

Fig.5.26-1

4°) Se un sistema ad n gradi di libertà è eccitato a vibrare da forze armoniche della stessa pulsazione ω , tutte le masse del sistema oscillano con legge armonica di pulsazione ω .

Al variare di ω si manifestano n fenomeni di risonanza, ciascuno dei quali caratterizzato dal fatto che $\omega = \omega_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$). In prossimità di ciascuna risonanza il sistema oscilla con una linea elastica praticamente simile a quella del modo di vibrare in risonanza con le cause eccitanti.

CAPITOLO 6

BILANCIAMENTO DEGLI ORGANI ROTANTI RIGIDI

6.1 Premessa

Nel Cap.3 è stato messo in evidenza che il rotore di una macchina, pur essendo progettato e costruito per ruotare intorno ad un asse centrale d'inerzia, ruota di fatto intorno ad un asse che non è né baricentrico né principale d'inerzia.

Per questo motivo durante la rotazione si generano una forza ed una coppia d'inerzia (v. par.3.5), rotanti col rotore, che costituiscono le principali cause di indesiderate vibrazioni della macchina.

Si ricordi che con la dizione "rotore di una macchina" in genere si intende la parte rotante di macchine a regime assoluto, quali turbine, compressori assiali o centrifughi, motori elettrici, ecc.

Ma quanto sarà detto a proposito del rotore di una macchina è valido per tutti gli organi o sistemi meccanici rotanti, tra i quali ricordiamo i volani, gli alberi a gomiti delle macchine alternative, le eliche per la propulsione navale ed aerea, le ruote degli autoveicoli, ecc.

Si è anche accennato nel Cap.3 che far coincidere l'asse di rotazione con un asse centrale d'inerzia richiederebbe una perfezione tecnica che è irraggiungibile in pratica.

Pur essendo questo concetto chiaro ed indiscutibile, è tuttavia opportuno accennare che tra le più comuni, inevitabili cause di imprecisione costruttiva figurano:

- 1) gli errori di lavorazione alle macchine utensili,
- 2) gli effetti di accumulo delle tolleranze di lavorazione nell'assemblaggio delle varie parti che costituiscono il rotore,
- 3) le distorsioni dovute al montaggio a caldo,
- 4) le soffiature od inclusioni nei pezzi ricavati a partire da semilavorati ottenuti per fusione.

Per i motivi suddetti ciascun rotore od organo rotante, alla fine delle operazioni costruttive, deve essere opportunamente bilanciato allo scopo di ridurne lo sbilanciamento fino a portarlo al di sotto di un valore (sbilanciamento residuo), che le norme fissano per ciascun tipo di rotore.

È da osservare inoltre che nel corso del normale funzionamento della macchina lo sbilanciamento del rotore in genere aumenta, sicché si rende spesso necessario includere, tra le revisioni periodiche della macchina stessa, un bilanciamento del rotore.

Tra i motivi che portano al suddetto aumento dello sbilanciamento si ricordano:

- 1) l'accumulo di depositi sul rotore, quando lo stesso ruota in un mezzo (gas, vapore, acqua, ecc.), che trasporta sostanze che lentamente ed in maniera non uniforme si fissano al rotore;
- 2) la corrosione di alcune parti del rotore per effetto di altre sostanze trasportate dal fluido che evolve nella macchina;
- 3) la deformazione dell'organo rotante conseguente ad urti accidentali.

Se infine, tra le operazioni di revisione di una macchina è richiesto lo smontaggio di alcune parti del rotore, a rimontaggio effettuato è necessario procedere ad un nuovo bilanciamento del sistema completo.

Per quanto si riferisce agli effetti negativi delle vibrazioni provocate dallo sbilanciamento di un rotore ricordiamo:

- a) l'usura dei cuscinetti e delle tenute;
- b) le rotture per fenomeni di fatica;
- c) le vibrazioni delle strutture di sostegno della macchina (fondazioni delle macchine) e delle strutture disposte nelle immediate vicinanze;
- d) la rumorosità che può raggiungere livelli sonori inaccettabili.

In questo capitolo i rotori e gli organi rotanti saranno considerati corpi rigidi: questa approssimazione è accettabile per rotori che funzionano ad una velocità angolare sensibilmente più bassa della prima velocità critica (v. Cap.7).

In queste condizioni la deformazione del rotore risulta trascurabile, non tanto perché sono relativamente modeste la forza e la coppia d'inerzia, che lo sollecitano, ma perché è piccolo il valore del coefficiente di amplificazione.

