

Esercizi su equazioni differenziali e problemi di Cauchy

- 1) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' = x^2 - 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

- 2) Risolvere il seguente problema di Cauchy, indicando l'intervallo di definizione della soluzione:

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = (1+x)e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

- 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy, indicando l'intervallo di definizione della soluzione:

$$\begin{cases} y' = 2y^2x \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy, indicando l'intervallo di definizione della soluzione:

$$\begin{cases} y' - e^{-y} = 0 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- 5) Stabilire se la funzione $f(x) = xe^x$ risolve una o più delle seguenti equazioni differenziali lineari omogenee ed a coefficienti costanti:

$$y'' - y = 0 \qquad y'' - 2y' + y = 0 \qquad y'' + 2y' + y = 0$$

ed in caso affermativo trovarne l'integrale generale.

- 6) Stabilire se la funzione $f(x) = xe^{-x}$ risolve una o più delle seguenti equazioni differenziali lineari omogenee ed a coefficienti costanti:

$$y'' - y = 0 \qquad y'' - 2y' + y = 0 \qquad y'' + 2y' + y = 0$$

ed in caso affermativo trovarne l'integrale generale.

- 7) Risolvere il seguente problema di Cauchy, indicando l'intervallo di definizione della soluzione:

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = (1+x)e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

- 8) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' + 3y = x^2 + \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

9) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 4y = xe^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

10) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = \sin x + e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

11) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy: $\begin{cases} y' + \frac{y}{x} + 3\sqrt[3]{y} = 0 \\ y(1) = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} y' + \frac{y}{x} + 3\sqrt[3]{y} = 0 \\ y(1) = 1. \end{cases}$

12) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

13) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - xy = x \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

14) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{x^2} \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

15) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x^3}{y^2} \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{x^3}{y^2} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$