

Misura di Potenza in Trifase

Si vuole effettuare una misura di potenza utilizzando un metodo di “carico trifase fittizio”. Vengono impiegati in un primo momento tre wattmetri numerici sulle tre fasi ed in seguito si procede alla stessa misurazione mediante inserzione Aron.

Tali misure sono ripetute due volte ciascuna per due valori distinti di $\cos(\varphi)$ nominali che vanno quindi verificati mediante i risultati ottenuti.



Strumentazione Utilizzata e Condizioni Operative

STRUMENTAZIONE

1. Banco di Regolazione
Variatori di Tensione
Variatore di Fase
Elevatore di Corrente
2. N.3 Wattmetri Numerici
PM 100/300

Descrizione del circuito di misura

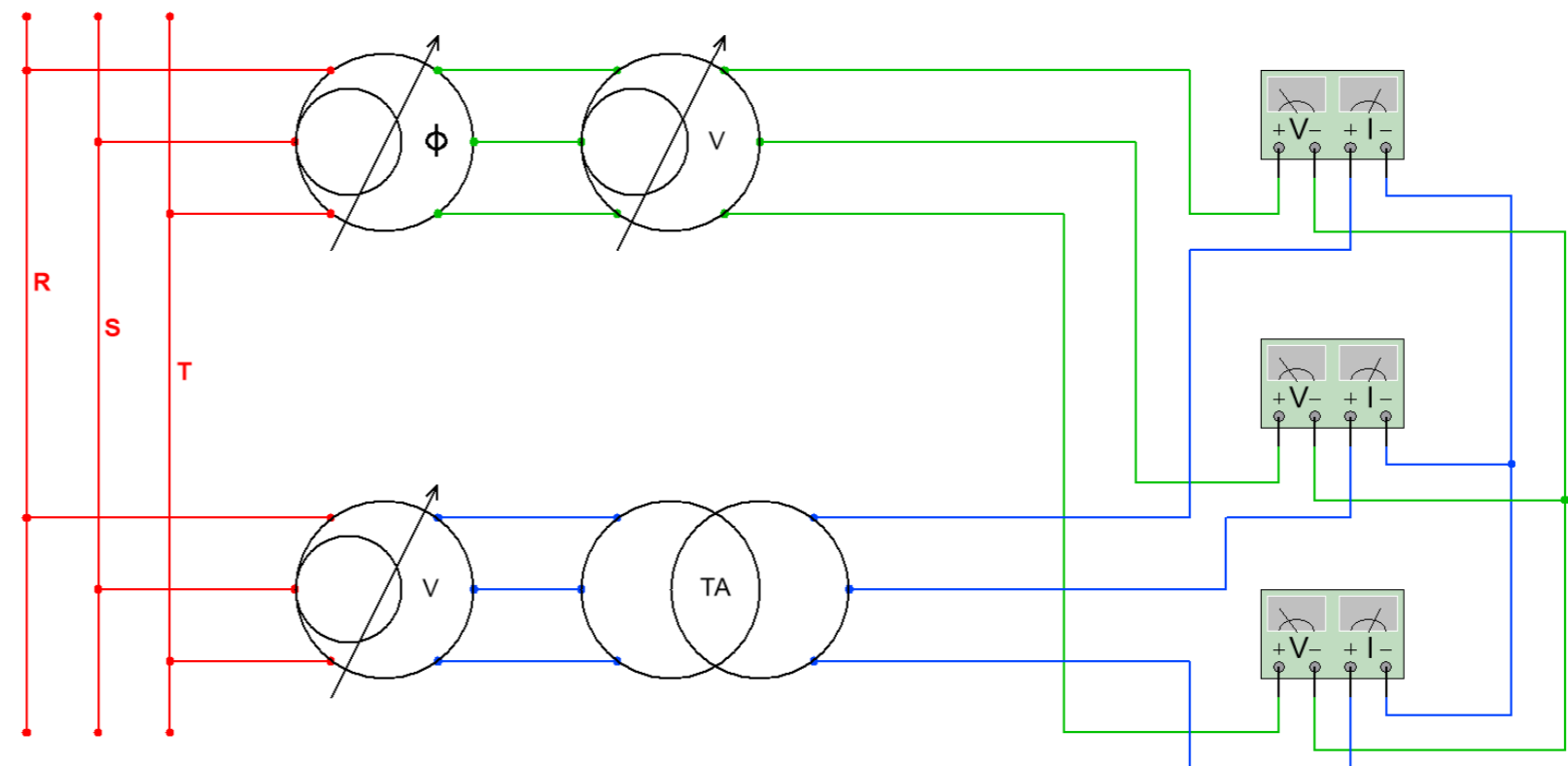
La misura di potenza è stata effettuata tramite il metodo del Carico Fittizio.

