Le funzioni seno e coseno.

Ogni numero reale è la misura in radianti di un angolo goniometrico; pertanto possiamo definire il seno e il coseno di un numero reale ricorrendo al seno e coseno dell'angolo di cui il numero è la misura in radianti

Per ogni numero reale ***x:***

sen x è il *seno dell'angolo la cui misura in radianti* è ***x***

cos x è il *coseno dell'angolo la cui misura in radianti* è ***x***.

Possiamo allora considerare le funzioni ***sen x*** e ***cos x*** che sono definite in ***R*** e le cui proprietà sono qui di seguito illustrate

f: $x \in R \rightarrow sen\ x \in [0, 1]$	g: $x \in R \rightarrow cos\ x \in [0, 1]$
1.Il dominio della funzione ***sen x*** è R.	1. Il dominio della funzione ***cos x*** è R.
2. Il codominio è l'intervallo [−1, 1].	2. Il codominio è l'intervallo [−1, 1].
3. $sen\ x = sen(x + 2k\pi)$ $\forall x \in R$, $k \in Z$ cioè ***sen x*** è periodica di periodo 2π.	3. $cos\ x = cos(x + 2k\pi)$ $\forall x \in R$, $k \in Z$ cioè ***cos x*** è periodica di periodo 2π.
4. $sen(-x) = -\ senx$, $\forall x \in R$ cioè ***sen x*** è una funzione dispari	4. $cos\ (-x) = cos\ x$, $\forall x \in R$ cioè ***cos x*** è una funzione pari.
5. ***sen x*** è strettamente crescente negli intervalli $[-(\pi/2) + 2k\pi, (\pi/2) + 2k\pi]$, $k \in Z$; è strettamente decrescente negli intervalli $[(\pi/2) + 2k\pi, (3\pi/2) + 2k\pi]$, $k \in Z$	5. ***cos x*** è strettamente crescente negli intervalli $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi] = [(2k-1)\pi, 2k\pi]$, $k \in Z$; è strettamente decrescente negli intervalli $[2k\pi, \pi + 2k\pi]$, $k \in Z$.
6. $sen\ x=0$ per $x = 2k\pi$, $k \in Z$ o per $x = \pi + 2k\pi = (2k+1)\pi$, $k \in Z$ quindi , in definitiva, per $x = h\pi$, $h \in Z$	6. $cos\ x=0$ per $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in Z$ o per $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi = \frac{\pi}{2} + (2k-1)\pi$, $k \in Z$ quindi , in definitiva, per $x = \frac{\pi}{2} + h\pi = (2h+1)\frac{\pi}{2}$, $h \in Z$

Per la proprietà 3. è sufficiente conoscere il grafico di *sen x e cos x* in un intervallo di ampiezza 2π per dedurre da questo il grafico in tutto R

Grafico di *sen x* in [0, 2π]

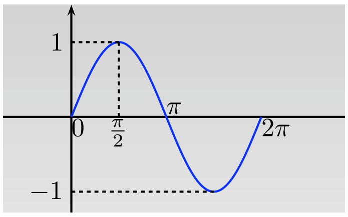


Grafico di *cos x* in [0, 2π]

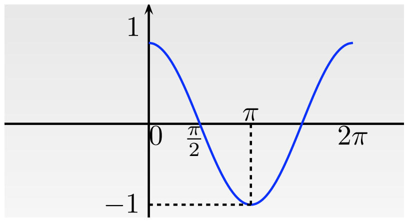


Grafico di *sen x* in [-2π, 2π]

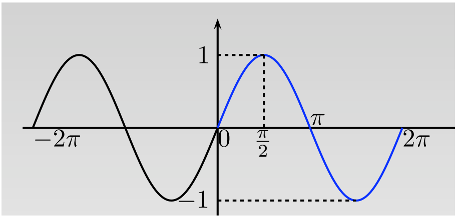


Grafico di *cos x* in [-2π, 2π]

