

LEZIONI DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA

tenute dal prof. Alberto Fiorenza nell'a.a. 2025/6

per il corso di laurea magistrale in Architettura DB7 (cl. LM-4)

Le lezioni svolte in aula illustrano alcune parti del testo

Graziano Crasta, Annalisa Malusa

Elementi di Analisi Matematica e Geometria, con prerequisiti ed esercizi svolti

oppure alcune slides presenti nel sito web del corso, di cui è riportato il link. I riferimenti sono riportati in ordine cronologico e sono aggiornati lezione per lezione.

CAPITOLO 1: NUMERI E PIANO CARTESIANO

paragrafo 1.1 Insiemi e numeri (che inizia a p.1):

p.1 da *Nel seguito...* fino a *...insieme privo di elementi.*

p.3 da *Come primo esempio...* fino a *...0,101010...*.

paragrafo 1.3 I numeri reali e l'asse reale (che inizia a p.5):

p.7 da *è lecito rappresentare...* fino a *...(intervallo illimitato)*

paragrafo 1.1 Insiemi e numeri (che inizia a p.1):

p.1 dal riquadro *Quantificatori* fino al riquadro *Operazioni tra insiemi* (p.2)

→ **Esercizi su teoria degli insiemi**

paragrafo 1.2 Operazioni e ordinamento (che inizia a p.4): tutto.

paragrafo 1.3 I numeri reali e l'asse reale (che inizia a p.5):

p.8 riquadro *Maggioranti e minoranti. Insiemi limitati* (solo il riquadro)

p.9 dal riquadro *Massimo e minimo di un insieme* fino al riquadro *Estremo superiore ed estremo inferiore*

p.10 Teorema: *Esistenza dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore* (solo l'enunciato, senza dim.)

paragrafo 1.5 Il piano cartesiano (che inizia a p.10):

p.10 dall'inizio fino a *...disegnata in Figura 1.3 a sinistra.* (p.12)

CAPITOLO 2: FUNZIONI

paragrafo 2.1 Definizioni e primi esempi (che inizia a p.33):

p.33 dall'inizio fino a *...Con questa convenzione è possibile associare a ogni funzione reale di variabile reale un insieme di punti del piano che la rappresenti graficamente.*

p.35 da *Osserviamo che la traduzione grafica del fatto che per ogni $x \in \text{Dom}(f)$...* fino a *... $\text{Dom}(f)$ indicherà l'insieme di definizione di f .* (p.36)

paragrafo 2.2 Operazioni tra funzioni; composizione (che inizia a p.39): tutto.

→ **Esercizi su funzioni composte**

paragrafo 2.3 Funzioni limitate, funzioni monotone (che inizia a p.40):

p.40 dall'inizio fino al riquadro *Funzioni monotone.*(p.42)

paragrafo 2.5 Iniettività, suriettività, funzioni invertibili (che inizia a p.44):

p.44 dall'inizio fino a tutta l'Osservazione 2.18 (p.46)

→ **Definizione di funzione inversa**

p.46 riquadro *Funzione inversa* (solo il riquadro)

paragrafo 2.8 Le funzioni elementari (che inizia a p.53):

p.53 riquadro *Funzione affine.*(solo il riquadro)

→ **Grafici della funzione affine**

p.55 Esempio 2.27: la disequazione $2 - 3x \leq 0$.

p.56 riquadro *Funzione valore assoluto.*(solo il riquadro e il grafico della funzione valore assoluto)

p.56 riquadro *Disuguaglianza triangolare.*(solo il riquadro)

p.58 riquadro *Polinomio di secondo grado.*(solo il riquadro)

p.59 grafici della funzione polinomio di secondo grado a fine pagina (solo i grafici).

→ **Definizione di radice quadrata**

p.59 da *Ricordiamo che* $f(x) = ax^2 + bx + c...$ fino al riquadro con la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado.