Esso consiste nella separazione delle alimentazioni voltmetriche ed amperometriche dei wattmetri per ottenere misure di **potenza elevata** evitando problemi di consumo eccessivo.

La separazione delle alimentazioni è permessa dal banco di regolazione, che consente, inoltre, di variare ampiezza e fase delle tensioni ed ampiezza delle correnti tramite opportuni trasformatori variabili integrati in esso.

Inserzione di 3 wattmetri monofase

Nel primo caso sono stati utilizzati 3 wattmetri numerici per effettuare una misura di potenza trifase con il metodo del carico fittizio.



I morsetti voltmetrici dei wattmetri sono stati connessi in modo da collegare i morsetti positivi alle varie fasi R-S-T ed i morsetti negativi tra di loro così da realizzare un centro stella.

I morsetti amperometrici dei wattmetri sono stati collegati in modo da misurare la corrente di linea della fase, facendo attenzione a mantenere la concordanza tra la tensione e la corrente misurate.

Una volta chiuso l'interruttore sono stati rilevati sui 3 dispositivi i valori di potenza monofase e i valori efficaci delle tensioni e delle correnti di ogni singola fase.

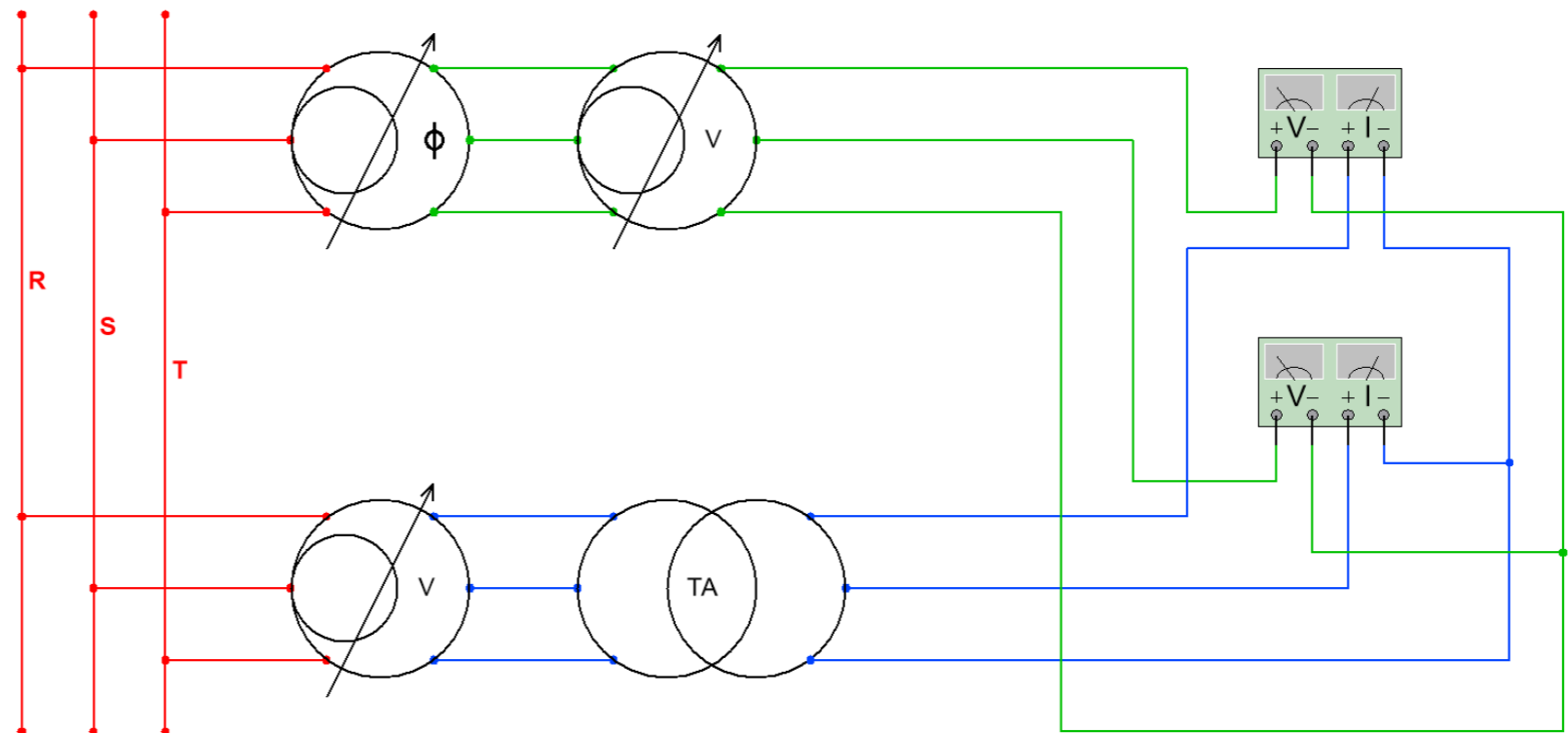
Successivamente, mediante il menù degli strumenti, sono stati misurati anche i valori di picco della tensione e della corrente, nonché la frequenza.

