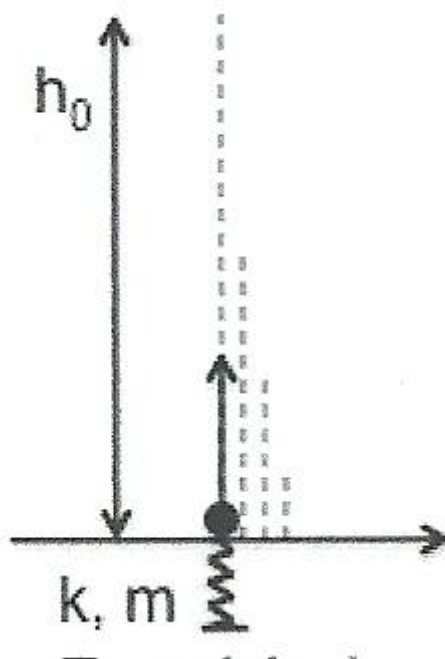


Problema 1:

Un pallina di gomma, di massa $m = 10\text{g}$, è lanciata verticalmente con un cannoncino a molla, la cui costante elastica vale $k = 4\text{ N/cm}$, ed è compressa inizialmente di δ . Dopo il lancio, la pallina sale fino a una quota $h_0 = 2\text{ m}$ e ricade sempre verticalmente. Trascurando la resistenza dell'aria:

- 1) Determinare la velocità iniziale v_0 e la compressione δ della molla.
- 2) Determinare il tempo t_0 intercorso fra il lancio e il ritorno al suolo.



SOLUZIONE:

- 1) La velocità iniziale v_0 si ricava dal principio di conservazione dell'energia meccanica; trascurando la resistenza dell'aria, infatti, una volta lanciata in aria, la pallina risente solo della **forza peso**, che è una **forza conservativa**.

L'energia cinetica iniziale della pallina si converte interamente in energia potenziale, in quanto nel punto più alto, a quota h_0 , la velocità si annulla e dunque l'energia cinetica vale 0:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_0 \rightarrow v_0 = \sqrt{2gh_0} \approx 6,26\text{ m/s}$$

Anche la compressione iniziale della molla si ottiene dal principio di conservazione dell'energia. Trascurando infatti l'effetto della forza gravitazionale nella fase in cui la pallina viene lanciata dal cannoncino ($k\delta \gg mg$), l'unica forza in gioco è quella elastica, che è conservativa (si trascura di nuovo l'attrito con l'aria). All'istante iniziale in cui ci è massima compressione, l'energia meccanica del sistema è data dalla sola energia potenziale elastica immagazzinata dalla molla (in quanto la velocità della pallina è nulla, così come la sua energia cinetica); quando la molla si è decompressa, invece, la pallina

viene sparata con velocità v_0 e possiede dunque un'energia cinetica diversa da zero, mentre è nulla l'energia potenziale elastica:

$$\frac{1}{2}k\delta^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow \delta = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v_0 = \sqrt{\frac{2mgh_0}{k}} \approx 3 \text{ cm}$$

- 2) Per determinare il tempo t_0 intercorso fra il lancio ed il ritorno al suolo imponiamo che la quota $y(t)$ del moto uniformemente decelerato della pallina si annulli:

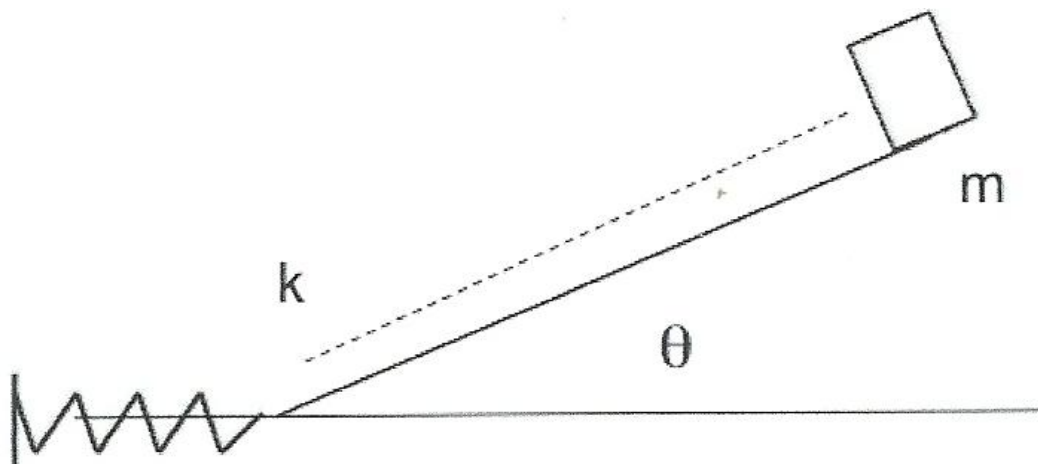
$$0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t \cdot \left(v_0 - \frac{1}{2}gt\right) = 0 \rightarrow t = \frac{2v_0}{g} = 2\sqrt{\frac{2h_0}{g}} \approx 1,28 \text{ s}$$

Problema 2:

Un corpo di massa $m = 150 \text{ g}$, inizialmente fermo, scivola lungo un piano scabro ($\mu_d = 0,20$) e inclinato di un angolo di 45° rispetto all'orizzontale. Dopo una discesa di durata $\Delta t = 0,5 \text{ s}$, esso raggiunge un piano orizzontale liscio e viene frenato da una molla, inizialmente nella sua posizione di riposo, che si comprime di $\Delta x = 5 \text{ cm}$.