Per rotori destinati a funzionare al disopra della prima velocità critica e cioè ad una velocità angolare compresa, ad es., tra la prima e la seconda critica, non è più possibile ritenere il rotore indeformabile.

In questi casi il bilanciamento va eseguito tenendo conto della deformazione del sistema in corrispondenza della velocità di funzionamento del rotore.

6.2 Sbilanciamento statico e dinamico di un rotore

Si è già detto nel Cap.3 che un rotore si dice staticamente sbilanciato, se esso ruota intorno ad un asse non baricentrico ma principale d'inerzia, mentre si dice dinamicamente sbilanciato, se esso ruota intorno ad un asse baricentrico ma non centrale d'inerzia.

È da osservare che lo sbilanciamento statico è così chiamato perché può essere evidenziato mediante una prova statica, senza cioè mettere in rotazione il rotore.

La prova consiste nel disporre il rotore (v. fig.6.2-1,a) su due appoggi a rulli A , con l'asse di rotazione (asse geometrico delle due portate P) orizzontale.

I due rulli R di ciascun appoggio A ruotano folli intorno ai rispettivi assi e , con lo scopo di ridurre le forze d'attrito, sono montati su cuscinetti a sfere.

In queste condizioni è sufficiente un piccolo momento per mettere in rotazione il rotore e tale rotazione avviene intorno all'asse del rotore, la cui traccia O (v. fig.6.2-1,a) coincide con l'intersezione delle due normali n_1 ed n_2 comuni, condotte nei punti di contatto tra la portata ed i rulli.

Nelle condizioni descritte la forza peso P del rotore (v. fig.6.2-1,b) ha un momento rispetto al polo O , dato da $P \sin \theta$, momento che tende a portare il rotore nella posizione di equilibrio stabile, che vede il baricentro G disposto sulla verticale passante per O .

Raggiunta questa posizione, il valore del momento della forza peso si annulla ($\theta = 0$).

È da osservare che l'altra posizione di equilibrio del rotore, rappresentata nella fig.6.2-1,c), è di equilibrio instabile.

Si può concludere dicendo che lo sbilanciamento statico del rotore è messo in evidenza dalla circostanza che il rotore, posto in una posizione angolare qualsiasi, si mette in rotazione raggiungendo alla fine la posizione di equilibrio stabile.

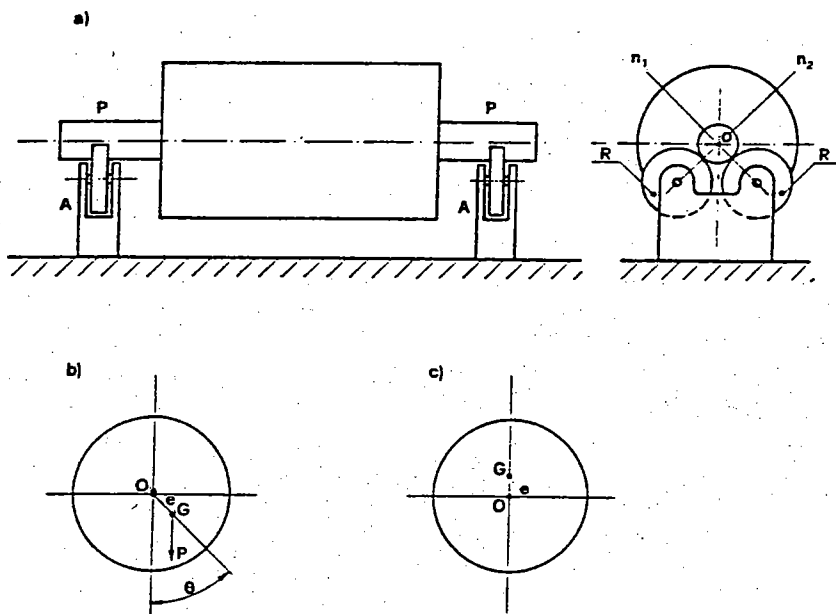


Fig.6.2-1

Lo sbilanciamento dinamico di un rotore non può essere messo in evidenza con una prova di questo tipo, in quanto, essendo l'asse di rotazione baricentrico, il rotore, portato in una qualsiasi posizione angolare, vi resta (equilibrio indifferente).

Per mettere in evidenza la presenza di uno sbilanciamento dinamico è necessario porre in rotazione ($\omega = \text{cost}$) il rotore: ciò provoca l'insorgere di una coppia d'inerzia rotante, che provoca la vibrazione dei supporti.