Una volta rilevati tali valori a $\cos(\varphi)$ nominale pari ad 1 si passa alla valutazione della potenza trifase a $\cos(\varphi)$ nominale basso. Le stesse condizioni misurazioni sono state eseguite, successivamente, mediante inserzione Aron.

Inserzione Aron

Tramite tale inserzione viene eliminato un wattmetro dal circuito di misura prima descritto e viene cambiata ovviamente la disposizione che, anziché risultare legata singolarmente alle 3 fasi R-S-T, vede il posizionamento degli strumenti tra le fasi RT e ST.

I morsetti voltmetrici dei wattmetri sono stati disposti scegliendo come fase comune la fase T e collegando i morsetti positivi alle altre due fasi in modo da misurare le tensioni concatenate V_{RT} e V_{ST} .



I morsetti amperometrici dei wattmetri sono stati collegati in modo da essere attraversate rispettivamente dalle correnti di linea I_R ed I_S .

Tali correnti si richiudono sulla fase T.

Vengono rilevate, quindi, le misurazioni di potenza. Viene eseguita prima la misurazione a $\cos(\varphi)$ basso, per essere certi che, non avendo modificato il banco di regolazione, il $\cos(\varphi)$ è lo stesso di quello impostato nella misurazione con tre wattmetri. Successivamente si agisce sul banco per tornare alla configurazione di $\cos(\varphi)$ pari a 1.

Atto della Misurazione

Lavorando con l'alimentazione di rete si hanno le seguenti grandezze nominali:

$$E_{nom} = 230 \text{ V} \quad I_{nom} = 5 \text{ A} \quad f_{nom} = 50 \text{ Hz}$$

Le misure effettuate tramite inserzione a tre wattmetri sono le seguenti:

Misura con inserzione a tre wattmetri			
Grandezze misurate per $\cos\phi_{nom}=1$	Fase di riferimento		
	R	S	T
Potenza Attiva			
Tensione in valore efficace			
Corrente in valore efficace			
Frequenza			
Tensione di picco			
Corrente di picco			

Misura con inserzione a tre wattmetri			
Grandezze misurate per un valore basso di $\cos\phi$	Fase di riferimento		
	R	S	T
Potenza Attiva			
Tensione in valore efficace			
Corrente in valore efficace			
Frequenza			
Tensione di picco			
Corrente di picco			

Le misure effettuate con inserzione Aron sono le seguenti:

Misura con inserzione Aron		
Grandezze misurate per $\cos\phi=1$	Fase di Corrente - Fasi di Tensione	
	R-RT	S-ST
Potenza Attiva		
Tensione in valore efficace		
Corrente in valore efficace		
Frequenza		
Tensione di picco		
Corrente di picco		

Misura con inserzione Aron		
Grandezze misurate per un valore basso di $\cos\phi$	Fase di Corrente - Fasi di Tensione	
	R-RT	S-ST
Potenza Attiva		
Tensione in valore efficace		
Corrente in valore efficace		
Frequenza		
Tensione di picco		
Corrente di picco		

Elaborazione dei Dati

Per ogni grandezza è stata effettuata un'unica misurazione.