→ **Esercizi su disequazioni di secondo grado**

paragrafo 1.5 Il piano cartesiano (che inizia a p.10):

p.12 da *Fissato* $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2...$ fino a $...(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$. (p.13)

paragrafo 2.8 Le funzioni elementari (che inizia a p.53):

p.60 *2.8.4 Potenze e radici ennesime* (solo primi 4 righe)

→ **Potenze con esponente naturale positivo: definizione e grafici. Cenni sulle potenze con esponente reale. Proprietà delle potenze con esponente reale.**

p.65 *2.8.7 Esponenziali e logaritmi* (da inizio fino al riquadro Proprietà dei logaritmi p.66)

p.67 solo i grafici della funzione esponenziale e della funzione logaritmo

p.67 da *Nel seguito la base per gli esponenziali...* fino a $...e = 2, 71828...$

→ **Esercizi su disequazioni esponenziali e logaritmiche**

→ **Il numero π . Le funzioni trigonometriche**

p.69 *2.8.8 Funzioni trigonometriche* (da inizio fino a (i) e (ii) del riquadro Proprietà di base delle funzioni trigonometriche p.70)

p.71 solo i grafici delle funzioni $\cos x$ e $\sin x$

p.70 *Tangente* (solo il riquadro, senza cotangente)

p.72 solo il grafico della funzione tangente

CAPITOLO 3: LIMITI E CONTINUITÀ

paragrafo 3.1 Il concetto di limite (che inizia a p.101):

p.105 *Punto di accumulazione* (solo il riquadro)

p.105 dal riquadro *Limite* fino a $...sia tutto contenuto in questa regione dell'asse x$. (p.106)

paragrafo 3.1 Il concetto di limite (che inizia a p.101):

p.107 Esempio 3.6: *non esistenza di un limite*

p.108 Osservazione 3.7: *Una funzione è infinitesima se e soltanto se il suo valore assoluto è infinitesimo* (con dim., vedere la schermata nei complementi)

p.108 Teorema: *unicità del limite* (con dim.)

paragrafo 3.2 Calcolo dei limiti (che inizia a p.109):

p.110 *Teorema del confronto* (con dim.)

p.112 Teorema: *operazioni sui limiti finiti* (con dim. solo per la somma)

p.113 Osservazione 3.15: *funzioni sommate o moltiplicate per una costante*

p.113 Teorema: *prodotto di funzione limitata per infinitesimo* (con dim.)

p.114 Teorema: *cambiamento di variabili nei limiti* (senza dim.)

p.116 Teorema: *permanenza del segno* (con dim.)

paragrafo 3.3 Estensione del concetto di limite (che inizia a p.116):

p.116 dall'inizio fino al riquadro *Criterio di esistenza del limite*.(p.117)

p.122 *Aritmetizzazione parziale di ∞* (il riquadro e i due righe successivi, sulle forme indeterminate)

→ **Esercizi su limiti all'infinito e limiti infiniti relativi alle funzioni elementari (svolgimento: solo lettura dei grafici)**

paragrafo 3.6 Proprietà delle funzioni continue (che inizia a p.134):

p.135 *Punti di estremo assoluto* (solo il riquadro)

p.135 *Teorema di Weierstrass* (senza dim.)

p.136 *Teorema degli zeri* (senza dim.)

p.136 Osservazione 3.70: *il teorema degli zeri assicura l'esistenza, ma non l'unicità, degli zeri della funzione che verifica le ipotesi*

p.138 *Teorema dei valori intermedi* (con dim.)

p.139 *Numero di Nepero* (solo il riquadro)

CAPITOLO 4: CALCOLO DIFFERENZIALE

paragrafo 4.1 Il concetto di derivata (che inizia a p.181):

- p.181 *Definizione di derivata* (il riquadro e i due righi successivi, sulle funzioni derivabili)
- p.184 *Retta tangente al grafico* (solo il riquadro)
- p.182 dall'Osservazione 4.3 fino a *...la sua derivata è nulla in ogni punto.* (p.183)
- p.184 Teorema: *continuità delle funzioni derivabili* (con dim.)
- p.185 Esempio 4.9: *funzione continua e non derivabile*

→ Tabella delle derivate e svolgimento di primi esercizi sulle derivate

paragrafo 4.2 Calcolo delle derivate (che inizia a p.181):

- p.191 Teorema: *operazioni con le derivate* (senza dim.)
- p.192 da *Come casi particolari...* fino a *...le costanti moltiplicative escono dal segno di derivata.*
- p.193 Teorema: *derivata della funzione composta* (senza dim.)

