

# Catene cinematiche

## Diagramma spostamenti per variazione termica in un pendolo

1

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**  
 1) La struttura assegnata

$t = 2$   
 $3t = 6$   
 $s = 2 + 1 + 1 + 2 = 6$   
 $3t - s = 0$   
 $\ell = i$

Il sistema è costituito dai due tratti I e II collegati tra loro dal pendolo DE e dal pendolo BG. E' quindi riconducibile ad un arco a tre cerniere (la cerniera propria A la cerniera ideale C alla intersezione degli assi dei due pendoli DE e BG e la cerniera impropria H nel punto  $H_{\infty}$ ).

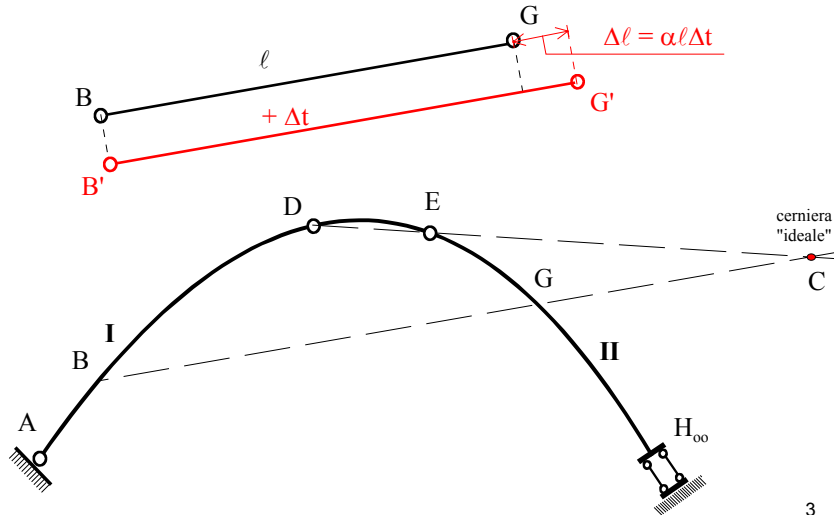
Le tre cerniere non sono allineate (la congiungente AC non è parallela ad  $H_{\infty}$ ) e quindi il sistema è isostatico.

2

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**

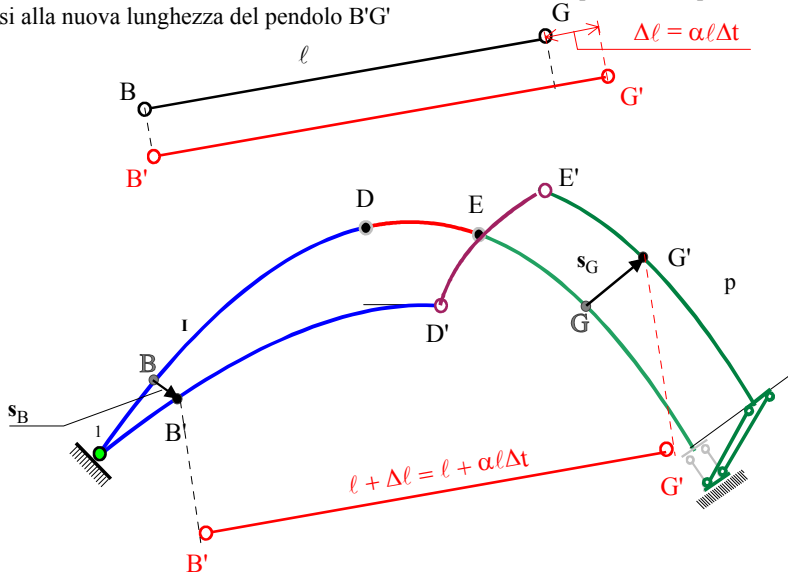
3) Se si estrae il pendolo BG dal contesto della struttura (B'G') questi è libero di dilatarsi, mentre il residuo sistema, privato di un vincolo, acquisisce un grado di libertà e diventa labile.