I valori attesi delle grandezze misurate coincidono quindi con i valori letti.

Tutte le incertezze sono calcolate come tolleranze, a partire dalle specifiche degli strumenti utilizzati o tramite la legge di propagazione delle incertezze del modello deterministico per le misure indirette.

Il Fattore di Potenza Convenzionale è per definizione

$$PF = \frac{P_{attiva}}{P_{apparente}} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}}$$

Si ipotizza inoltre che tutte le grandezze siano perfettamente sinusoidali, per cui in questo caso il fattore di potenza è proprio il coseno dell'angolo di sfasamento tra tensione e corrente.

$$PF = \cos(\varphi)$$

Le misure dirette effettuate sono V , I , f e P .

Si considerino le tensioni efficaci misurate V .

Per ricavare le incertezze relative a tali misure si applica la relazione fornita dalle specifiche

$$\Delta V = 0.1\% \cdot V_{letto} + 0.1\% \cdot V_{range} + 10mV$$

dove V_{range} è dettato dalle specifiche in base al valore di picco V_p misurato e risulta essere la portata dello strumento immediatamente superiore al valore V_p stesso.

Si considerino le correnti efficaci misurate I .

Per ricavare le incertezze relative a tali misure si applica la relazione fornita dalle specifiche

$$\Delta I = 0.1\% \cdot I_{letto} + 0.1\% \cdot I_{range} + 1mA$$

dove anche in questo caso I_{range} è dettato dalle specifiche in base al valore di picco I_p misurato e risulta essere la portata dello strumento immediatamente superiore al valore I_p stesso.

Si considerino le frequenze misurate f .

Secondo le specifiche le incertezze ad esse relative sono pari a

$$\Delta f = 0.2\% \cdot f_{letto}$$

Si considerino le potenze attive misurate P .

Secondo le specifiche dei wattmetri utilizzati le incertezze si ricavano come

$$\Delta P = 0.2\% \cdot P_{\text{letto}} + 0.2\% \cdot P_{\text{range}} + 5mW + 0.3\% \cdot \frac{f}{1kHz} \cdot P_{\text{letto}}$$

dove in questo caso il range dipende dalle portate sulla tensione efficace e sulla corrente efficace relative alla stessa misura tramite la relazione

$$P_{\text{range}} = V_{\text{range}} \cdot I_{\text{range}}$$

Si possono perciò valutare le grandezze di interesse ricavate con entrambi i metodi in entrambe le condizioni operative esaminate.

Misura con tre Wattmetri

Sono state misurate le tensioni di fase E , le correnti di linea I e le potenze attive P delle singole fasi R-S-T .

Partendo dai valori di E e di I si ricava la potenza apparente di una singola fase come

$$A = E \cdot I$$

e la relativa incertezza come

$$\Delta A = |E| \cdot \Delta I + |I| \cdot \Delta E$$

Si ricava quindi il fattore di potenza di ogni singola fase come

$$\cos\varphi = \frac{P}{A}$$

e la relativa incertezza come

$$\Delta(\cos\varphi) = \left| \frac{1}{A} \right| \Delta P + \left| \frac{P}{A^2} \right| \Delta A$$

Si riportano quindi i risultati ottenuti in entrambe le condizioni di esercizio.

Misura con inserzione a tre wattmetri				
Grandezze ottenute a $\cos\phi_{nom}=1$		Fase di Riferimento		
		R	S	T
Tensione Efficace E	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Corrente Efficace I	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Potenza Attiva P	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Potenza Apparente A	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Fattore di Potenza $\cos\phi$	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Frequenza f	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			

Misura con inserzione a tre wattmetri				
Grandezze ottenute a basso $\cos\phi_{nom}$		Fase di Riferimento		
		R	S	T
Tensione Efficace E	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Corrente Efficace I	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Potenza Attiva P	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Potenza Apparente A	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Fattore di Potenza $\cos\phi$	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			
Frequenza f	Valore Atteso			
	Tolleranza			
	Misura			

