

Misura di Potenza su un carico non lineare

Si intende misurare la potenza assorbita da un carico ferromagnetico non lineare a diverse frequenze di funzionamento per poter poi separare le perdite per isteresi dalle perdite per correnti parassite e valutare la Cifra di Perdita del provino con alimentazione a 50 Hz.



Strumentazione utilizzata

STRUMENTAZIONE

1. Provino Ferromagnetico Toroidale
2. Resistenza campione
3. Generatore di Segnali
AGILENT 33220 A
4. Multimetro
5. Multimetro
6. Oscilloscopio
7. Amplificatore
8. PC
Software NI Labview

Scopo della Misurazione

Si dispone di un carico monofase non lineare.

Il carico in questione è un provino di materiale ferromagnetico di forma toroidale con due avvolgimenti. Esso è pertanto un piccolo trasformatore.

Lo scopo della misurazione consiste nel separare le perdite per Isteresi dalle perdite per Correnti Parassite del provino a varie frequenze di funzionamento e determinare la Cifra di Perdita C_P del provino stesso.

La Cifra di Perdita di un campione ferromagnetico è il rapporto tra le perdite nel ferro del provino P_{Fe} e il peso dello stesso P_{kg} , quando esso è investito da un Campo Magnetico Sinusoidale a frequenza $f = 50 \text{ Hz}$ con Induzione massima $B_M = 1 \text{ T}$.

La cifra di perdita è dunque un indice di bontà del ferro, esprimibile come

$$C_P = \frac{P_{Fe}}{P_{kg}} \bigg|_{f=50\text{Hz}; \text{ sinusoidale}; B_M=1\text{T}}$$

Le perdite nel ferro possono essere valutate come:

$$P_{Fe} = a \cdot f \cdot B_M + b \cdot (f \cdot K_f \cdot B_M)^2$$

dove:

a e b sono delle costanti;

f è la frequenza di alimentazione;

B_M è il valore massimo di induzione (nel caso in esame si impone sempre $B_M = 1 \text{ T}$);

K_f è il Fattore di Forma del segnale, definito come il rapporto tra il Valore efficace del segnale ed il Valor Medio del segnale valutato sulla singola semionda positiva.

Nel caso di un segnale sinusoidale del tipo $x(t) = X_M \sin(\omega t)$ il fattore di forma è

$$K_f = \frac{X_{eff}}{X_{medio(T/2)}} = \frac{X_M}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot X_M} = 1.11.$$

Precisamente il termine $a \cdot f \cdot B_M$ rappresenta le perdite per isteresi mentre il termine $b \cdot (f \cdot K_f \cdot B_M)^2$ indica le perdite per correnti parassite.

Qualora il segnale non fosse sinusoidale sarebbe necessario fare delle considerazioni aggiuntive per adottare dei coefficienti correttivi che tengano conto della non sinusoidalità del segnale.

E' evidente che sia le perdite per isteresi che quelle per correnti parassite sono rispettivamente proporzionali alla frequenza e al quadrato della frequenza. Conglobando nei termini k_1 e k_2 i valori costanti ($a \cdot B_M$ per il primo addendo e $b \cdot B_M^2 \cdot K_f^2$ per il secondo) si può semplificare l'espressione delle perdite nel ferro come

$$P_{Fe} = k_1 \cdot f + k_2 \cdot f^2$$

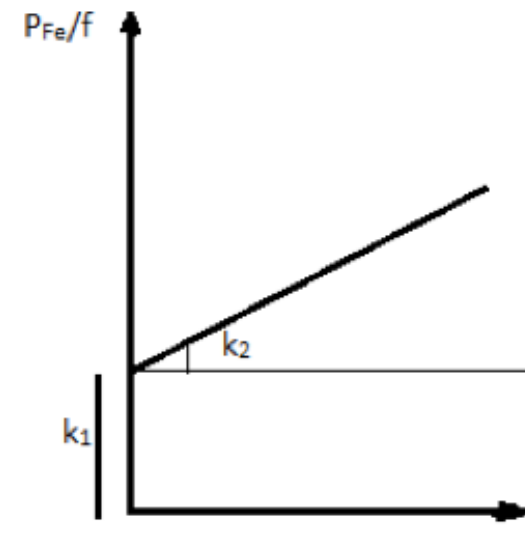
evidenziando il legame con la frequenza.

Dividendo ambo i membri dell'equazione per f si ottiene:

$$\frac{P_{Fe}}{f} = k_1 + k_2 \cdot f$$

che è evidentemente una funzione associabile ad una retta. In particolare, il termine k_2 , rappresentativo delle perdite per correnti parassite, è il coefficiente angolare di tale retta, mentre il termine k_1 , rappresentativo delle perdite per isteresi, ne rappresenta l'intercetta.