A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**

4) Il sistema attiva la sua labilità in modo da variare la distanza tra i punti B e G portandola ad adeguarsi alla nuova lunghezza del pendolo B'G'

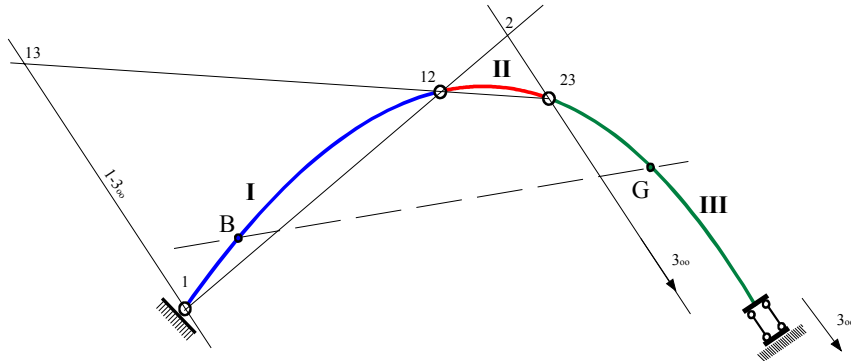


A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**

5) Per rappresentare quantitativamente il fenomeno, nella ipotesi di piccoli spostamenti ( $\Delta l/l \ll 1$ ) si può tracciare il diagramma degli abbassamenti indotti dalla attivazione del grado di libertà che il sistema possiede in base al procedimento delle catene cinematiche

Identificazione dei centri di rotazione in base ai teoremi di allineamento, considerando il sistema costituito da tre tratti



1, 12, 23 e 3 sono identificati dalle condizioni di vincolo  
 13 è alla intersezione della retta 1-3 con la retta 12-23  
 2 è alla intersezione della retta 1-12 con la retta 23-3

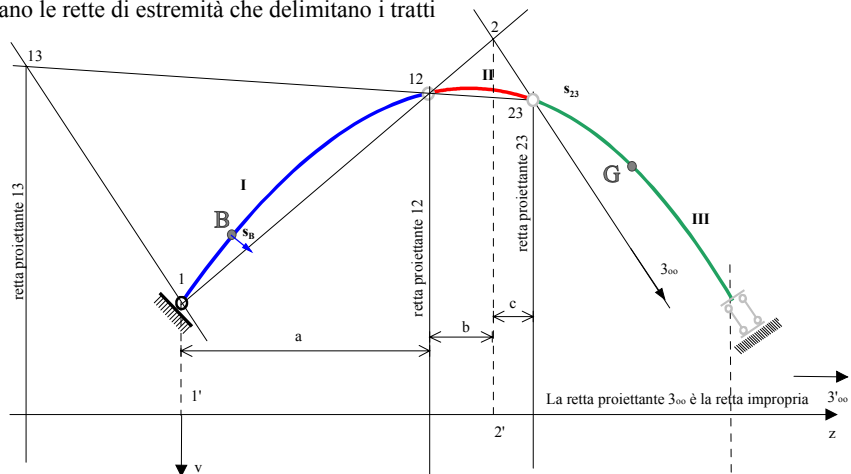
5

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**

6) Operazioni preliminari per tracciare diagramma degli abbassamenti

- si traccia la fondamentale z orizzontale e si fissa l'asse degli abbassamenti v ortogonale a z
- si proiettano i centri assoluti 1, 2 e 3 sulla retta <z> in 1', 2' e 3'
- si tracciano le rette proiettanti i centri relativi 12, 23 e 13
- si tracciano le rette di estremità che delimitano i tratti