La Potenza Attiva Totale misurata è la somma delle Potenze misurate su ogni singola fase, quindi

$$P_{tot} = P_R + P_S + P_T$$

e l'incertezza si ricava quindi come

$$\Delta P_{tot} = \Delta P_R + \Delta P_S + \Delta P_T$$

Il Fattore di Potenza Equivalente è

$$\cos\varphi_{eq} = \frac{\cos\varphi_R + \cos\varphi_S + \cos\varphi_T}{3}$$

e l'incertezza ad esso relativa è

$$\Delta(\cos\varphi_{eq}) = \frac{\Delta(\cos\varphi_R) + \Delta(\cos\varphi_S) + \Delta(\cos\varphi_T)}{3}$$

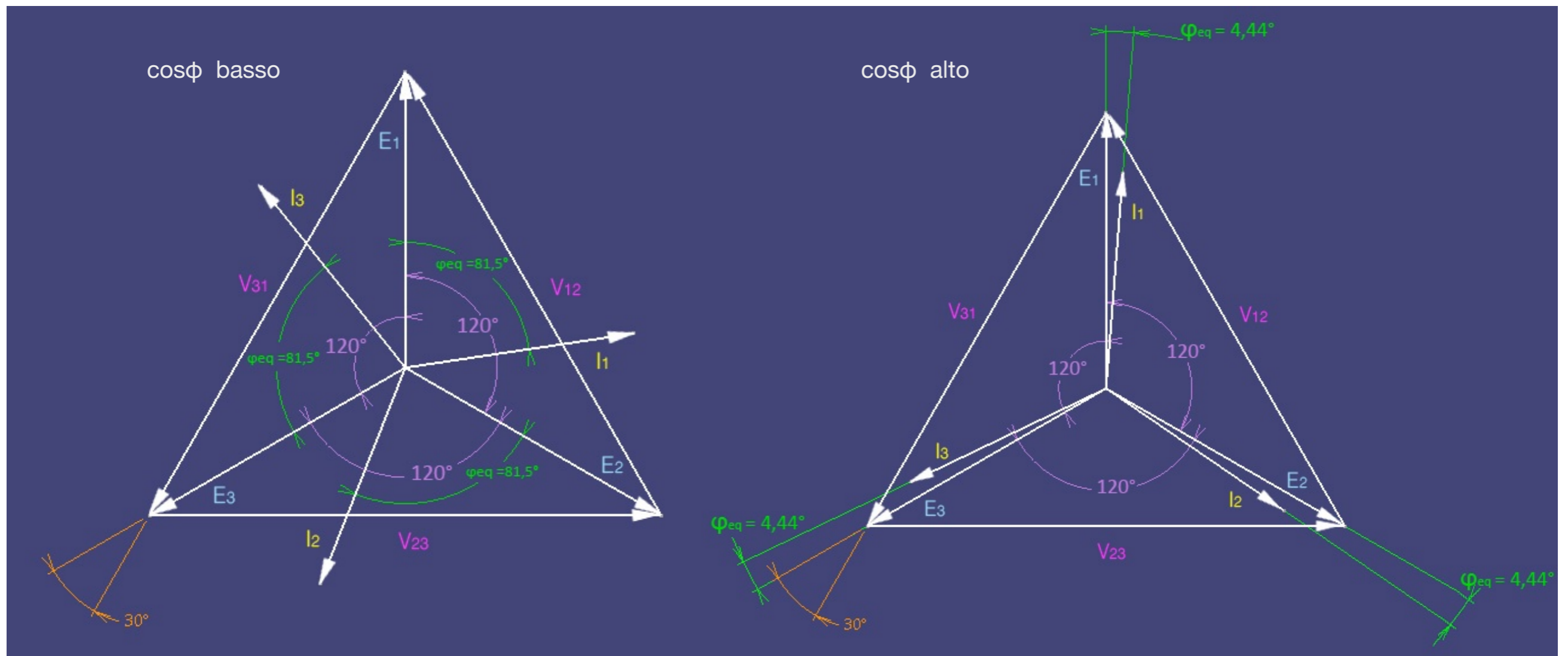
Quest'ultimo è il fattore di potenza che avrebbe un carico equilibrato che, sottoposto alle stesse tensioni efficaci di fase ed attraversato dalle stesse correnti efficaci di linea, dissipa la stessa potenza attiva totale ricavata.