→ Esercizi sul calcolo di derivate

paragrafo 4.3 Teoremi fondamentali del calcolo differenziale (che inizia a p.199):

- p.200 dal riquadro *Punti di estremo relativo* (nel riquadro escludere gli estremi "forti") fino a tutta la p. 201
- p.203 dal riquadro *Teorema di Rolle* fino a tutta la p. 205
- p.206 Teorema: *caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo* (con dim.)
- p.208 Teorema: *test di monotonia* (senza dim.)

paragrafo 4.4 Derivate successive (che inizia a p.217):

- p.217 dall'inizio fino a *... cioè $f^{(1)} = f'$.*

paragrafo 4.5 Convessità e concavità (che inizia a p.222):

- p.223 dal riquadro *Funzioni convesse* (senza la stretta convessità) fino al Teorema: *funzioni convesse derivabili due volte* (senza dim., p. 224)

CAPITOLO 5: INTEGRALI INDEFINITI

paragrafo 5.1 Primitive (che inizia a p.281):

- p.281 dall'inizio fino alla Figura 5.1 (*famiglia di primitive*). (p.282)
- p.283 dal riquadro *Integrale indefinito* fino a fine paragrafo (p. 284)

→ Tabella degli integrali indefiniti

paragrafo 5.2 Metodi di integrazione (che inizia a p.284):

- p.285 *Linearità dell'integrale indefinito* (solo il riquadro)

→ Esercizi sul calcolo di integrali indefiniti

CAPITOLO 6: INTEGRALI DEFINITI

paragrafo 6.1 Definizione di integrale definito (che inizia a p.335):

- p.335 da *Più in generale, il problema è il seguente:...* fino a *...Sul significato geometrico dell'integrale definito di funzioni continue con segno variabile torneremo nel Paragrafo 6.3.* (p.338)
- p.338 dall'Esempio 6.3 (Integrale definito di una funzione costante) fino a fine Paragrafo 6.1. (p.339)

paragrafo 6.3 Interpretazione geometrica e calcolo delle aree (che inizia a p.351):

- p.351 dall'inizio fino a *Area totale = $A_1 + A_2 + A_3 = \dots$*
- p.353 dal riquadro *Teorema della media integrale* fino a *Il teorema è quindi dimostrato.* (p.354)

paragrafo 6.4 Il teorema fondamentale del calcolo integrale (che inizia a p.354):

- p.355 da *Data una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua,...* fino alla Figura 6.9 inclusa.
- p.357 Riquadro *Teorema di Torricelli (= Teorema fondamentale del calcolo integrale)* (enunciato e dimostrazione) e riquadro seguente *Teorema fondamentale del calcolo integrale* (enunciato, p. 358).
- p.356 tutta la pagina, che contiene la dimostrazione del teorema fondamentale del calcolo integrale (= Formula fondamentale del calcolo integrale)

→ Esercizi sul calcolo di integrali definiti

CAPITOLO 7: VETTORI, MATRICI E SISTEMI LINEARI

paragrafo 7.1 Vettori applicati e vettori liberi (che inizia a p.403):

p.403 dal riquadro *Vettori applicati* fino a fine pagina

p.404 riquadro *Somma geometrica tra vettori* e figura sottostante (Fig. 7.2)

p.405 dal riquadro *Moltiplicazione geometrica di un vettore per uno scalare* fino al riquadro *Equipollenza tra vettori*

p.406 dalla Figura 7.3 fino a ...*individuato da una terna* (x, y, z) .