Determinare:

- 1) L'accelerazione del corpo prima di colpire la molla.
- 2) La distanza percorsa lungo il piano inclinato prima di toccare la molla
- 3) La costante elastica k della molla



SOLUZIONE:

- 1) Proiettiamo, lungo l'asse naturale del moto e la direzione ortogonale al piano, la legge naturale di Newton con le forze: il peso $\vec{P}$, la reazione vincolare $\vec{N}$ e l'attrito dinamico $\vec{F}_d = \mu_d \vec{N}$:

$$\begin{cases} mg\sin\theta - F_d = ma \\ N - mg\cos\theta = 0 \end{cases} \rightarrow a = g(\sin\theta - \mu_d \cos\theta) \approx \frac{5,5m}{s^2}$$

- 2) La distanza percorsa lungo il piano inclinato prima di toccare la molla si ottiene dall'equazione oraria:

$$D = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \approx 69 \text{ cm.}$$

- 3) Per poter applicare la legge di conservazione dell'energia fra l'istante in cui il corpo tocca la molla e quello in cui si ferma perché la molla raggiunge la massima compressione, dobbiamo prima ricavare la velocità del corpo quando arriva sulla molla:

$$v_f = a\Delta t = g(\sin\theta - \mu_d \cos\theta)\Delta t \approx 2,8 \frac{m}{s}$$

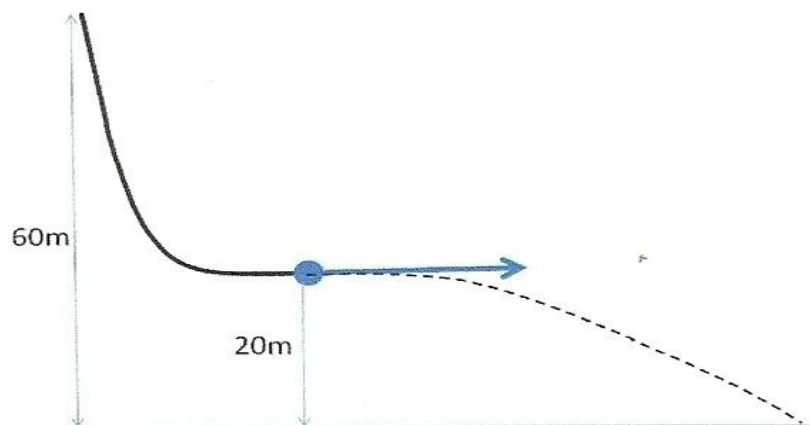
Una volta raggiunto il piano orizzontale che è liscio e quindi senza attrito, l'unica forza agente è quella elastica, che è conservativa. Appliciamo dunque la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \rightarrow k = \frac{mv_f^2}{(\Delta x)^2} \approx 4,5 \text{ N/cm}$$

Problema 3:

Un trampolino per il salto con gli sci è schematizzabile con una discesa lungo uno scivolo da una quota di 60 m. a quella di 20 m. e tale che al momento del distacco la velocità dello sciatore è orizzontale. Supponendo di poter trascurare ogni forma di attrito, determinare:

- 1) La velocità al momento del salto
- 2) La durata del salto
- 3) La lunghezza del salto



SOLUZIONE:

- 1) Detti H e h rispettivamente le quote dello sciatore in partenza ed al momento del salto, e v la sua velocità al momento del distacco, possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica visto che non ci sono attriti:

$$0 + mgH = \frac{1}{2}mv^2 + mgh \rightarrow v = \sqrt{2g(H - h)} \approx 28 \text{ m/s}$$

- 2) A partire dal distacco, il moto è parabolico. Per la parte verticale, esso è uniformemente accelerato:

$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Per trovare il tempo di caduta $\bar{t}$, imponiamo nella legge oraria che $y(\bar{t}) = 0$:

$$0 = h - \frac{1}{2}g\bar{t}^2 \rightarrow \bar{t} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 2 \text{ s.}$$

- 3) Per la parte orizzontale, invece, il moto è rettilineo uniforme:

$$x(t) = v \cdot t \rightarrow D = v \cdot \bar{t} = \sqrt{4h(H - h)} \approx 56 \text{ m.}$$

Problema 4:

Una pallina viene lanciata dal suolo verso l'alto ad un istante di tempo preso come riferimento: raggiunge un'altezza $H = 20 \text{ m}$ e poi ricade. Dopo il rimbalzo che ne inverte il verso della velocità la pallina risale soltanto fino ad una quota $h = 5 \text{ m}$. Supponendo di poter trascurare gli effetti della resistenza dell'aria, determinare:

- 1) La velocità iniziale della pallina e l'istante di tempo in cui la pallina giunge al suolo la prima volta.
- 2) La velocità della pallina nell'istante immediatamente successivo al primo rimbalzo

SOLUZIONE:

- 1) La velocità iniziale si ricava dalla legge di conservazione dell'energia meccanica applicata fra l'istante del lancio e quello in cui la pallina inverte il moto alla quota H :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgH \rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} \approx 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

L'istante in cui giunge al suolo corrisponde ad una quota $y = 0$ nella legge oraria:

$$0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t \cdot \left(v_0 - \frac{1}{2} g t \right) = 0 \rightarrow t = \frac{2v_0}{g} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 4 \text{ s.}$$

- 2) Dopo il rimbalzo la pallina possiede una velocità v_1 diretta verticalmente che si ricava dalla quota h alla quale risale la pallina, in modo analogo al caso precedente:

$$v_1 = \sqrt{2gh} \approx 10 \text{ m/s}$$