6

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

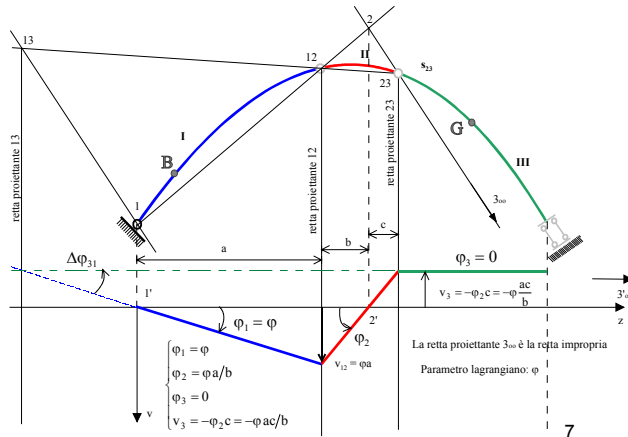
## Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento

### Allungamento termico del pendolo BG

7) Si traccia il diagramma degli abbassamenti tenendo presente che:

- il diagramma relativo ad ogni tratto è lineare;
- il diagramma relativo ad ogni tratto, o il suo prolungamento, evidenzia abbassamento nullo in corrispondenza delle proiezioni dei centri assoluti;
- i diagrammi relativi ad ogni coppia di tratti, o i loro prolungamenti, si incrociano sulle rette proiettanti i rispettivi centri relativi;

- l'ampiezza della rotazione iniziale è indeterminata e quindi la rotazione del tratto da cui si parte per il tracciamento può avere ampiezza arbitraria, a meno che il suo centro di rotazione assoluta non sia un punto improprio nel qual caso la rotazione è nulla.