Questa funzione viene dunque rappresentata nel modo seguente

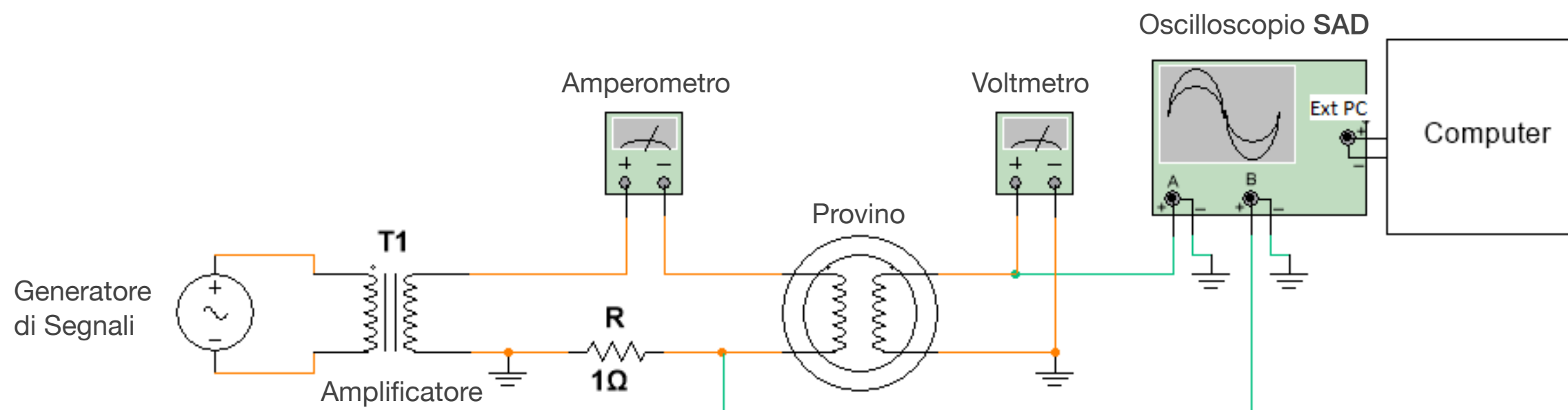


Per separare le due perdite perciò è necessario valutare i coefficienti k_1 e k_2 conoscendo le perdite complessive nel ferro a varie frequenze di funzionamento.

Se la funzione ottenuta non avesse l'andamento descritto significherebbe che tale funzione, rappresentativa delle perdite nel ferro, non dipende più solo dalla frequenza e dal suo quadrato, ma anche da coefficienti aggiuntivi, che sarebbero proprio quelli che si vanno ad aggiungere nel caso di non sinusoidalità del segnale.

Progettazione del circuito di misura

Il circuito di misura è il seguente



Il generatore di segnale consente di lavorare con segnali sinusoidali a varie frequenze. Il segnale viene mandato ad un amplificatore di potenza, all'uscita del quale si trova un amperometro che ha lo scopo di verificare che la corrente non superi determinati valori al primario del provino. La corrente iniettata al primario, dove si hanno N_1 spire, circola dunque in una resistenza R che si suppone sia pura (priva di componenti reattive) e da quest'ultima si preleva un segnale proporzionale a detta corrente che viene inviato al SAD. La tensione all'avvolgimento secondario del provino, con N_2 spire, viene misurata dal voltmetro e prima di giungere al SAD passa attraverso una sonda attenuatrice che la riduce di 10 volte.

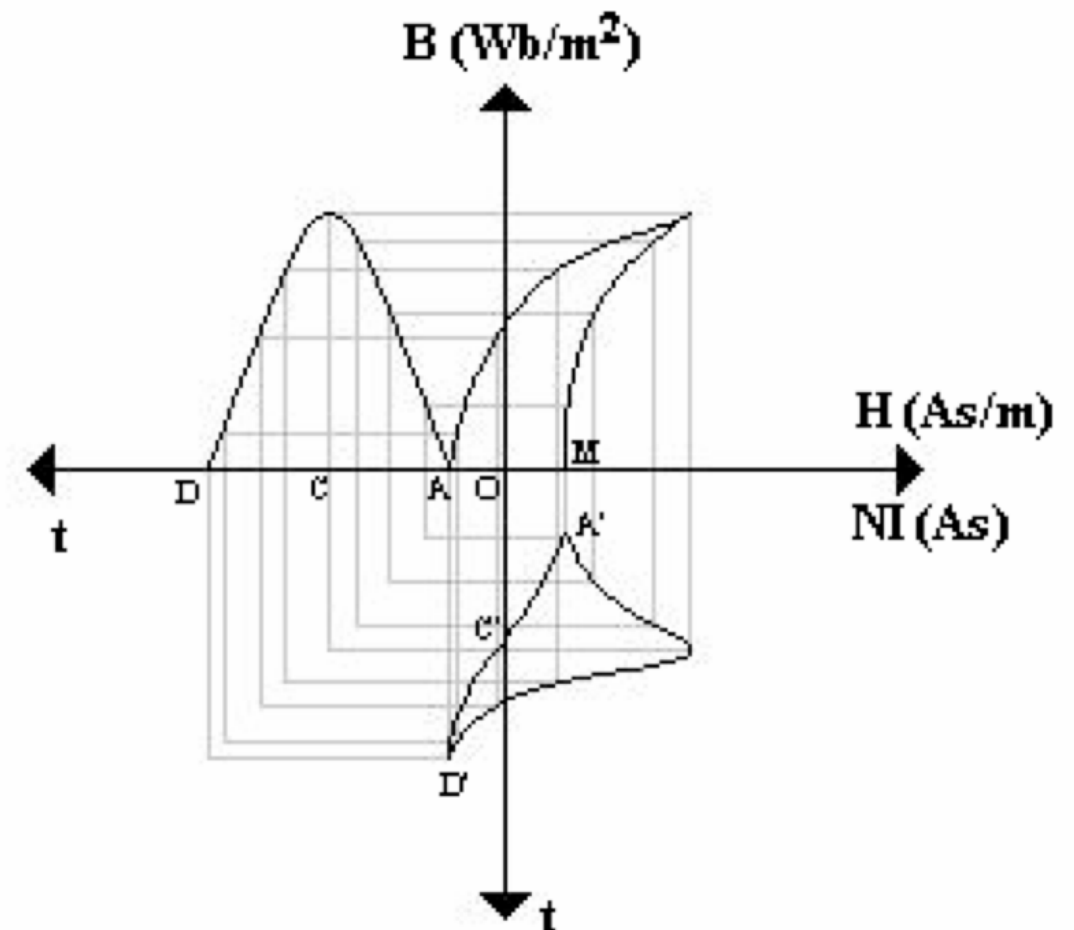
Acquisiti questi segnali di tensione $v_R(t)$ (dal primario tramite la corrente che circola in R) e $v_2(t)$ (dal secondario) dal SAD, li si utilizza per effettuare una misura di potenza istantanea.

