

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di **ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA** anno accademico 2025/2026

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "E" a "M"

La prenotazione è **obbligatoria** e si effettua tramite il sito <http://www.segrepass.unina.it>, **rispettando le scadenze indicate**. Il docente **non** farà sostenere l'esame agli studenti privi di documento di riconoscimento valido. Per verbalizzare l'esito dell'esame è necessario il "PIN" (codice numerico di 5 cifre che **lo studente deve conoscere** quando si presenta per sostenere l'esame).

Le pagine indicate nel seguito si riferiscono al libro: G. Crasta, A. Malusa *Elementi di Analisi Matematica e Geometria con prerequisiti ed esercizi svolti*, Edizioni LaDotta (settembre 2017) oppure *Independently published* (18 settembre 2019).

Gli argomenti in grassetto si riferiscono a teoremi/proposizioni di cui bisogna conoscere enunciato e dimostrazione.

È richiesta la capacità di risolvere gli esercizi assegnati durante le lezioni, reperibili (insieme alle soluzioni) nel sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2526.htm>

1 NUMERI E PIANO CARTESIANO

► §1.1 pag. 1: Insiemi, $\in$, $\notin$, insieme vuoto, $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}^+$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\forall$, $\exists$, $\exists!$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\subseteq$, $\supseteq$; operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, coppie ordinate e prodotto cartesiano. Insiemi disgiunti. *Esercizi n. 1 del sito web del corso su numeri reali e teoria degli insiemi.*

► §1.2 pag. 4: Proprietà dell'operazione di addizione, proprietà dell'operazione di moltiplicazione, proprietà distributiva, proprietà dell'ordinamento totale, compatibilità tra ordinamento e le operazioni, numeri positivi, numeri negativi, regole di semplificazione.

► §1.3 pag. 5: Asse reale, $\mathbb{R}$, intervalli limitati, semirette, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, intervalli. Insiemi limitati superiormente, maggioranti; insiemi limitati inferiormente, minoranti; insiemi limitati. Minimo di un insieme; massimo di un insieme.

► §1.4 pag. 9: Estremo superiore ed estremo inferiore; teorema di esistenza dell'estremo superiore (e dell'estremo inferiore).

► §1.5 pag. 10: $\mathbb{R}^2$, assi cartesiani, ascissa e ordinata di un punto del piano. Alcuni luoghi geometrici ($y = x$, $y = x^2$, $y = 1/x$).

2 FUNZIONI

► §2.1 pag. 33: Funzioni. Dominio, codominio, immagine di un elemento del dominio, immagine di una funzione. Funzioni reali di una variabile reale; proprietà dei grafici di funzioni reali di una variabile

reale; dominio naturale di una corrispondenza.

► §2.2 pag. 39: Operazioni tra funzioni: somma, prodotto, rapporto, composizione. *Esercizi n. 2 del sito web del corso su funzioni composte.*

► §2.3 pag. 40: Funzioni limitate, limitate superiormente, limitate inferiormente, crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone.

► §2.5 pag. 44: Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche o invertibili, e proprietà dei loro grafici; esempi; funzioni inverse.

► §2.8 pag. 53: Funzioni affini, funzione costante; funzione valore assoluto: grafico e discussione su limitatezza, monotonia e invertibilità; disuguaglianza triangolare. Disequazioni di primo grado. Polinomi di secondo grado: il caso particolare $f(x) = x^2$ (grafico e discussione su limitatezza, monotonia e invertibilità); la funzione radice quadrata, formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, grafici. *Esercizi n. 3 del sito web del corso: disequazioni di secondo grado.* Potenze con esponente naturale: definizioni, grafici, proprietà; cenni sulle potenze con esponente reale; proprietà delle potenze. Funzione esponenziale, proprietà della funzione esponenziale; funzione logaritmo, proprietà dei logaritmi. *Esercizi n. 4 del sito web del corso su disequazioni esponenziali e logaritmiche.* Il numero π ; funzioni trigonometriche: funzione seno, coseno, tangente, arcoseno, arccoseno, arcotangente; proprietà delle funzioni trigonometriche.

► §2.10 pag. 77: Ulteriori formule trigonometriche: valori notevoli delle funzioni trigonometriche.

3 LIMITI E CONTINUITÀ

► §3.1 pag. 105: Punto di accumulazione. Definizione di limite. Proprietà di continuità delle funzioni elementari. **Non esistenza del limite** $\lim_{x \rightarrow 0} |x|/x$. **Una funzione è infinitesima se e soltanto se il suo valore assoluto è infinitesimo. Teorema sull'unicità del limite.**

► §3.2 pag. 109: **Teorema del confronto.** Teorema sulle operazioni sui limiti finiti (**con dim. del limite di una somma di funzioni convergenti**). **Prodotto di funzione limitata per infinitesima**; teorema del cambiamento di variabili nei limiti; **teorema della permanenza del segno.**

► §3.3 pag. 116: Limite destro e limite sinistro; criterio di esistenza del limite; limiti all'infinito e limiti infiniti relativi alle funzioni elementari. *Esercizi n. 5 del sito web del corso.* Aritmetizzazione parziale di ∞ ; forme indeterminate.

► §3.5 pag. 130: Def. di continuità nei punti di accumulazione.

► §3.6 pag. 135: Punti di estremo assoluto; massimo assoluto e minimo assoluto di una funzione reale; teorema di Weierstrass, teorema degli zeri; **teorema dei valori intermedi.**

► §3.10 pag. 152: Il numero di Nepero.