Si ricavano perciò i seguenti risultati

Grandezze ottenute a $\cos\phi_{nom}=1$		Misura con inserzione a tre wattmetri
Potenza Attiva Totale P_{tot}	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	(±) kW
Fattore di Potenza Equivalente $\cos\phi_{eq}$	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	±

Grandezze ottenute a basso $\cos\phi_{nom}$		Misura con inserzione a tre wattmetri
Potenza Attiva Totale P_{tot}	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	(±) kW
Fattore di Potenza Equivalente $\cos\phi_{eq}$	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	±

Il diagramma fasoriale del sistema, nelle ipotesi di considerare gli sfasamenti equivalenti, è il seguente.



Misura con Inserzione Aron

Sono state misurate le Tensioni Concatenate V relative alle coppie RT ed ST (prendendo come riferimento la fase T), le Correnti di linea I relative alle fasi R ed S e le Potenze Attive P delle coppie correnti-tensioni R-RT ed S-ST.

Misura con inserzione Aron			
Grandezze ottenute a $\cos\phi_{nom}=1$		Fase di Corrente - Fasi di Tensione	
		R-RT	S-ST
Tensione Efficace V	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) V$	$(\pm) V$
Corrente Efficace I	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) A$	$(\pm) A$
Potenza Attiva P	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) kW$	$(\pm) kW$
Frequenza f	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) Hz$	$(\pm) Hz$

Si riportano i risultati ottenuti in entrambe le condizioni di esercizio.

Misura con inserzione Aron			
Grandezze ottenute a basso $\cos\phi_{nom}$		Fase di Corrente - Fasi di Tensione	
		R-RT	S-ST
Tensione Efficace V	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) V$	$(\pm) V$
Corrente Efficace I	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) A$	$(\pm) A$
Potenza Attiva P	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) kW$	$(\pm) kW$
Frequenza f	Valore Atteso		
	Tolleranza		
	Misura	$(\pm) Hz$	$(\pm) Hz$

La Tensione Concatenata Media applicata al sistema è la media delle tensioni misurate

$$V_M = \frac{V_{RT} + V_{ST}}{2}$$

e la relativa incertezza è

$$\Delta V_M = \frac{\Delta V_{RT} + \Delta V_{ST}}{2}$$

Analogamente la Corrente Di Fase Media è la media delle correnti di fase misurate, perciò

$$I_M = \frac{I_R + I_S}{2}$$

e la relativa incertezza è

$$\Delta I_M = \frac{\Delta I_R + \Delta I_S}{2}$$

La Potenza Attiva Totale come conseguenza del Teorema di Aron è la somma delle letture di potenza dei due wattmetri, per cui

$$P_{tot} = P_{R-RT} + P_{S-ST}$$

e l'incertezza si ricava quindi come

$$\Delta P_{tot} = \Delta P_{R-RT} + \Delta P_{S-ST}$$

La Potenza Apparente Nominale totale, nell'ipotesi che la tensione concatenata applicata al sistema e le correnti di fase circolanti siano rispettivamente pari alla tensione concatenata media ed alla corrente di fase media, si ricava come

$$A_{tot} = \sqrt{3} \cdot V \cdot I$$

e la relativa incertezza si ricava come

$$\Delta A_{tot} = \sqrt{3} \cdot (|V| \Delta I + |I| \Delta V)$$

Il Fattore di Potenza equivalente si ricava come

$$\cos \varphi_{eq} = \frac{P_{tot}}{A_{tot}}$$

e l'incertezza si ricava come

$$\Delta(\cos \varphi_{eq}) = \left| \frac{1}{A_{tot}} \right| \Delta P_{tot} + \left| \frac{P_{tot}}{A_{tot}^2} \right| \Delta A_{tot}$$

Quest'ultimo è il fattore di potenza che avrebbe un carico equilibrato che, sottoposto alla tensione concatenata media ed attraversato dalla corrente di fase media, dissipa la stessa potenza attiva totale ricavata.