L'induzione magnetica $B(t)$ deve essere sinusoidale e con una intensità massima pari a $B_M = 1$ T per ogni valore di frequenza al quale si opera.

Affinchè $B(t)$ sia sinusoidale, è necessario che la forza elettromotrice $e_1(t)$ sia sinusoidale.

La tensione di alimentazione $v_1(t)$ è anch'essa sinusoidale, ma il circuito non è lineare a causa del comportamento non lineare del provino ferromagnetico sotto misura.

Di conseguenza la corrente circolante nel circuito è distorta, come è possibile osservare tramite il seguente diagramma



In particolare la corrente, studiata nel dominio delle frequenze tramite l'analisi di Fourier, presenta l'armonica fondamentale alla stessa frequenza della tensione impressa e un significativo contenuto spettrale nelle armoniche dispari superiori, soprattutto della terza e della quinta armonica.

L'equazione di equilibrio delle tensioni al primario si scrive come

$$v_1(t) = e_1(t) + \sum_k R_k i(t) + \sum_k L_k \frac{di(t)}{dt}$$

dove il secondo addendo al secondo membro rappresenta la somma delle cadute ohmiche su tutte le resistenze presenti, mentre il terzo addendo indica la somma delle cadute sulle induttanze di dispersione del provino.

Come detto, per avere una induzione sinusoidale, deve essere sinusoidale $e_1(t)$ e quindi si dovrebbe avere $v_1(t) = e_1(t)$.

Ciò si ottiene se le cadute prima introdotte sono quanto più piccole possibili in modo da poter essere ritenute trascurabili. In tali ipotesi si può assumere valida l'uguaglianza, la quale assicura che anche l'induzione $B(t)$ è sinusoidale come richiesto.

Al fine di avere cadute di tensione basse, la stessa resistenza R e le resistenze dei collegamenti devono essere di basso valore; tuttavia quando R è bassa l'incertezza legata alla tensione $v_R(t)$ risulta essere maggiore.

Per minimizzare i flussi dispersi, e quindi le cadute induttive, sono stati disposti concentricamente gli avvolgimenti del provino.

Rispettate tali condizioni, se $e_1(t)$ è sinusoidale, anche la forza elettromotrice indotta al secondario $e_2(t)$ è sinusoidale se il secondario è a vuoto. In tal caso infatti risulta che $v_{2_0}(t) = e_2(t)$.

Così facendo anche la tensione ai capi dell'avvolgimento secondario è sinusoidale.

Tuttavia essendo collegati sia il voltmetro che l'oscilloscopio

esiste inevitabilmente una caduta sulle impedenze di ingresso degli stessi.

Il valore efficace della forza elettromotrice al secondario vale

$$E_2 = 2\pi f \cdot N_2 \cdot \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}} = 4.44 \cdot f \cdot N_2 \cdot Se_z \cdot B_M$$

dove si è indicato con Se_z la sezione del provino perpendicolare alle linee di flusso di $\vec{B}(t)$. Questa sezione coincide con quella del provino ferromagnetico in quanto tutto il flusso che si concatena con la spira si chiude all'interno del ferro del provino stesso.

Dall'espressione di E_2 si vede che essa è funzione della frequenza.

Fissando $B_M = 1$ T come valore massimo di induzione a cui si lavora, noti i valori di N_2 e di Se_z , si ottiene il valore da imporre ad E_2 al variare della frequenza stessa.

Quindi, per ogni valore di f , si regola la tensione al primario in modo da raggiungere al secondario proprio il valore E_2 ricavato in funzione della frequenza di funzionamento e tale da assicurare un valore di induzione che non superi 1 T.

Dati del Provino

Il Provino utilizzato è un nucleo toroidale in materiale ferromagnetico costituito da 2 avvolgimenti coassiali.

Le spire da considerare per ciascun avvolgimento possono essere scelte in base ai morsetti da cui si alimenta il provino stesso, per cui possono essere scelte tra alcuni valori fissi.