4 CALCOLO DIFFERENZIALE

► §4.1 pag. 181: Definizione di funzione derivabile in un punto, in un intervallo; definizione di derivata prima. Equazione della retta tangente al grafico di una funzione derivabile. **Derivata delle funzioni affini, continuità delle funzioni derivabili, esempio di funzione continua e non derivabile.**

► §4.2 pag. 188: Operazioni con le derivate: derivata della somma, del prodotto, del rapporto, della composizione di due funzioni. Derivate delle funzioni: c , $mx + q$, x^α , $\sqrt{x}$, $|x|$, a^x , e^x , $\log_a x$, $\log x$, $\log |x|$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$ (**dim. per le funzioni c , $mx + q$, $\sqrt{x}$, $|x|$**). *Esercizi n. 6, 7 del sito web del corso.*

► §4.3 pag. 199: Punti di estremo relativo, **teorema di Fermat**, **teorema di Rolle**, esempi riguardanti la necessità delle ipotesi del teorema di Rolle, **teorema di Lagrange**. **Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo**, test di monotonia.

► §4.4 pag. 217: Derivate seconde, derivate successive e possibili notazioni.

► §4.5 pag. 223: Funzioni convesse, funzioni concave. Funzioni convesse/concave derivabili due volte.

5 INTEGRALI INDEFINITI

► §5.1 pag. 281: Definizione di primitiva; **caratterizzazione delle primitive delle funzioni definite in un intervallo**, integrale indefinito, tabella degli integrali indefiniti.

► §5.2 pag. 285: Linearità dell'integrale indefinito. *Esercizi n. 8 del sito web del corso.*

6 INTEGRALI DEFINITI

► §6.1 pag. 335: Somme integrali inferiori, somme integrali superiori, integrale definito di funzioni continue, integrale definito di funzioni costanti in un intervallo chiuso e limitato. Proprietà dell'integrale definito: linearità, additività, monotonia.

► §6.3 pag. 351: Integrale definito: interpretazione geometrica. **Teorema della media integrale.**

► §6.4 pag. 354: Funzione integrale. **Teorema di Torricelli (= Teorema fondamentale del calcolo integrale), teorema fondamentale del calcolo integrale (= Formula fondamentale del calcolo integrale).** *Esercizi n. 9 del sito web del corso.*

7 VETTORI, MATRICI E SISTEMI LINEARI

► §7.1 pag. 403: Vettori applicati, vettore nullo, somma (geometrica) tra vettori applicati, moltiplicazione geometrica di un vettore applicato per uno scalare, vettori equipollenti, vettori liberi, componenti di un vettore, somma (algebrica) tra vettori liberi, prodotto di un vettore libero per uno scalare.

► §7.2 pag. 408: Vettori n -dimensionali, operazioni di somma e prodotto per uno scalare, e loro proprietà. Norma o modulo di un vettore, proprietà della norma, disuguaglianza triangolare, versore di (o versore associato ad) un vettore.

► §7.3 pag. 411: Prodotto scalare e sue proprietà, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, **disuguaglianza triangolare**, significato geometrico del prodotto scalare, angolo formato da due vettori, condizione di ortogonalità. *Esercizi n. 10 del sito web del corso.* Prodotto vettoriale, proprietà del prodotto vettoriale.

► §7.5 pag. 427: **Base canonica di $\mathbb{V}^2$, $\mathbb{V}^3$, $\mathbb{V}^n$; $\mathbf{i}, \mathbf{j} \in \mathbb{V}^2$ sono versori; ogni vettore di $\mathbb{V}^2$ è combinazione lineare di $\mathbf{i}, \mathbf{j}$; $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ sono ortogonali.**

► §7.6 pag. 428: Matrici, indice di riga, indice di colonna, matrici quadrate, diagonale, traccia, matrice diagonale, matrice identità, matrice trasposta, vettori riga e vettori colonna, sottomatrici, somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare, prodotto righe per colonne, proprietà del prodotto righe per colonne. *Esercizi n. 11, 12 del sito web del corso.*

► §7.7 pag. 436: Determinante di una matrice 2×2 , 3×3 , $n \times n$, minore complementare di un elemento di una matrice, complemento algebrico di un elemento di una matrice, teorema di Laplace (matrici $n \times n$), proprietà del determinante, teorema di Binet, prodotto vettoriale (oss. 7.74).

► §7.8 pag. 446: Rango (o caratteristica) di una matrice. Minori di una matrice, ordine di un minore. Proprietà del rango: è minore o uguale al minimo tra il numero di righe e di colonne; rango di una matrice quadrata; rango di una matrice = rango della matrice trasposta; rango della matrice ottenuta scambiando un certo numero di righe o di colonne. *Esercizi n. 13, 14, 15 del sito web del corso.*

► §7.9 pag. 451: Sistemi lineari di n equazioni in m incognite: scrittura in forma matriciale. Teorema di Cramer, matrice completa e matrice incompleta, sistemi compatibili e sistemi incompatibili, teorema di Rouché-Capelli, metodo per risolvere sistemi lineari che non verificano le ipotesi del teorema di Cramer. *Esercizi n. 16, 17 del sito web del corso.*

8 CENNI DI GEOMETRIA DEL PIANO E DELLO SPAZIO

► §8.1 pag. 497: Rette del piano: equazioni parametriche, equazione cartesiana, equazione esplicita, equazione vettoriale, coefficiente angolare, numeri direttori, vettori direzione, condizioni di parallelismo e di ortogonalità. *Esercizi n. 18 del sito web del corso.*

► §8.3 pag. 506: Rette dello spazio: equazione cartesiana di un piano nello spazio, intersezioni di due piani nello spazio, equazioni parametriche della retta nello spazio, equazione vettoriale della retta nello spazio.