È infine da sottolineare che se il rotore è staticamente sbilanciato e viene messo in rotazione, lo sbilanciamento statico darà luogo ad una forza centrifuga $M\omega^2$ e che anche tale forza provoca la vibrazione dei supporti.

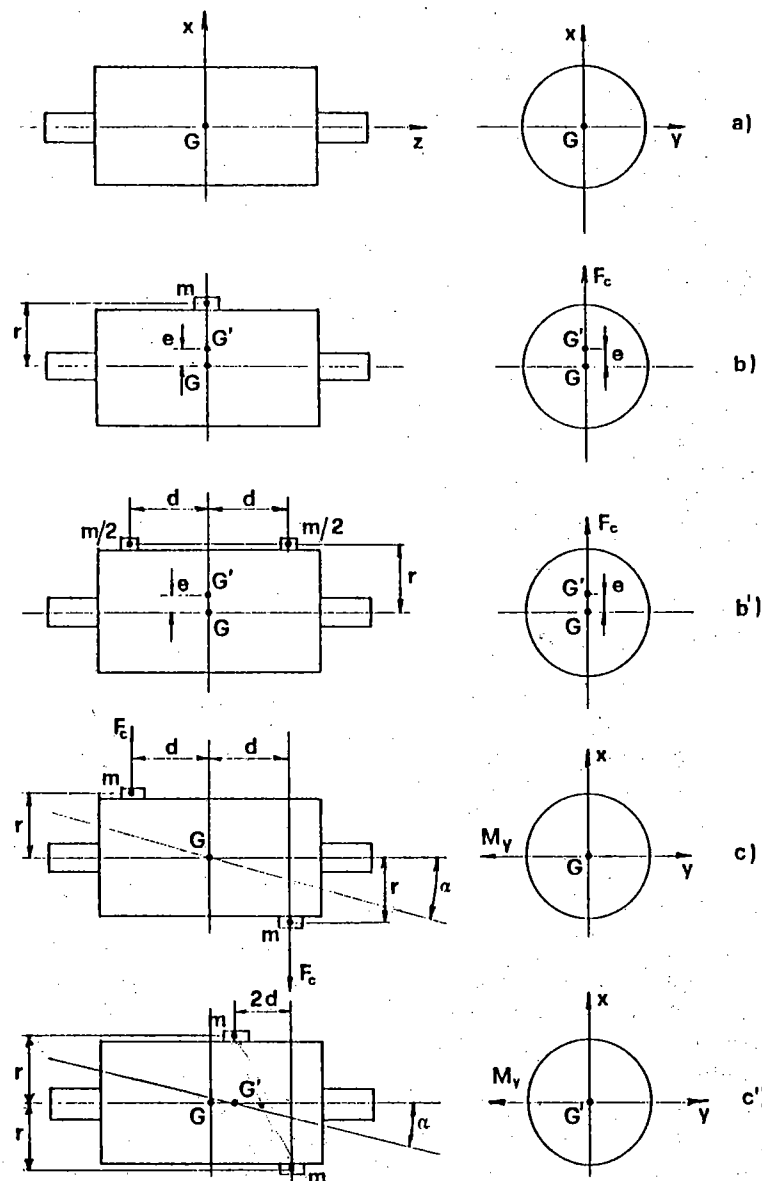


Fig.6.2-2

Per caratterizzare questi due tipi di sbilanciamento consideriamo un rotore rigido, costituito da materiale omogeneo, avente la forma di un solido di rivoluzione (p. es. cilindrico) che ruoti intorno al suo asse di figura (v. fig.6.2-2a): un rotore ideale siffatto sarebbe perfettamente bilanciato.

Esso diventa staticamente sbilanciato se una piccola massa "sbilanciante" m , che considereremo puntiforme, viene disposta sulla superficie esterna del cilindro, in corrispondenza della mezzeria del corpo (v. fig.6.2-2b).

Per l'applicazione della massa m , il baricentro G' del rotore, ora di massa $(M + m)$, si sposta dall'asse di rotazione, avvicinandosi ad m .

Indicando con:

M = massa del rotore,

m = massa sbilanciante,

r = distanza di m dall'asse di rotazione,

e = distanza di G' dall'asse di rotazione,

la relazione che esprime che G' è il nuovo baricentro del sistema si scrive:

$$m(r - e) = Me$$

dalla quale si ricava:

$$e = mr / (M + m) \cong mr / M \quad (6.2-1)$$

È da notare che anche con la disposizione di due masse $m/2$ nello stesso piano assiale, equidistanti dall'asse x (v. fig.6.2-2b') il rotore risulta staticamente sbilanciato e vale la (6.2-1).