Il numero di spire scelto per ciascun avvolgimento durante l'esperimento è rispettivamente

$$N_1 = \quad N_2 =$$

La Massa del Provino è

$$P_{kg} = \quad \text{kg}$$

La Densità del provino è

$$\gamma = \quad \text{g/cm}^3$$

La Sezione del provino è

$$Sez = \quad \text{cm}^2$$

Si ricava quindi la Lunghezza Media del Provino, data da

$$L_m = \frac{P_{kg}}{Sez \cdot \gamma} = \quad \text{cm}$$

Si trascurano le incertezze sulle dimensioni fisiche del provino.

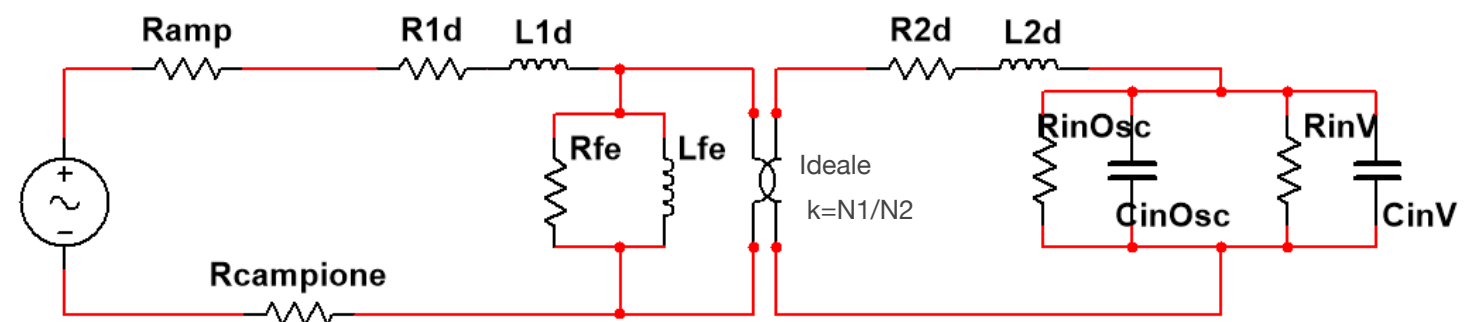
Atto della misurazione

La potenza misurata, nell'ipotesi che tensione e corrente siano grandezze sinusoidali, è data dalla relazione

$$P_m = \bar{V}_2 \times \bar{I}_1.$$

Come visto, tale condizione non è verificata. Si ha infatti che la corrente non è sinusoidale a causa della non linearità del circuito. Tuttavia di tale corrente $\bar{I}_1$ si può considerare solo la prima armonica perché è questa che dà contributo alla misura della potenza. Infatti, le armoniche superiori di corrente dovrebbero essere moltiplicate per le rispettive armoniche superiori di tensione che però sono nulle data la sinusoidalità di $\bar{V}_2$. Risultano inoltre valide le seguenti relazioni:

- $\bar{V}_2 = \bar{E}_2$
- $\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$
- $\bar{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 + \bar{I}_{10}$



dove $\bar{I}_{10}$ è la corrente a monte del cappio derivato, costituito da resistenza e induttanza, in riferimento al modello del circuito equivalente del trasformatore (ovvero del provino considerato).

Si ricava pertanto la seguente espressione per la potenza misurata.

$$P_m = (\bar{I}_{10} \times \bar{E}_1) \frac{N_2}{N_1} + (\bar{I}_2 \times \bar{E}_2) \frac{N_2}{N_1}$$

dove il primo termine a secondo membro rappresenta le perdite nel ferro.

Si possono trascurare le resistenze del multimetro utilizzato come amperometro R_{amp} e le resistenze degli avvolgimenti del trasformatore R_{1d} ed R_{2d} .

Si possono anche trascurare le reattanze di dispersione del trasformatore L_{1d} ed L_{2d} .

Il resistore campione inserito al primario del circuito ha una resistenza pari a $R_c = \quad \Omega$ ed un'incertezza dello $\quad$.

Il parallelo tra il voltmetro e l'oscilloscopio presenta una resistenza in ingresso $R_e = \frac{R_{inOsc} \cdot R_{inV}}{R_{inOsc} + R_{inV}}$ ed una capacità parallelo

$C_e = C_{inOsc} + C_{inV}$, da cui si ricava che l'impedenza equivalente vista al secondario del trasformatore è $\dot{Z}_{eq} = \frac{R_e}{1 + j\omega R_e C_e}$.

I valori delle resistenze e delle capacità in ingresso sono forniti dalle specifiche degli strumenti e valgono

$$\begin{array}{llll} R_{inOsc} = & \text{M}\Omega & R_{inV} = & \text{M}\Omega & \text{da cui} & R_e = & \text{k}\Omega \\ C_{inOsc} = & \text{pF} & C_{inV} = & \text{pF} & \text{da cui} & C_e = & \text{pF} \end{array}$$

Si osserva quindi che per tutte le frequenze di esercizio

$$\omega R_e C_e \ll 1, \text{ quindi al secondario circola la corrente } \bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\dot{Z}_{eq}} \simeq \frac{\bar{V}_2}{R_e},$$

ed essendo praticamente $\bar{V}_2 = \bar{E}_2$, la potenza misurata può essere vista come

$$P_m = P_{Fe} \cdot \frac{N_2}{N_1} + \frac{V_2^2}{R_e} \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

dove $\frac{V_2^2}{R_e}$ rappresenta il consumo degli strumenti impiegati.

