intere</td><td>polinomi</td><td>$Es. f(x) = x^3 - 2x + 5$</td><td>$D_f = R$</td></tr>
<tr><td>fratte</td><td>rapporto di polinomi</td><td>$Es. f(x) = \frac{5x^3 - x + 15}{x - 8}$</td><td>$D_f = R - \{valori\ che\ annullano\ il\ denominatore\}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">irrazionali</td><td colspan="2" rowspan="2">f(x) = $\sqrt[n]{g(x)}$ con g(x) razionale
VEDI NOTA 1</td><td rowspan="2">$Es. f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x^4 - x + 5}{x - 1}}$</td><td>n dispari $D_f = D_g$</td></tr>
<tr><td>D_f si ottiene risolvendo $g(x) \geq 0$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">trascendenti</td><td>di tipo esponenziale</td><td colspan="2">$f(x) = a^{g(x)}$ con $a > 0, a \neq 1$ e $g(x)$ generica</td><td>$Es. f(x) = 2^{2x-5}$</td><td>$D_f = D_g$</td></tr>
<tr><td>di tipo logaritmico</td><td colspan="2">$f(x) = \log_a g(x)$ con $a > 0, a \neq 1$ e $g(x)$ generica</td><td>$Es. f(x) = \log_3(4x + 5)$</td><td>$D_f$ si ottiene risolvendo $g(x) > 0$</td></tr>
<tr><td>trigonometriche</td><td colspan="2">**VEDI NOTA 2**</td><td></td><td></td></tr>
</table>

NOTA 1

Sono funzioni irrazionali anche funzioni che non rientrano in questa schematizzazione e per le quali il dominio si ottiene imponendo a sistema le condizioni riportate in premessa.

Esempio

$$f(x) = \frac{3 + x}{\sqrt{x + 1} - 4}$$

in questo caso vanno imposte a sistema le condizioni

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ \sqrt{x + 1} - 4 \neq 0 \end{cases}$$

NOTA 2: Tratteremo a parte le funzioni trigonometriche