Si ricavano i seguenti risultati

Grandezze ottenute a $\cos\phi_{nom}=1$		Misura con inserzione Aron
Tensione Concatenata Media V_m	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) V$
Corrente di Fase Media I_m	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) A$
Potenza Attiva Totale P_{tot}	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) kW$
Potenza Apparente Totale A_{tot}	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) kW$
Fattore di Potenza Equivalente $\cos\phi_{eq}$	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	\pm

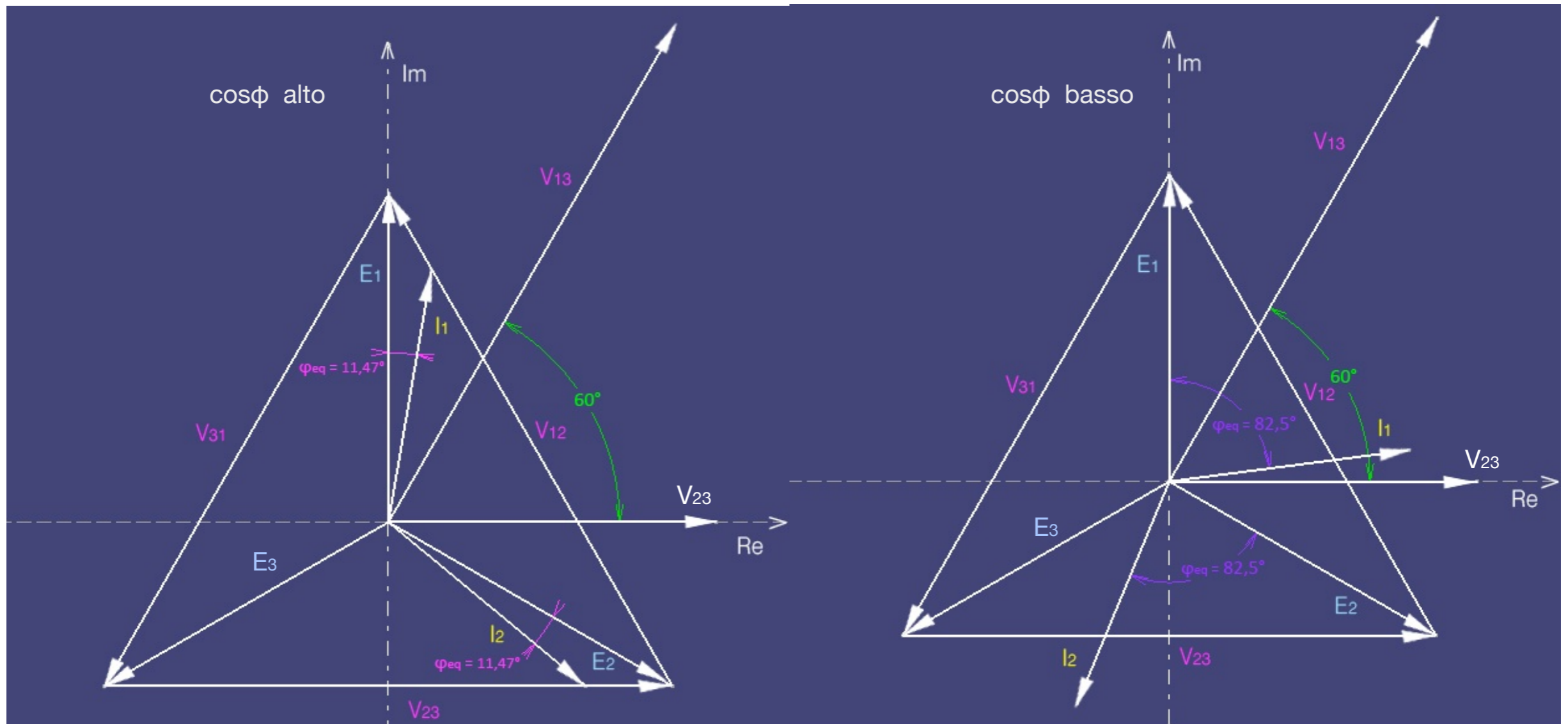
Grandezze ottenute a basso $\cos\phi_{nom}$		Misura con inserzione Aron
Tensione Concatenata Media V_m	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) V$
Corrente di Fase Media I_m	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) A$
Potenza Attiva Totale P_{tot}	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) kW$
Potenza Apparente Totale A_{tot}	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	$(\pm) kW$
Fattore di Potenza Equivalente $\cos\phi_{eq}$	Valore Atteso	
	Tolleranza	
	Misura	\pm