Le perdite nel ferro si ricavano quindi come

$$P_{Fe} = P_m \cdot \frac{N_1}{N_2} - \frac{V_2^2}{R_e}$$

La misura viene condotta per cinque valori distinti di frequenza che sono

$$f_1 = \quad \text{Hz} \qquad f_2 = \quad \text{Hz} \qquad f_3 = \quad \text{Hz}$$

$$f_4 = \quad \text{Hz} \qquad f_5 = \quad \text{Hz}$$

Si trascurano tutte le incertezze relative alle frequenze.

Per ciascun valore di frequenza si risale al valore di $\overline{E}_2$ che garantisce una induzione massima pari a $B_M = 1 \text{ T}$. Si alimenta dunque il circuito regolando il generatore di segnale e l'amplificatore, ovvero regolando la frequenza e la tensione al secondario, in modo che essa coincida con la $\overline{E}_2$.

I valori di E_2 teorici ricavati al variare della frequenza tramite la formula $E_2 = 4.44 \cdot f \cdot N_2 \cdot Se_z \cdot B_M$ e i rispettivi valori letti sul voltmetro sono riportati in tabella.

Tensioni al Secondario	Frequenze di funzionamento				
	F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
Valori teorici					
Valori letti					

Per ogni frequenza sono stati misurati dall'oscilloscopio 2500 valori per un intervallo di tempo di misura pari a $T_{misura} = 100 \text{ ms}$. Pertanto la frequenza di campionamento è pari a

$$f_c = \frac{2500}{100ms} = 25kHz$$

e il periodo di campionamento è pari a

$$T_c = \frac{1}{f_c} = 40\mu s \text{ .}$$

Al PC sono stati trasferiti tutti i valori per un numero intero di periodi misurati, perciò il numero di campioni differisce a seconda della frequenza.

Ci si riconduce facilmente anche all'espressione del Flusso del Campo Magnetico Φ al secondario del trasformatore ricordando che per la legge di Faraday-Neumann applicata al caso in esame si ha $e_2(t) = \frac{d\Phi_2(t)}{dt}$ e che il flusso Φ è anch'esso sinusoidale e a media nulla.

Si possono rappresentare graficamente i valori campionati.

ed analogamente la corrente in valore efficace come

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T_m} \cdot \int_0^{T_m} i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{N \cdot T_c} \cdot \sum_{k=1}^N i_k^2 \cdot T_c} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N i_k^2}$$

dove $T_m = N \cdot T_c$ è il periodo in cui sono stati misurati gli N valori trasferiti.

Tali valori sono stati misurati al fine di controllare la misura effettuata.

Si riportano in tabella i valori trovati alle diverse frequenze.

	Frequenze di funzionamento				
	F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
N° di campioni					
Tensione in valore efficace [V]					
Corrente in valore efficace [A]					

Partendo dai valori misurati si ricava la tensione in valore efficace come

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T_m} \cdot \int_0^{T_m} v^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{N \cdot T_c} \cdot \sum_{k=1}^N v_k^2 \cdot T_c} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N v_k^2}$$

Ricordando poi che

$$\Phi_2(t) = Se_z \cdot N_2 \cdot B(t)$$

e che

$$N_1 \cdot i_1(t) = L_m \cdot H(t)$$

si possono ottenere facilmente anche i valori del campo magnetico $H(t)$ e dell'induzione magnetica $B(t)$ e ricavare la caratteristica magnetica del provino, evidenziando il ciclo di isteresi che esso presenta, **diagrammato nel seguito per i diversi valori di frequenza.**

Si ricavano anche i valori di Induzione Magnetica massima alle varie frequenze, riportati in tabella.

	Frequenze di funzionamento				
	F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
Induzione Magnetica Massima Bmax [T]					

e si può quindi ritenere soddisfatta la condizione richiesta in partenza.

La distorsione del segnale della corrente al primario si può osservare confrontando la risposta in frequenza di quest'ultima con quella della tensione alle varie frequenze.

Si nota infatti **nelle seguenti figure** che il segnale di corrente presenta una forte influenza delle armoniche di ordine pari ad un multiplo dispari della frequenza fondamentale.

Risposta in frequenza a F1 Hz

Risposta in frequenza a F2 Hz

Risposta in frequenza a F3 Hz

Risposta in frequenza a F4 Hz

Risposta in frequenza a F5 Hz

Elaborazione dei dati

Per ogni frequenza, come già detto, sono stati acquisiti un numero di campioni sufficienti a rappresentare la forma d'onda della tensione e della corrente. Il sistema di acquisizione dati memorizza N valori e per la tensione e per la corrente. I valori sono prelevati praticamente allo stesso istante per ogni campionamento, per cui si può calcolare la potenza istantanea di ogni coppia di valori come

$$p(t) = v(t) \cdot i(t).$$

Da ciò, per calcolare la potenza media di tutte le N coppie di valori si applica la formula

$$P_m = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_2(k) \cdot i_1(k) \quad (1)$$

che equivale alla precedente relazione

$$P_m = \bar{V}_2 \times \bar{I}_1$$

dove $\bar{V}_2$ è il fasore rappresentativo della tensione prelevata al secondario ed $\bar{I}_1$ è il fasore rappresentativo dell'armonica fondamentale della corrente prelevata al primario.