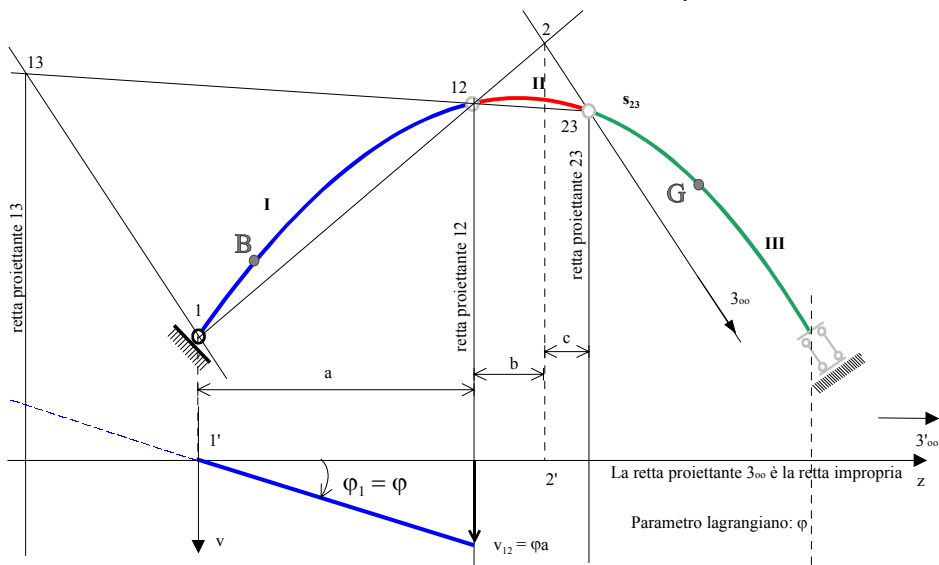


A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

## Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento

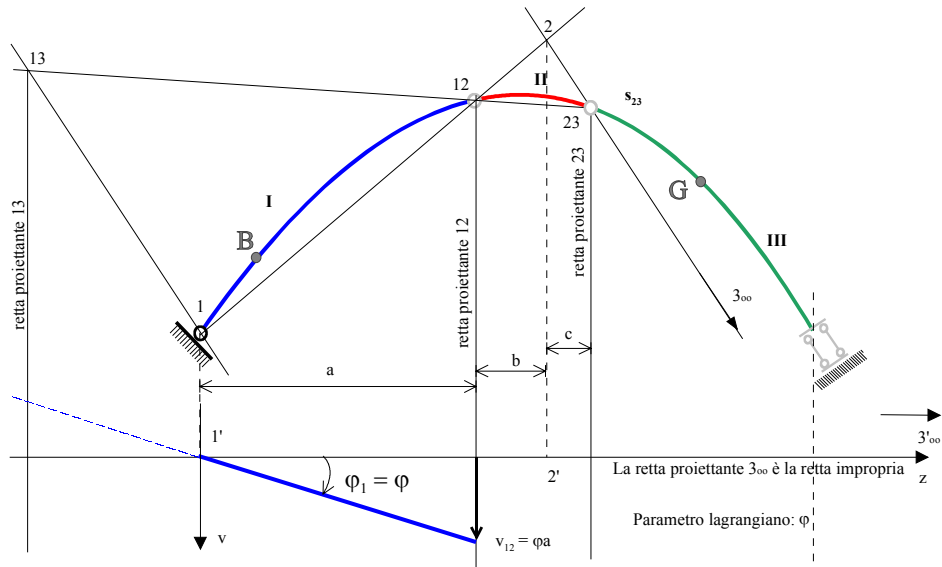
### Allungamento termico del pendolo BG

7.1 Si parte tracciando il diagramma relativo al tratto I con rotazione  $\phi_1 = \phi$  arbitraria.



A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

7.1 Si parte tracciando il diagramma relativo al tratto I con rotazione  $\varphi_1 = \varphi$  arbitraria.

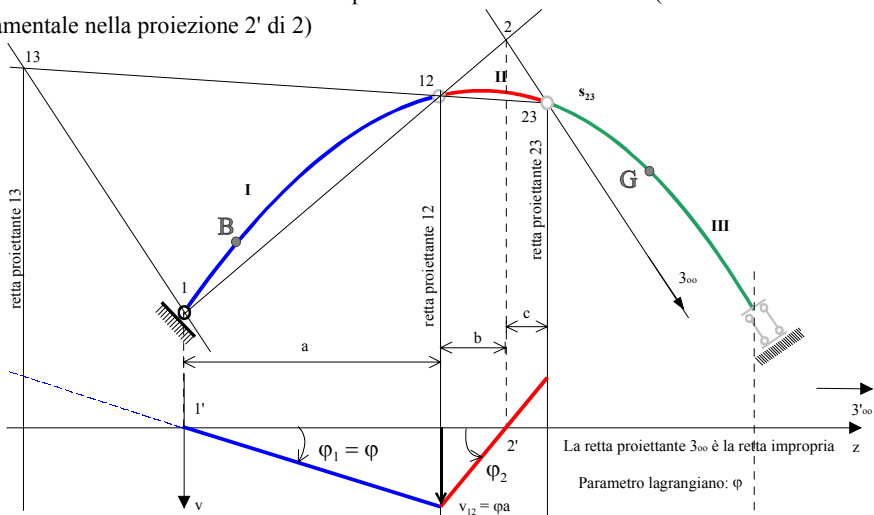


9

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

7.2 Si prosegue tracciando il diagramma relativo al tratto II:

- il tratto I e il tratto II hanno lo stesso abbassamento in corrispondenza del centro relativo 12 (cioè si intersecano sulla proiettante 12)
- il tratto II ha abbassamento nullo in corrispondenza del centro assoluto 2 (cioè interseca la fondamentale nella proiezione  $2'$  di 2)