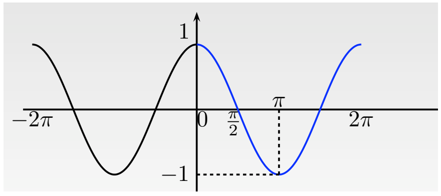


Grafico di *sen x* in [-2π, 4π]

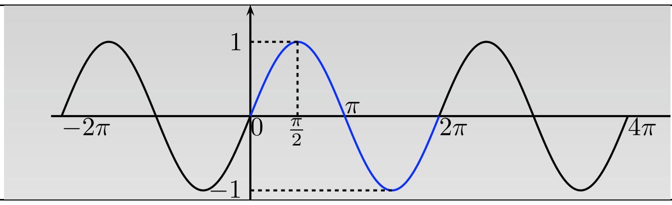
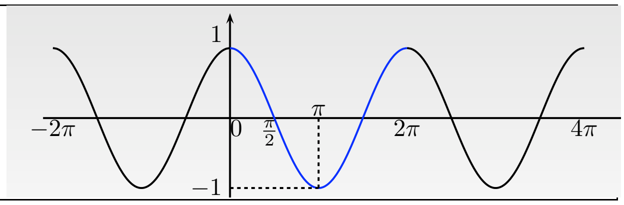
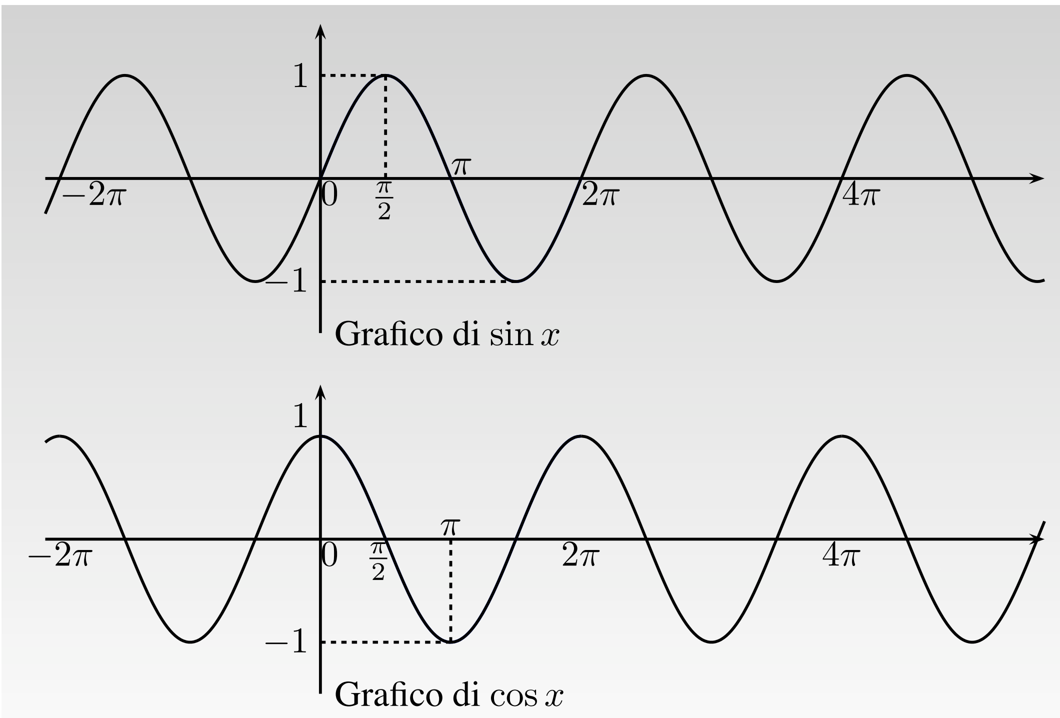
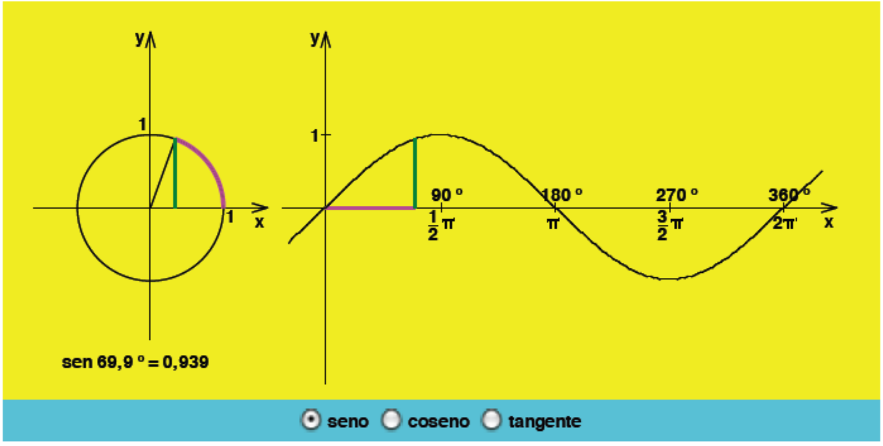
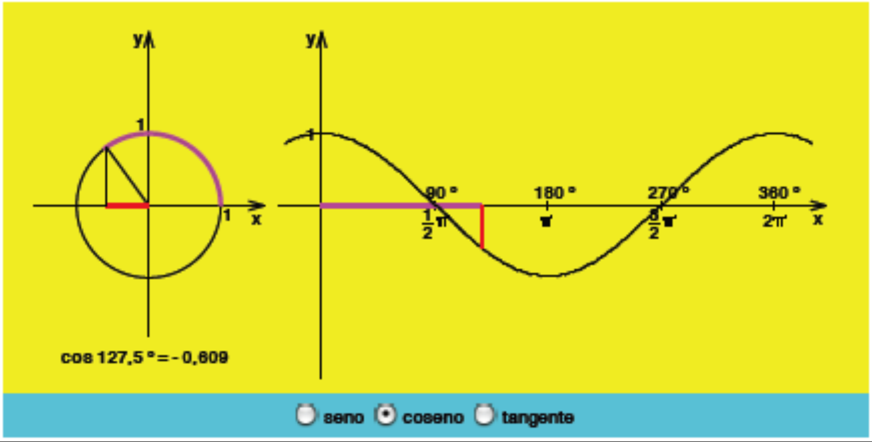


