

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

DiSES



Dipartimento
di Scienze Economiche e Statistiche



Corso di

Statistica

(CLEC, A-K)

Lezione 16: Le variabili casuali legate alla Normale

marco gherghi
gherghi@unina.it

A. a. 2025-26



La variabile casuale chi-quadrato

$$X \sim \chi^2_{(g)}$$

La somma di g variabili casuali Normali standardizzate, indipendenti e al quadrato, è una variabile casuale continua sul supporto $(0, +\infty)$ definita **v.c. Chi quadrato** con g gradi di libertà:

Formalmente:

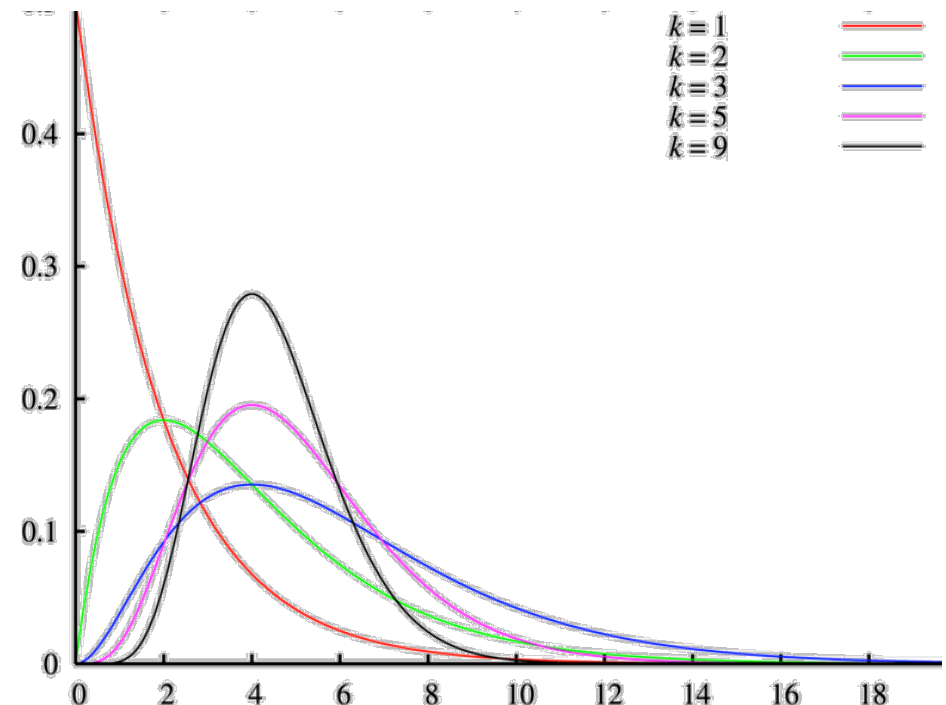
$$Z_i \sim N(0,1) \quad i = 1, \dots, g$$

$$\sum_{i=1}^g Z_i^2 = (Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_g^2) \sim \chi_g^2$$

La **funzione di densità di probabilità** è asimmetrica positiva e tende alla simmetria al crescere di g .

I **momenti** caratteristici sono:

$$E(X) = g ; \text{Var}(X) = 2g$$



La variabile casuale t di Student

$$X \sim t_{(g)}^2$$

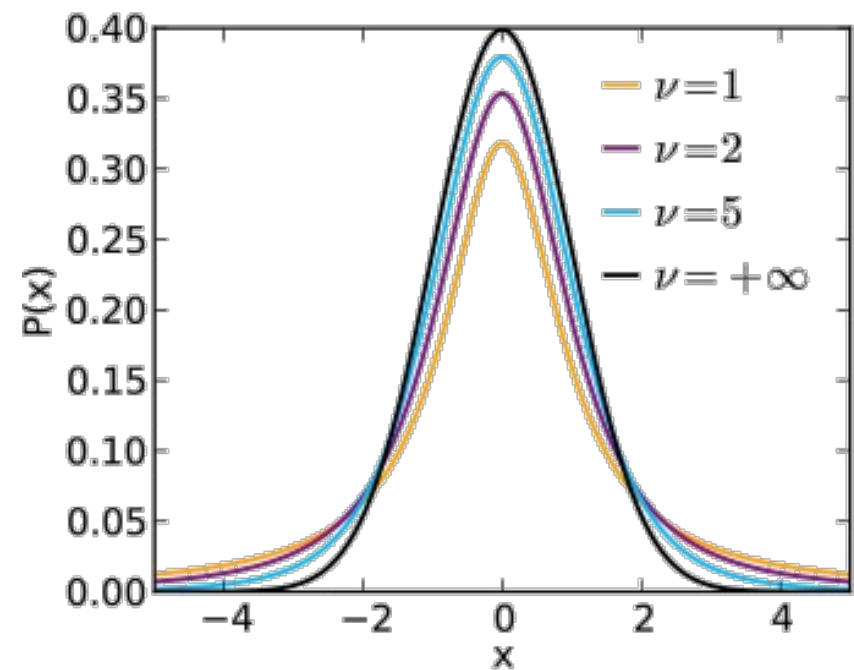
Il rapporto tra una v.c. Normale standardizzata e la radice quadrata di una v.c. indipendente Chi quadrato divisa per i gradi di libertà, si distribuisce come una **v.c. t di Student** :

Formalmente:

$$Z \sim N(0,1) ; Y \sim \chi_g^2 \Rightarrow X = \frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{g}}} \sim t_g$$

La **funzione di densità di probabilità** della v.c. di Student è sempre simmetrica, con **valore medio pari a 0**, ed assume una forma molto simile a quello della **Normale standardizzata** alla quale **tende assai velocemente** al crescere dei gradi di libertà.

$$E(X) = 0 ; \text{Var}(X) = \frac{g}{g-2}$$



La variabile casuale F di Fisher-Snedecor

$$X \sim F_{(g_1, g_2)}$$

Il rapporto tra due v.c. Chi quadrato, indipendenti tra loro e divise per i rispettivi gradi di libertà si definisce **v.c. F di Fisher-Snedecor**:

Formalmente:

$$X_1 \sim \chi_{(g_1)}^2 ; X_2 \sim \chi_{(g_2)}^2$$

$$X = \frac{X_1/g_1}{X_2/g_2} \sim F_{(g_1, g_2)}$$

I due parametri, **g_1** e **g_2** , che caratterizzano questa distribuzione, vengono definiti, rispettivamente, **gradi di libertà del numeratore e gradi di libertà del denominatore**.

$$E(X) = \frac{g_2}{g_2 - 2} \quad (\text{per } g_2 > 2)$$

$$\text{Var}(X) = \frac{2 \cdot g_2^2 \cdot (g_1 + g_2 - 2)}{g_1 \cdot (g_2 - 2)^2 \cdot (g_2 - 4)} \quad (\text{per } g_2 > 4)$$