All'ingresso dell'oscilloscopio i valori di tensione e corrente sono legati alle grandezze effettivamente misurate ai due canali secondo le relazioni

$$v_2(k) = 10 \cdot v_{CH1}(k)$$

$$i_1(k) = \frac{v_{CH2}(k)}{R_c}$$

Perciò la potenza che si misura con l'oscilloscopio è

$$P_{m_{osc.}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_{CH1}(k) \cdot v_{CH2}(k) = \frac{1}{N} \cdot \frac{R}{10} \cdot \sum_{k=1}^N v_2(k) \cdot i_1(k) \quad (2)$$

Combinando le formule (1) e (2) si ottiene la relazione tra la Potenza media effettiva e quella misurata tramite l'oscilloscopio

$$P_m = \frac{10}{R} \cdot P_{m_{osc.}}$$

Si devono valutare quindi le perdite del carico $P_{carico} = \frac{V_2^2}{R_e}$

per poi ricavare la potenza assorbita dal ferro come

$$P_{Fe} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) P_m - P_{carico}$$

Si valutano quindi le incertezze.

L'incertezza sulla Potenza media misurata dall'oscilloscopio si calcola come

$$\sigma_{P_{osc.}} = \sqrt{\frac{1}{N^2} \cdot \sum_{k=1}^N \left[v_{CH1}^2(k) \cdot \sigma_{v_{CH2}}^2 + v_{CH2}^2(k) \cdot \sigma_{v_{CH1}}^2 \right]}$$

dove $\sigma_{v_{CH1}}$ e $\sigma_{v_{CH2}}$ sono le incertezze sulle misure dell'oscilloscopio fornite dalle specifiche dello strumento e sono calcolate come

$$\sigma_{v_{CH1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(3\% \cdot V_{CH1_{letto}} + 0.1 \text{ Volt/div} + 1 \text{ mV} \right)$$

$$\sigma_{v_{CH2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(3\% \cdot V_{CH2_{letto}} + 0.1 \text{ Volt/div} + 1 \text{ mV} \right)$$

Tali incertezze sono calcolate per ogni valore acquisito.

I Volt a divisione utilizzati sono riportati nella tabella sottostante.

Range per ogni canale		Frequenze di funzionamento				
		F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
CH1	Volt a divisione [V/div]					
CH2	Volt a divisione [mV/div]					

L'incertezza sulla Potenza media effettiva è quindi calcolata come

$$\sigma_{P_m} = \sqrt{\left(\frac{10 \cdot P_{osc.}}{R_c^2} \cdot \sigma_{R_c} \right)^2 + \left(\frac{10}{R_c} \cdot \sigma_{P_{osc.}} \right)^2}$$

dove σ_{R_c} è l'incertezza della Resistenza Campione ed è pari a

$$\sigma_{R_c} = \frac{U_{R_c}}{\sqrt{3}} = \frac{\quad \cdot R_c}{\sqrt{3}} = \quad \mu\Omega .$$

Si deve determinare quindi il valore

$$P_{carico} = \frac{V_2^2}{R_e}$$

e la sua incertezza

$$\sigma_{P_{carico}} = \sqrt{\left(\frac{2V_2}{R_e} \sigma_{V_2} \right)^2 + \left(\frac{V_2^2}{R_e^2} \sigma_{R_e} \right)^2}$$

dove la tensione V_2 è la tensione efficace al secondario del trasformatore misurata tramite il multimetro ed R_e è il parallelo delle resistenze di ingresso del voltmetro e dell'oscilloscopio .

Tramite le specifiche del multimetro e dell'oscilloscopio si ricavano la resistenze di ingresso di questi ultimi:

$$R_{in_{Osc}} = R_{in_V} = R_{in} = \quad \text{M}\Omega$$

e le loro incertezze sono uguali e pari a

$$\sigma_{R_{in_{Osc}}} = \sigma_{R_{in_V}} = \sigma_{R_{in}} = \frac{\cdot R_{in}}{\sqrt{3}} = \quad \text{k}\Omega$$

Di conseguenza il loro parallelo è

$$R_e = \frac{R_{in}}{2} = \quad \text{k}\Omega$$

e l'incertezza del parallelo è

$$\sigma_{R_e} = \frac{\sigma_{R_{in}}}{2} = \quad \text{k}\Omega$$

Tramite le specifiche del multimetro si ricava che l'incertezza sulla tensione misurata al secondario è data dalla formula

$$\sigma_{V_2} = \frac{\% \cdot V_{2_{letto}} + \% \cdot V_{range}}{\sqrt{3}}$$

dove in ogni caso esaminato $V_{range} = \quad \text{V}$

Si passa quindi al calcolo delle Perdite del Ferro tramite la formula

$$P_{Fe} = P_m \cdot \frac{N_1}{N_2} - P_{carico}$$

e della relativa incertezza

$$\sigma_{P_{Fe}} = \sqrt{\left(\frac{N_1}{N_2} \sigma_{P_m}\right)^2 + \sigma_{P_{carico}}^2}$$

Si osserva che le potenze assorbite dal carico incidono poco sulla misura delle perdite nel ferro.