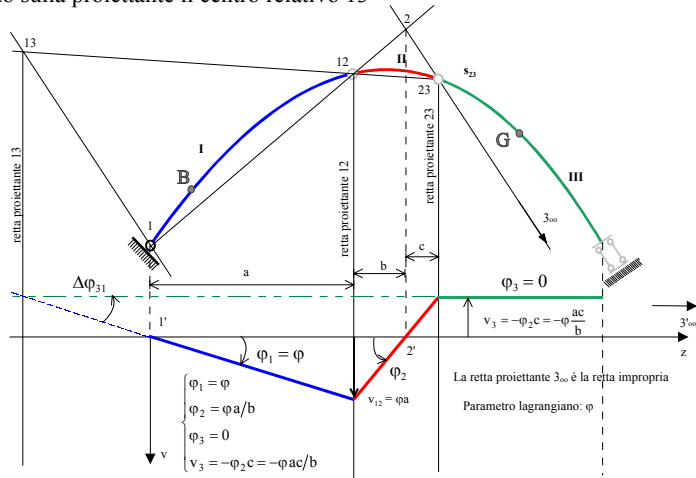


10

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

7.3 Si completa tracciando il diagramma relativo al tratto III:

- il tratto II e il tratto III hanno lo stesso abbassamento in corrispondenza del centro relativo 23 (cioè si intersecano sulla proiettante 23)
- il tratto III ha abbassamento nullo in corrispondenza del centro assoluto  $3'_\infty$  (cioè interseca la fondamentale in  $3'_\infty$ , in altre parole è parallelo alla fondamentale)
- per controllo il diagramma del tratto I e il diagramma del tratto III (o i loro prolungamenti) si intersecano sulla proiettante il centro relativo 13

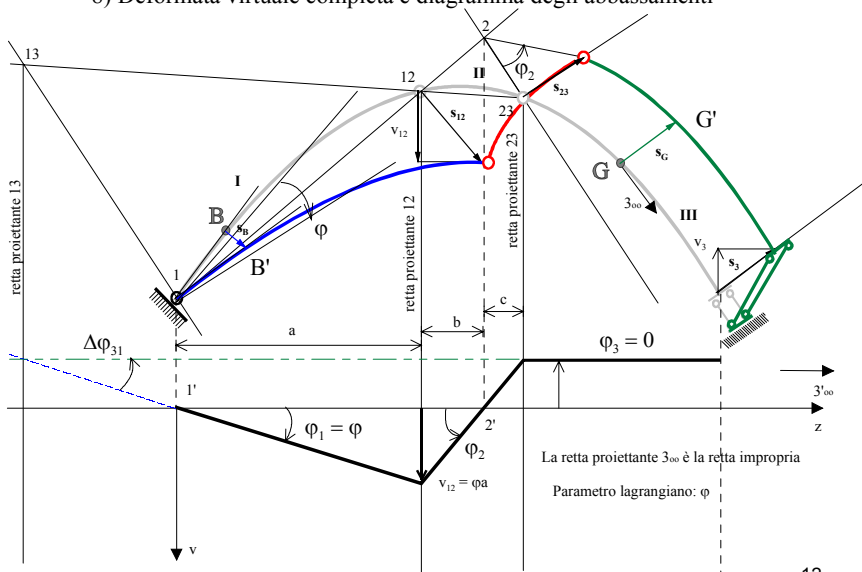


11

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

### Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento Allungamento termico del pendolo BG