In entrambi i casi, rappresentati in fig.6.2-2,b) e b'), lo sbilanciamento statico provoca, durante la rotazione del rotore, una forza centrifuga F data da:

$$F = (M + m)\omega^2 e = mr\omega^2$$

Il rotore di fig.6.2-2,a), diventa dinamicamente sbilanciato, se (v. fig.6.2-2,c) ad esso si aggiungono due masse sbilancianti m , disposte in un piano passante per l'asse del rotore, e ad una eguale distanza dall'asse suddetto.

Se le due masse sono inoltre disposte ad uguale distanza dal baricentro G del rotore (v. fig.6.2-2,c) il baricentro del sistema $(M + 2m)$ è ancora G , mentre l'asse centrale d'inerzia si inclina di un angolo α rispetto all'asse di rotazione.

Se le due masse m , sempre disposte in uno stesso piano assiale e ad uguale distanza r dall'asse di rotazione, non sono equidistanti da G , il baricentro

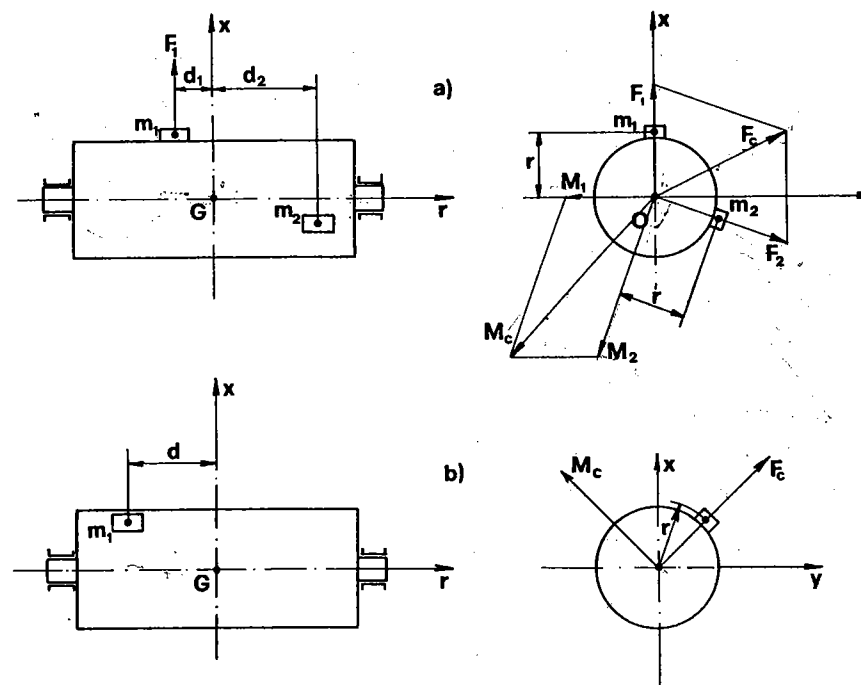


Fig.6.2-3

dell'intero sistema $(M + 2m)$ si sposta in G' , l'asse principale d'inerzia si inclina di un angolo α rispetto all'asse di rotazione e quindi, come nel caso della fig.6.2-2,c), l'asse di rotazione è ancora baricentrico, ma non centrale d'inerzia.

Con i simboli riportati in fig.6.2-2,c) e, c') il momento M_y delle forze d'inerzia, rotante col rotore, ha un valore:

$$M_y = F_c \cdot 2d = 2mr\omega^2 d$$

Nel caso più generale di rotore sbilanciato sia staticamente che dinamicamente, le due masse sbilanciatrici m_1 ed m_2 , non più necessariamente uguali, giacciono in due piani assiali diversi (v. fig.6.2-3).

Durante la rotazione del rotore esse diventano sede di due forze d'inerzia centrifughe F_1 ed F_2 di modulo:

$$F_1 = m_1 r \omega^2 \quad ; \quad F_2 = m_2 r \omega^2$$

la cui risultante F , è segnata in fig.6.2-3,a).

Sulla stessa figura sono riportati i momenti M_1 ed M_2 delle forze F_1 ed F_2 rispetto al baricentro G' (praticamente coincidente con G) dell'intero sistema, ed il momento risultante M .

