

MISURA DELLA VISCOSITÀ DELLA GLICERINA: METODO DELLE SFERE CADENTI

Strumenti a disposizione

- Cilindro in vetro, riempito di glicerina ($\rho_L = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ a temperatura ambiente) alto circa 60 cm.
- Set di sferette di acciaio ($\rho = 7,85 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) di vari diametri
- Cronometro digitale
- Stadia graduata con indici scorrevoli

La teoria

Dalla teoria del moto laminare si ricava che la forza di attrito che un fluido offre al moto di un corpo è proporzionale alla velocità che esso ha rispetto al fluido:

$$\vec{F}_A = -\beta\vec{v} = -\gamma\eta\vec{v} \quad (1)$$

dove γ è un fattore di forma, che vale $6\pi R$ per una sfera di raggio R , per il coefficiente di viscosità η (legge di Stokes), la cui unità di misura nel S.I. è il Poiseuille (PI) ossia Pa (Pascal) al secondo (Pa s). E' verificabile sperimentalmente che un corpo lasciato cadere in un fluido raggiunge una velocità limite dovuta all'annullarsi della forza risultante agente; ciò si verifica quando la forza peso, diminuita della spinta di Archimede, equilibra la resistenza del fluido:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_L g = 6\pi v_\infty R \quad (2)$$

dove ρ_L indica la densità del fluido e ρ la densità della sfera. Dalla eq. (2) si ricava la relazione

$$v_\infty = \frac{g}{18\eta}(\rho - \rho_L)D^2 \quad (3)$$

con D diametro della sfera.

Procedimento di misura ed analisi

Si scelgano sferette di raggio diverso. Per misurare la velocità si usino i traguardi mobili della scala graduata, fissandoli a due posizioni sul tubo di vetro: la velocità si determinerà misurando la distanza tra i due traguardi ed il tempo che ciascuna sferetta impiega per percorrerla. L'esperienza mostra che per i cilindri e le sferette in dotazione, la velocità limite si raggiunge quando la sferetta ha percorso circa 10 cm nel fluido. Quindi, basterà porre il primo

dei due traguardi a circa questa distanza dal pelo del fluido. L'altro traguardo sarà ovviamente posto più in basso facendo in modo da avere un intervallo di lunghezza che permetta di misurare agevolmente il tempo che la sferetta impiegherà per attraversare i due traguardi.

In questo caso, è ovvio che la misura della velocità è in realtà riconducibile alla misura dei tempi, essendo lo spazio percorso sempre lo stesso. Quindi il fit può essere applicato alla relazione:

$$t = \frac{18L\eta}{g(\rho - \rho_L)} \frac{1}{D^2} \quad (4)$$

con L distanza fra i due traguardi (che si assume senza errore e costante). I diametri siano assunti senza errori ed uguali al valore nominale dei raggi delle sferette fornite. Quindi, sotto quest'assunzione, l'unica grandezza affetta da errore sarà il tempo.

Si eseguano al 5 misure (ossia si usino 5 sferette per ciascun diametro). Sfruttando la relazione (4) si applichi il metodo dei minimi quadrati alla coppia di valori sperimentali ($1/D_i^2$, t_i) calcolando il coefficiente di viscosità dalla pendenza della retta di *best fit* e verificando che l'intercetta sia compatibile con zero. Si presti attenzione al fatto che per ogni coppia il valore t_i è la media delle misure effettuate ed il suo errore sarà quello statistico.

Note

La legge di Stokes vale per moti in fluidi di dimensioni infinite. Per minimizzare gli effetti dovuti alla lunghezza finita del cilindro si facciano cadere le sferette in modo che la loro traiettoria sia quanto più vicina possibile all'asse verticale del tubo, facendole partire da ferme appena sul pelo del fluido. Rigorosamente, si dovrebbe tener conto anche di un fattore di correzione essendo il diametro del cilindro finito.

Si tenga inoltre presente che η dipende fortemente dalla temperatura: per la glicerina pura, se la temperatura è 25°C, η passa da 1,5 Pa s (per 20°C) a circa 0,9 Pa s. Il valore atteso della costante per la glicerina in uso in laboratorio è di circa 1,069 Pa s a 20°C.