

Derivata della somma, del prodotto, del rapporto di due funzioni

$$\mathcal{D}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x) \quad \mathcal{D}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \quad \mathcal{D}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

Derivata delle funzioni composte

$$\mathcal{D}(g(f(x))) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

① immaginare di calcolare il corrispondente di x a partire dall'espressione di $g(f(x))$ e quindi determinare la "funzione interna f " e la "funzione esterna g "

Esempi: $\cos(\log x)$ $f(x) = \log x$ $g(x) = \cos x$ $\log^2 x = (\log x)^2$ $f(x) = \log x$ $g(x) = x^2$

② determinare la derivata della "funzione esterna g ", scrivere $g'(x)$ MA nell'espressione ottenuta bisogna sostituire tutta l'espressione di $f(x)$ al posto di x

Esempi: $\mathcal{D}(\cos(\log x)) = -\text{sen}(\log x) \cdot f'(x)$ $\mathcal{D}(\log^2 x) = 2 \log x \cdot f'(x)$

③ non dimenticare di scrivere il fattore finale $f'(x)$

Esempi: $\mathcal{D}(\cos(\log x)) = -\text{sen}(\log x) \cdot \frac{1}{x}$ $\mathcal{D}(\log^2 x) = 2 \log x \cdot \frac{1}{x}$

④ eventualmente riscrivere il risultato in un'unica frazione: $-\frac{\text{sen}(\log x)}{x}$ $2 \frac{\log x}{x}$

$$c \in \mathbb{R}$$

$$D(c f(x)) = c D(f(x))$$

Esempio: $D(7 \sin x) = 7 D(\sin x) = 7 \cos x$

→ DIMOSTRAZIONE: $D(c f(x)) = \underset{=0}{D(c)} \cdot f(x) + c D(f(x)) = c D(f(x))$

$$D(c + f(x)) = D(f(x))$$

Esempio: $D(4 + \log x) = D(\log x) = \frac{1}{x}$

→ DIMOSTRAZIONE: $D(c + f(x)) = \underset{=0}{D(c)} + D(f(x)) = D(f(x))$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(3x^5 + 2x^3 - 4x^2 + 5) &= 3 \cdot 5x^4 + 2 \cdot 3x^2 - 4 \cdot 2x \\ &= 15x^4 + 6x^2 - 8x \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}(x^2 \log x) = \mathcal{D}(x^2) \cdot \log x + x^2 \cdot \mathcal{D}(\log x) = 2x \log x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \log x + x$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}\left(\frac{\cos x}{x + \sin x}\right) &= \frac{\mathcal{D}(\cos x) \cdot (x + \sin x) - \cos x \cdot \mathcal{D}(x + \sin x)}{(x + \sin x)^2} \\ &= \frac{-\sin x \cdot (x + \sin x) - \cos x \cdot (1 + \cos x)}{(x + \sin x)^2} \\ &= \frac{-x \sin x - \sin^2 x - \cos x - \cos^2 x}{(x + \sin x)^2} \\ &= -\frac{x \sin x + \cos x + 1}{(x + \sin x)^2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}(\cos^5 x) = 5 \cos^4 x \cdot (-\sin x) = -5 \cos^4 x \sin x$$

$$\mathcal{D}(\sin(x^2)) = \cos(x^2) \cdot 2x = 2x \cos(x^2)$$

$$\mathcal{D}(\log(3x^2+5x-2)) = \frac{1}{3x^2+5x-2} \cdot (6x+5)$$

$$\mathcal{D}\left(e^{\frac{2x+3}{4x+5}}\right) = e^{\frac{2x+3}{4x+5}} \cdot \mathcal{D}\left(\frac{2x+3}{4x+5}\right) =$$

$$= e^{\frac{2x+3}{4x+5}} \cdot \frac{2(4x+5) - (2x+3) \cdot 4}{(4x+5)^2} = e^{\frac{2x+3}{4x+5}} \cdot \frac{10-12}{(4x+5)^2}$$

$$= -\frac{2e^{\frac{2x+3}{4x+5}}}{(4x+5)^2}$$