

Sui simboli 0^- , 0^+

Con

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^-$$

si indica che il limite è 0 e esiste un intorno $I(x_0)$ tale che nei punti x del dominio che appartengono a $I(x_0)$ e sono distinti da x_0 , la funzione assume valori $g(x) < 0$; quindi per $x \rightarrow x_0$, $g(x) \rightarrow 0$ con valori negativi.

Con

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^+$$

si indica che il limite è 0 e esiste un intorno $I(x_0)$ tale che nei punti x del dominio che appartengono a $I(x_0)$ e sono distinti da x_0 , la funzione assume valori $g(x) > 0$; quindi per $x \rightarrow x_0$, $g(x) \rightarrow 0$ con valori positivi

Vale la seguente regola:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{g(x)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{g(x)} = +\infty$$

Allora

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \neq 0 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \frac{1}{g(x)} = a(-\infty) = \begin{cases} -\infty & \text{se } a > 0 \\ +\infty & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \neq 0 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \frac{1}{g(x)} = a(+\infty) = \begin{cases} +\infty & \text{se } a > 0 \\ -\infty & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\overset{+\infty}{\uparrow} -\log x}{\underset{0^+}{\downarrow} x^3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\overset{-1}{\uparrow} x-3}{\underset{0^+}{\downarrow} (x-2)^2} = -\infty$$