Il diagramma fasoriale del sistema, nelle ipotesi di considerare gli sfasamenti equivalenti, è il seguente.
 Le potenze misurate dai wattmetri sono

$$P_{W1} = \text{Re}\left\{\bar{V}_{13} \cdot \hat{I}_1\right\} = V_{13}I_1\cos(30^\circ - \varphi_{eq})$$

ed

$$P_{W2} = \text{Re}\left\{\bar{V}_{23} \cdot \hat{I}_2\right\} = V_{23}I_2\cos(30^\circ + \varphi_{eq})$$



Confronto dei Risultati

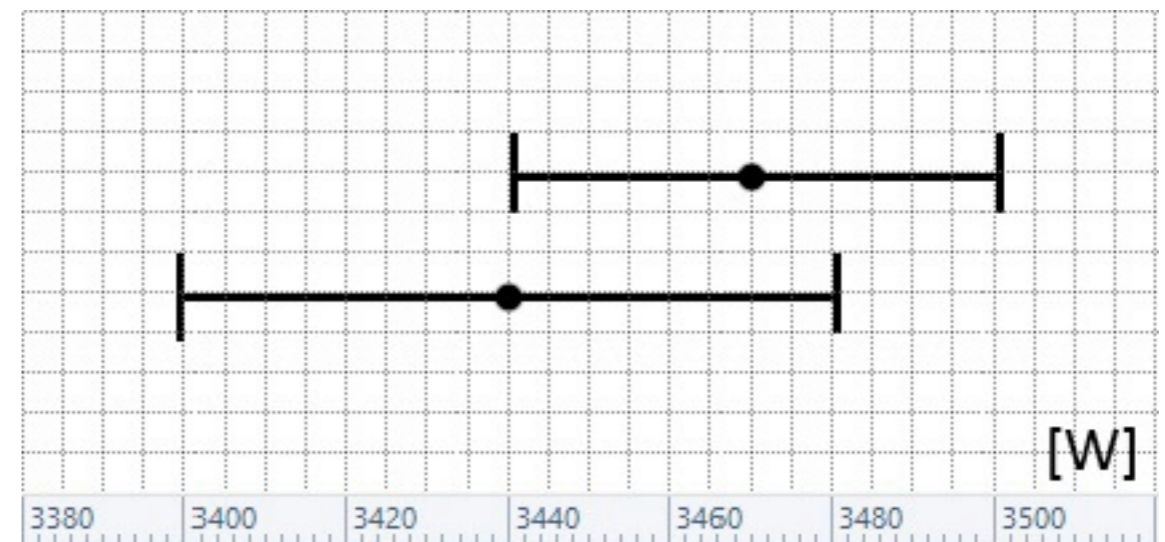
Si intende confrontare i risultati ottenuti sulla Potenza Attiva Totale assorbita e sul Fattore di Potenza Equivalente ricavato tramite i due differenti metodi impiegati.

- Confronto a $\cos\varphi_{nom} = 1$

Confronto a $\cos\varphi_{nom}=1$	Misura con inserzione a tre wattmetri	Misura con inserzione Aron
Potenza Attiva Totale P_{tot}	(\pm) kW	(\pm) kW
Fattore di Potenza Equivalente $\cos\varphi_{eq}$	\pm	\pm

Si osserva che entrambe le grandezze sono compatibili in entrambe le condizioni operative.

La misura con 3 wattmetri consente di ottenere delle incertezze inferiori rispetto alla misura con inserzione Aron.



- Confronto a basso $\cos\varphi_{nom}$

Confronto a basso $\cos\varphi_{nom}$	Misura con inserzione a tre wattmetri	Misura con inserzione Aron
Potenza Attiva Totale P_{tot}	(±) kW	(±) kW
Fattore di Potenza Equivalente $\cos\varphi_{eq}$	±	±

Le misure effettuate con inserzione a 3 wattmetri consentono di ottenere incertezze decisamente minori rispetto alle misure effettuate con inserzione Aron.

Si osserva inoltre che anche in questo caso le misure di potenza totale sono compatibili, mentre quelle del fattore di potenza equivalente non sono compatibili.