p.407 dall'Osservazione 7.4 fino a fine paragrafo 7.1 (p.408)

paragrafo 7.2 Lo spazio vettoriale V^n (che inizia a p.408):

p.408 dall'inizio fino a ...*Tutte le proprietà delle operazioni tra i vettori discendono dalle proprietà della somma e del prodotto dei numeri reali.* (p.409)

p.409 dall'Esempio 7.7 (*calcolo delle componenti della somma di due vettori tridimensionali*) fino a fine pagina

p.410 *Definizione di norma* (solo il riquadro)

p.410 *Proprietà della norma* (solo il riquadro)

p.411 da *La (iii) prende il nome di disuguaglianza triangolare* fino all'Esempio 7.9 (*calcolo di una norma*) (solo i primi due righe dell'Esempio)

paragrafo 7.3 Prodotto scalare e prodotto vettoriale (che inizia a p.411):

→ Versore di un vettore

p.412 dal riquadro *Prodotto scalare* fino al riquadro *Proprietà del prodotto scalare*

p.413 dall'Osservazione 7.14 (*dim. della disug. triangolare*) fino al riquadro *Significato geometrico del prodotto scalare*

p.415 *Angolo formato da due vettori* (il riquadro e l'esempio nel terzo rigo successivo)

→ Esercizi sul calcolo vettoriale

paragrafo 7.6 Matrici (che inizia a p.428):

p.428 dal riquadro *Matrice* fino a tutto l'Esempio 7.62 (*differenza di matrici*) (p.432), eccetto la rappresentazione matriciale di vettori.

p.433 dal riquadro *Prodotto righe per colonne* fino al riquadro *Proprietà del prodotto righe per colonne*

paragrafo 7.7 Matrici quadrate: determinante e matrice inversa (che inizia a p.436):

p.436 da *Il primo passo dell'iterazione...* fino all'Esempio 7.69 (*calcolo di determinante di una matrice 3×3*). (p.437)

→ Determinante di una matrice $n \times n$

p.438 dal riquadro *Determinante* fino ai tre righe successivi al riquadro *Teorema di Laplace*

p.440 *Proprietà del determinante* (solo (i), (ii) e (iii) del riquadro)

p.442 *Teorema di Binet* (senza dim.)

paragrafo 7.5 Dipendenza e indipendenza lineare (che inizia a p.421):

p.427 Esempio 7.48: *base canonica*

paragrafo 7.7 Matrici quadrate: determinante e matrice inversa (che inizia a p.436):

p.439 Osservazione 7.74: *prodotto vettoriale*

paragrafo 7.3 Prodotto scalare e prodotto vettoriale (che inizia a p.411):

p.416 dal riquadro *Prodotto vettoriale* fino a tutto il riquadro *Proprietà del prodotto vettoriale*

p.417 Osservazione 7.22: *Interpretazione delle proprietà del prodotto vettoriale*

→ Appunti sul rango

paragrafo 7.8 Rango (che inizia a p.446):

p.447 *Rango di una matrice* (solo il riquadro)

→ Esercizi sul rango

→ Introduzione ai sistemi lineari

paragrafo 7.9 Sistemi lineari (che inizia a p.451):

p.451 dal riquadro *Sistema lineare* fino a ... $A\vec{x} = \vec{b}$

→ Sistemi lineari in forma matriciale

→ Risoluzione dei sistemi lineari nel caso generale

→ Esercizi sui sistemi lineari

CAPITOLO 8: GEOMETRIA DEL PIANO E DELLO SPAZIO

paragrafo 8.1 Rette del piano (che inizia a p.497):

p.498 riquadro *Equazioni parametriche di una retta del piano.*

p.499 riquadro *Equazione cartesiana di una retta del piano.*

p.500 riquadro *Condizioni di parallelismo e di ortogonalità.*

→ **Complementi: rette del piano.**

paragrafo 8.3 Rette e piani nello spazio (che inizia a p.506):

p.509 riquadro *Equazione cartesiana di un piano.*

p.511 da *Tuttavia...* fino a fine pagina

p.506 da inizio paragrafo fino al riquadro *Equazioni parametriche di una retta nello spazio.* (p.507)

→ **Complementi: rette dello spazio.**