Grafico di *cos x* in [-2π, 2π]



Infine



Confronto tra il valore numerico ***x***, rappresentazione grafica sulla circonferenza trigonometrica dell’arco (in rosa) di lunghezza ***x*** e quella sul piano cartesiano della funzione seno	
Confronto tra il valore numerico ***x***, rappresentazione grafica sulla circonferenza trigonometrica dell’arco (in rosa) di lunghezza ***x*** e quella sul piano cartesiano della funzione coseno	

Le funzioni tangente e cotangente

Per ogni numero reale $x \neq \frac{\pi}{2} + h\pi = (2h+1)\frac{\pi}{2}$, $h \in Z$ ***si pone*** $\boldsymbol{tag\,x = tg\,x = \frac{sen\,x}{cos\,x}}$

Per ogni numero reale $x \neq h\pi$, $h \in Z$ ***si pone*** $cotg\,x = \boldsymbol{\frac{cos\,x}{senx}}$

t: $\boldsymbol{x \in T \rightarrow tg\ x \in R}$	$\boldsymbol{h\ x \in C \rightarrow cotg\ x \in [0, 1]}$
1.Il dominio della funzione ***tg x*** è. $T = \cup_{k \in Z}]\ (2k-1)\ (\pi/2), (2k+1)\ (\pi/2)\ [$ $= \cup_{k \in Z}]\ -(\pi/2) + (2k-1)\pi, (\pi/2) + (2k-1)\pi [$	***1.*** Il dominio della funzione ***cotg*** x è $C = \cup_{k \in Z}]\ 0 + (2k-1)\pi, \pi + (2k-1)\pi [$
2. Il codominio è *R*.	***2***. Il codominio è *R*.
3. $\boldsymbol{tg\ x = tg(x + k\pi)}$ $\forall x \in T, k \in Z$ cioè ***tgx*** è periodica di periodo π.	**3**. $\boldsymbol{cotg\ x = cotg(x + k\pi)}$ $\forall x \in C, k \in Z$ cioè ***cotg x*** è periodica di periodo π.
4. $\boldsymbol{tg(-x) = -\ tgx}$, $\forall x \in T$ cioè ***tg x*** è una funzione dispari	*4.* $\boldsymbol{cotg\ (-x) = -cotg}\ x$, $\forall x \in C$ cioè ***cotg x*** è una funzione dispari.
5. ***tg*** *x* è strettamente crescente in ognuno degli intervalli $]\ -(\pi/2) + (2k-1)\pi, (\pi/2) + (2k-1)\pi[$, $k \in Z$.	5. ***cotg x*** è strettamente decrescente in ognuno degli intervalli $]\ 0 + (2k-1)\pi, \pi + (2k-1)\pi[$, $k \in Z$.