8) Deformata virtuale completa e diagramma degli abbassamenti



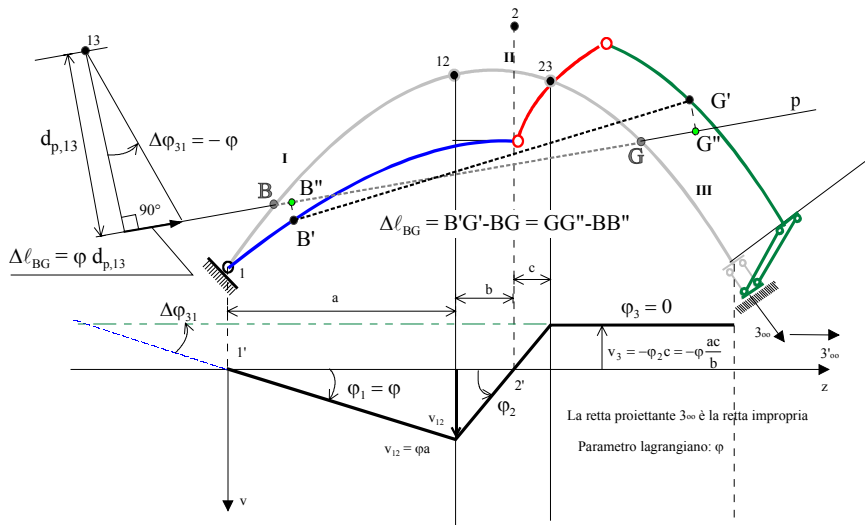
12

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**

9) Espressione variazione di distanza tra B e G

$$\Delta l_{BG} = \varphi d_{p,13}$$



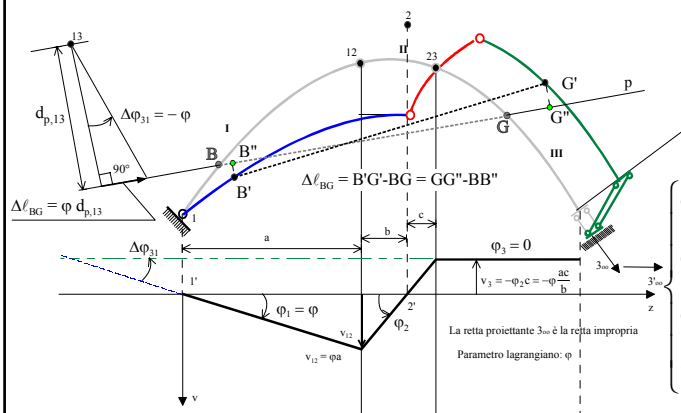
13

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento**  
**Allungamento termico del pendolo BG**

10) Calcolo dell' angolo  $\varphi$

$$\Delta l_{BG} = \varphi d_{p,13}$$



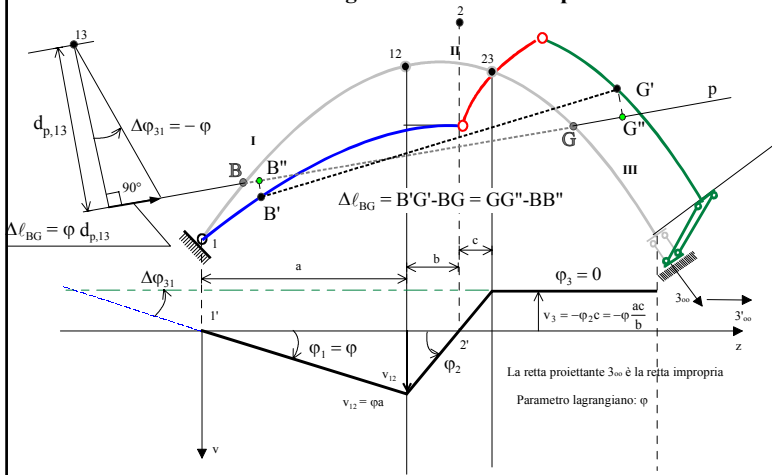
$$\begin{cases} \Delta l_{BG} = \varphi d_{p,13} \\ \Delta l_{BG} = \alpha l \Delta t \\ \varphi d_{p,13} = \alpha l \Delta t \\ \varphi = \frac{\alpha l \Delta t}{d_{p,13}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi \\ \varphi_2 = \varphi a/b \\ \varphi_3 = 0 \\ v_3 = -\varphi_2 c = -\varphi ac/b \end{cases}$$

14

A. Baratta: Catene Cinematiche. Esempio disegno diagramma abbassamenti per allungamento pendolo

**Diagramma degli abbassamenti per effetto della deformazione di un elemento  
Allungamento termico del pendolo BG**



Scala del diagramma abbassamenti

$$S_v = \frac{\alpha \Delta t \text{ cm}}{d_{p,13} \text{ cm}}$$

$$\begin{cases} \Delta l_{BG} = \phi d_{p,13} \\ \Delta l_{BG} = \alpha \Delta t \\ \phi d_{p,13} = \alpha \Delta t \\ \phi = \frac{\alpha \Delta t}{d_{p,13}} \end{cases}$$