Si ottengono quindi i seguenti risultati.

Le incertezze sono espresse con fattore di copertura $k = 3$.

Potenze		Frequenze				
		F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
Potenza Media acquisita dall'Oscilloscopio $P_{m,Osc}$	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					
Potenza Media Effettiva P_m	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					
Potenza dissipata dal Carico P_{Carico}	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					
Perdite nel Ferro P_{Fe}	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					

Calcolo della Cifra di Perdita

Si ricorda che la cifra di perdita di un provino ferromagnetico è per definizione

$$C_p = \frac{P_{Fe}}{P_{kg}} \Bigg|_{f=50\text{Hz}; \text{ sinusoidale}; B_M=1\text{T}}$$

Si considera quindi l'esperienza effettuata ad $f = 50 \text{ Hz}$.

Per come è stato strutturato il circuito di misura si è fatto in modo che il flusso magnetico $\Phi(t)$ interno al provino e, di conseguenza, anche il campo di Induzione Magnetica $B(t)$ fossero sinusoidali ed isofrequenziali con la tensione di alimentazione.

Inoltre si è verificato che il valore massimo di induzione magnetica nelle condizioni di esercizio è

$$B_M = \quad \text{T}$$

corrispondente ad una tensione sul secondario pari a

$$V_{2_{eff}} = \quad \text{V}$$

Le perdite nel Ferro in queste condizioni operative sono

$$P_{Fe} = (\quad \pm \quad) \text{ W}$$

Ricordando che la massa del provino è $P_{kg} = \quad \text{kg}$ e trascurando le incertezze su quest'ultima si giunge alla determinazione del valore atteso della cifra di perdita come

$$C_p = \quad \text{W/kg}$$

e della relativa incertezza come

$$U_{C_p} = \frac{U_{P_{Fe}}}{P_{kg}} = \quad \frac{\text{W}}{\text{kg}}$$

Di conseguenza la Cifra di Perdita del provino è

$$C_p = (\quad \pm \quad) \frac{\text{W}}{\text{kg}}$$

Separazione delle Perdite per Isteresi e Correnti Parassite

Si intende quindi separare le perdite nel ferro ad ogni frequenza nelle perdite per isteresi e per correnti parassite

$$P_{Fe} = P_{isteresi} + P_{parassite}$$

sfruttando la relazione di queste con la frequenza

$$P_{isteresi} = k_1 \cdot f$$

$$P_{parassite} = k_2 \cdot f^2$$

ossia

$$P_{Fe} = k_1 \cdot f + k_2 \cdot f^2$$

Si ricavano per ogni frequenza di funzionamento i valori $\frac{P_{Fe}}{f}$.

	Frequenze di funzionamento				
	F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
$\frac{P_{Fe}}{f}$ [W/Hz]					

Tramite il metodo della regressione lineare ai minimi quadrati si ricavano quindi i coefficienti k_1 e k_2 come

$$k_2 = \frac{\sigma_{(P_{Fe}/f),f}}{\sigma_f^2} \quad \text{e} \quad k_1 = \mu_{(P_{Fe}/f)} - k_2 \cdot \mu_f$$

dove si ha che:

- $\mu_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i = \quad \text{Hz}$ e

$$\mu_{(P_{Fe}/f)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_{Fe}/f)_i = \quad \frac{W}{Hz}$$

sono i Valori Attesi delle frequenze e dei rapporti tra le potenze dissipate e le frequenze stesse;

- $\sigma_f^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - \mu_f)^2 = \quad \text{Hz}^2$ è la Varianza della

Frequenza

- $\sigma_{(P_{Fe}/f),f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - \mu_f) \left((P_{Fe}/f)_i - \mu_{(P_{Fe}/f)} \right) = \quad W$

è la Covarianza della frequenza e del rapporto tra la potenza dissipata nel ferro e la frequenza stessa.

Si ottengono quindi i seguenti valori

$$k_1 = \quad \text{W/Hz} \quad \text{e} \quad k_2 = \quad \text{W/Hz}^2$$

Il diagramma confronta la retta ottenuta tramite equazione

$$P_{Fe}/f = k_1 + k_2 \cdot f \quad \text{con i valori realmente ottenuti.}$$

I Residui rappresentano lo scarto dei valori misurati dalla retta costruita mediante regressione lineare.