Per la proprietà 3. è sufficiente conoscere il grafico di *tg x e cotg x* in un intervallo di ampiezza π per dedurre da questo il grafico in tutto R

Grafico di *tagx* in] –π/2, –π/2[

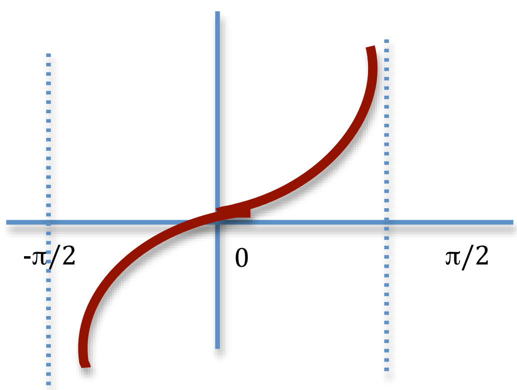


Grafico di cotg x in]0, π[

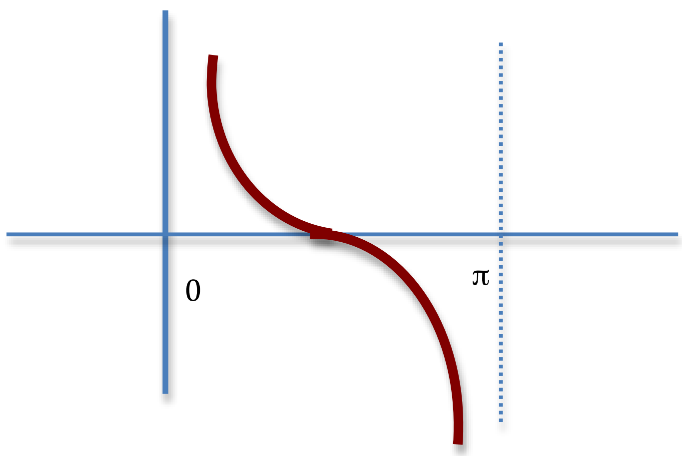
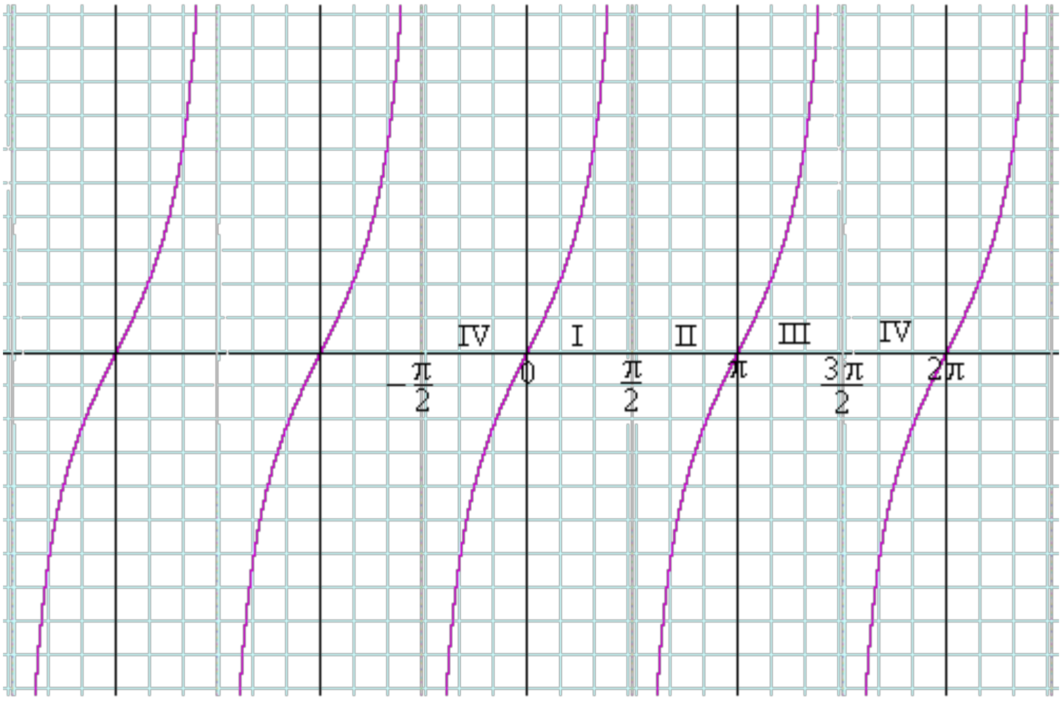
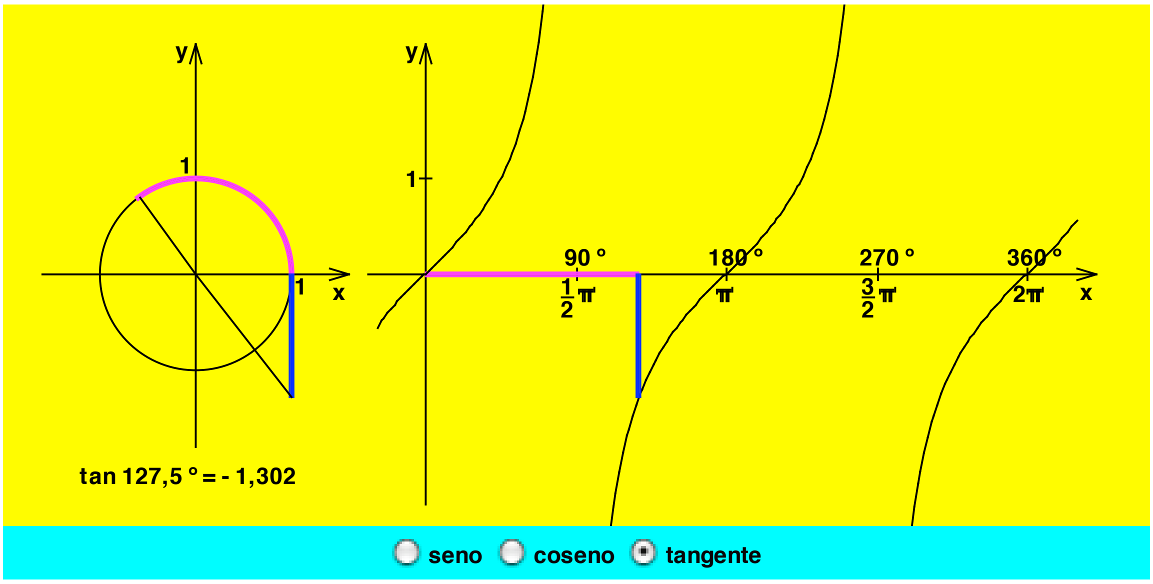


Grafico di *tag x*



Confronto tra il valore numerico ***x***, rappresentazione grafica sulla circonferenza trigonometrica dell'arco (in rosa) di lunghezza ***x*** e quella sul piano cartesiano della funzione tangente



A questo indirizzo

http://ww2.unime.it/weblab/ita/wf2/SinCosTan/sincostan_ita.htm

confronto tra il valore numerico, la rappresentazione grafica sulla circonferenza trigonometrica e quella sul piano cartesiano delle tre funzioni seno, coseno e tangente.