Anno Accademico 2013-14
Didattica della Fisica - PAS

DETERMINAZIONE DELLA COSTANTE ELASTICA DI UNA MOLLA

Teoria

La legge di Hooke descrive le deformazioni meccaniche di molle per piccole variazioni della lunghezza. Applicando una forza $\vec{F}$ ad una molla, questa si sposta dalla posizione di equilibrio e sviluppa una forza di richiamo $\vec{f}$, uguale ed opposta a quella applicata, che è legata alla deformazione Δx dalla relazione $\vec{f} = -k\,\Delta x$: il segno negativo tiene conto del fatto che la forza di reazione elastica è diretta nel verso opposto della deformazione. La costante elastica si misura in N/m. La legge di Hooke è valida solo per piccole deformazioni.
Se si applica una massa m ad un'estremità della molla e la si pone in oscillazione, essa si muoverà, sotto l'azione della forza peso $m\vec{g}$ e di quella elastica, di moto armonico con periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Strumenti a disposizione:

- Molle
- Scala verticale graduata con indici scorrevoli
- Masse
- Bilancia elettronica
- Cronometro digitale

Procedura sperimentale per la costruzione di una bilancia a molla

Presa dati

- Determinare sul regolo millimetrato la posizione y_0 dell'indice della molla in assenza di massa sospesa. Si consideri questo come lo "zero" per la misura delle elongazioni.
- Per diversi valori della massa sospesa **m**, ad esempio nell'intervallo 20 – 200 g, leggere le posizioni **y** dell'indice. Si proceda alla misura delle elongazioni in funzione della forza peso: fare attenzione che la molla operi in regime di linearità ossia che gli spostamenti Δ**y** siano $\propto$ **m**
- Rappresentando su un grafico con assi cartesiani i punti sperimentali, osservarne l'andamento e quindi dedurre il tipo di funzione che lega le due grandezze. Nell'ipotesi di una funzione lineare, tracciare le rette di minima e massima pendenza (retta di best fit della serie di punti)

    - Si stabilisca, in base agli errori relativi, quale delle due grandezze misurate (allungamento della molla e massa applicata) può considerarsi priva di errori in modo da poterla assumere come variabile indipendente.

Elaborazione dati

- Ricavare i parametri della retta che riproduce il comportamento della molla

Dalle coppie di dati sperimentali (Δy_i, m_i) si può determinare il valore della costante elastica (**determinazione della costante elastica k con il metodo statico**) usando il metodo della minima e massima pendenza della retta $mg = k\Delta y_i + \text{cost}$, ossia $Y = Bx + A$, dove i valori sulle ordinate sono quelli delle masse e quelli sulle ascisse le elongazioni della molla, con B= k/g ed A costante generica se l'errore relativo sulle masse è molto minore di quello sulle elongazioni.

Il valore di k si ricava quindi dalla determinazione della pendenza per l'accelerazione di gravità il valore, considerato con errore trascurabile, g = 9.80 m/s^2. L'errore su k si determina a partire dal solo errore su B.

Dal valore di A e del suo errore si verifichi se A è consistente con lo zero. Cosa significa se invece A non è zero?

Misura della costante elastica con il metodo dinamico
Presa dati
Si usi la stessa molla usata nella prima parte. Per comodità si possono usare per le masse le stesse combinazioni usate in precedenza. Si sposti leggermente dalla posizione di equilibrio la molla cui sia stata appesa una massa m. Si misuri con il cronometro l'intervallo di tempo **t** che la molla impiega a compiere un numero **n** di oscillazioni, con **n** scelto in modo conveniente (ad esempio **n** = 20). Ripetere, **per ciascuna massa,** la misura di questo tempo **N** volte (ad es. **N** = 10). Ciò significa che si otterrà una distribuzione di valori di **t** per ciascuna massa.
N. B. Ricordarsi di misurare anche la massa della molla

Elaborazione dati

- ✓ Dalla distribuzione dei tempi misurati per ciascuna massa si calcoli il tempo medio $\bar{t}$ e l'errore standard della media ossia la deviazione standard σ_t della distribuzione diviso la radice del numero di volte N, cioè $\sigma_{\bar{t}} = \frac{\sigma_t}{\sqrt{N}}$. Il periodo **T** medio sarà dato dal valor medio di t diviso il numero di oscillazioni n, cioè $\bar{T}_i = \frac{\bar{t}_i}{n}$. L'errore su $\bar{T}_i$ sarà dato (formula di propagazione degli errori statistici) da $\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_{\bar{t}}}{n}$
- ✓ Poiché $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$, per ricavare k si applichi il metodo dei minimi quadrati alle coppie di punti sperimentali $(\overline{T^2}_i, m_i)$: si tenga presente che l'errore propagato sui tempi è $\sigma_{\overline{T_i^2}} = 2\bar{T}_i \sigma_{\bar{T}_i}$. Pertanto, il procedimento di *best fit* dovrà essere pesato se dal confronto degli errori relativi risulta T^2 la grandezza affetta da errore maggiore (ossia da porre sulle ordinate) .
- ✓ Si tenga presente che in realtà la formula da applicare dovrebbe essere $T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(m + \frac{1}{3}\mu\right)}{k}}$ dove *m*= m$_{esterna}$ e μ = massa della molla. Verificare se l'intercetta nella retta dei minimi quadrati è consistente con lo zero. Se non lo è, cosa significa? In che relazione è tale intercetta con la massa della molla?

Si confrontino i valori della costante elastica ottenuti con i due metodi verificando se sono consistenti, applicando il principio della discrepanza.
Qualora la discrepanza non risulti statisticamente significativa, si fornisca il risultato finale del valore della costante elastica della molla sotto forma di media pesata dei valori ottenuti con i due metodi