Si ha quindi che

$$\left. \frac{P_{Fe}}{f} \right|_{Misurato} = \left. \frac{P_{Fe}}{f} \right|_{Retta} + Res$$

cioè

$$P_{Fe} \Big|_{Misurato} = P_{Fe} \Big|_{Retta} + f \cdot Res$$

Si pone quindi $f \cdot Res = (Res)'$

Pertanto, nel dettaglio ricordando che

$$P_{Fe} \Big|_{Retta} = k_1 \cdot f + k_2 \cdot f^2$$

si può scrivere

$$P_{Fe} \Big|_{Misurato} = k_1 \cdot f + k_2 \cdot f^2 + (Res)'$$

e quindi volendo separare le perdite nel ferro in perdite per isteresi e per correnti parassite come

$$P_{Fe} \Big|_{Misurato} = P_{isteresi} + P_{parassite}$$

si può riscrivere

$$P_{isteresi} + P_{parassite} = k_1 \cdot f + k_2 \cdot f^2 + (Res)'$$

Si può quindi supporre che gli scarti dovuti ai residui siano distribuiti ugualmente per entrambi i contributi di perdita, ottenendo

$$P_{isteresi} = k_1 \cdot f + \frac{(Res)'}{2}$$

$$P_{parassite} = k_2 \cdot f^2 + \frac{(Res)'}{2}$$

La presenza dei termini $(Res)'/2$ introduce un discostamento dalla dipendenza lineare delle perdite per isteresi dalla frequenza e dalla dipendenza quadratica delle perdite per correnti parassite dalla frequenza stessa. Tuttavia, dati i modesti valori del termine $(Res)'$, tali discostamenti si ritengono trascurabili.

A questo punto allora si possono effettuare le stesse considerazioni per il calcolo delle incertezze ottenendo

$$\sigma_{P_{Fe}}^2 = \sigma_{isteresi}^2 + \sigma_{parassite}^2$$

Nelle ipotesi fatte si ha quindi che

$$\sigma_{isteresi}^2 = \sigma_{parassite}^2 = \frac{\sigma_{P_{Fe}}^2}{2}$$

Pertanto

$$\sigma_{isteresi} = \sigma_{parassite} = \frac{\sigma_{P_{Fe}}}{\sqrt{2}}$$

Ad esempio, prendendo in considerazione la frequenza $f = 50 \text{ Hz}$ si hanno i seguenti dati:

$$P_{Fe,50Hz} = \quad \quad \quad W$$

$$\sigma_{P_{Fe},50Hz} = \quad \quad \quad W$$

$$\left. \frac{P_{Fe}}{f} \right|_{Misurato,50Hz} = \quad \quad \quad W/Hz$$

$$\left. \frac{P_{Fe}}{f} \right|_{Retta,50Hz} = \quad \quad \quad W/Hz$$

da cui

$$Res_{50Hz} = \quad \quad \quad mW/Hz$$

$$(Res_{50Hz})' = \frac{(Res_{50Hz})'}{f_{50Hz}} = \quad \quad \quad W$$

Il valore atteso della potenza dissipata per isteresi

$$P_{isteresi,50Hz}^* = k_1 \cdot f_{50Hz} + \frac{(Res_{50Hz})'}{2} = \quad \quad \quad W$$

mentre il valore atteso della potenza assorbita per correnti parassite è

$$P_{parassite,50Hz}^* = k_2 \cdot f_{50Hz}^2 + \frac{(Res_{50Hz})'}{2} = \quad \quad \quad W$$

Per le incertezze si pone invece

$$\sigma_{isteresi} = \sigma_{parassite} = \frac{\sigma_{P_{Fe}}}{\sqrt{2}} = \quad \quad \quad W$$

ed esprimendo le incertezze estese con un fattore di copertura $k = 3$ si ottiene

$$U_{isteresi} = U_{parassite} = \quad \quad \quad W$$

Di conseguenza

$$P_{isteresi,50Hz} = (\quad \pm \quad) W$$

$$P_{parassite,50Hz} = (\quad \pm \quad) W$$

Si osserva facilmente che come volevasi impostare

$$P_{isteresi,50Hz}^* + P_{parassite,50Hz}^* = \quad \quad \quad W = P_{Fe,50Hz}^*$$

$$\sqrt{\sigma_{isteresi}^2 + \sigma_{parassite}^2} = \quad \quad \quad W = \sigma_{P_{Fe},50Hz}$$

quindi si ottiene

$$P_{Fe,50Hz} = P_{isteresi,50Hz} + P_{parassite,50Hz}$$

Si riportano di seguito i risultati ottenuti.

Perdite		Frequenze				
		F1 Hz	F2 Hz	F3 Hz	F4 Hz	F5 Hz
Perdite nel Ferro P_{Fe}	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					
Perdite ideali della retta interpolatrice $P_{FeRetta}$	Valore Atteso					
Residui per frequenza $Res*f$	Valore Atteso					
Perdite per Isteresi $P_{Isteresi}$	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					
Perdite per correnti parassite $P_{Parassite}$	Valore Atteso					
	Incertezza Tipo					
	Incertezza Estesa					
	Misura					

Si osserva che le perdite per isteresi variano in maniera praticamente proporzionale alla frequenza, mentre le perdite per correnti parassite aumentano considerevolmente all’aumentare della frequenza di alimentazione.

Si riportano quindi i risultati complessivi ottenuti alle varie frequenze.

Frequenza	E ₂ calcolato	V ₂ misurato	P _m	(N ₁ /N ₂)*P _m	P _{carico}	P _{Fe}	P _{Fe} /f	P _{isteresi}	P _{parassite}
F1 Hz									
F2 Hz									
F3 Hz									
F4 Hz									
F5 Hz									