È da notare che anche nel caso rappresentato in fig.6.2-3,b) l'unica massa m , posta a distanza d dal piano xy , rende il rotore sbilanciato sia staticamente che dinamicamente: durante la rotazione del rotore si genera una forza centrifuga F_c ed un momento M_c (v. fig.5.2-3,b), i cui moduli sono dati da:

$$F_c = mr\omega^2$$

$$M_c = mr\omega^2 d$$

In definitiva l'aggiunta di una o due masse sbilanciati m_1 ed m_2 in due piani assiali qualsiasi genera, nella rotazione, una forza d'inerzia centrifuga F_c ed un momento delle forze d'inerzia M_c : per quanto detto nel par.3.2 il rotore risulta così sia staticamente che dinamicamente sbilanciato.

6.3 Bilanciamento: masse bilanciatri e piani di correzione

Dopo quanto detto nel paragrafo precedente, si vuole adesso dimostrare che in ciascuno dei tre casi di sbilanciamento considerati è possibile bilanciare il rotore considerato e quindi qualsiasi rotore reale, mediante l'applicazione di due sole masse bilanciatri: i due piani, normali all'asse di rotazione e che contengono ciascuno una massa bilanciatri, prendono il nome di piani di correzione e, pur potendo essere qualsiasi, vengono tuttavia fissati opportunamente, allo scopo di evitare che le operazioni di bilanciamento possano influire negativamente sulla funzionalità del rotore.

In fig. 6.3-1,a) e b) sono riportati nell'ordine i casi di sbilanciamento statico e dinamico di fig.6.2-2,b) e c).

Supponiamo adesso che i piani di correzione coincidano con i piani I e II delle due facce terminali del rotore.

Nel caso dello sbilanciamento statico di fig.6.3-1,a), le due masse bilanciatri m' vanno disposte nello stesso piano assiale contenente la massa sbilanciante m e ad una distanza r' dall'asse di rotazione; esse debbono soddisfare alla relazione:

$$2m'r' = mr \quad (6.3-1)$$

che assicura che il baricentro G del sistema, costituito dal rotore e dalle masse m ed m' , giace sull'asse di figura del rotore.

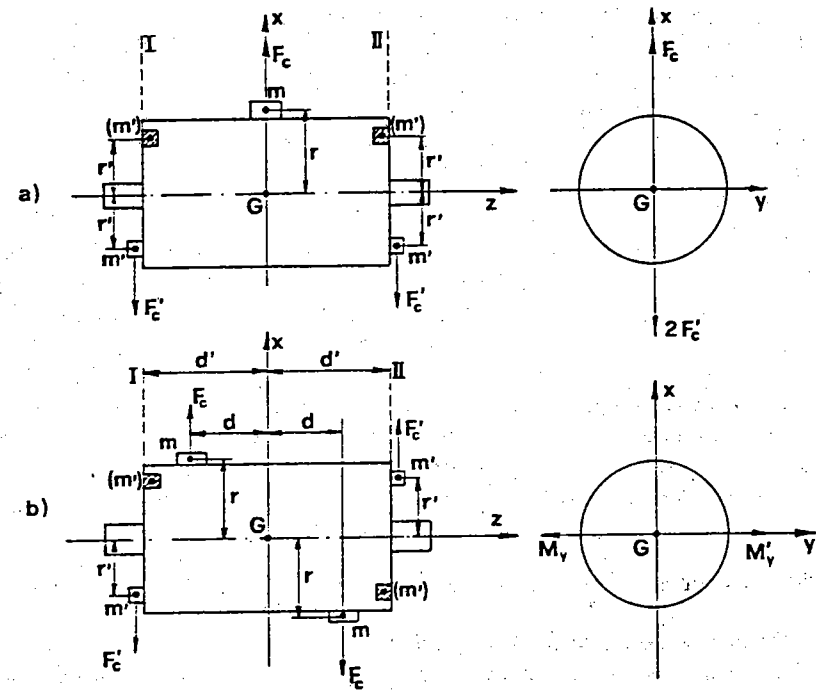


Fig.6.3-1

È evidente che durante la rotazione la forza centrifuga F_c , dovuta alla massa m , sarà bilanciata dalla risultante $2F_c'$ delle forze centrifughe dovute alle due masse m' , risultando per la (6.3-1):

$$F_c = mr\omega^2 = 2F_c' = 2m'r'\omega^2 \quad (6.3-2)$$

Le masse m' , che soddisfano la (6.3-1), risultano tanto più piccole quanto più grande è r' , cosicché è conveniente disporre le masse bilanciatri alla maggiore distanza possibile dall'asse di rotazione.

Lo stesso risultato, ottenuto con l'aggiunta delle due masse m' , può essere raggiunto "asportando", mediante foratura del rotore, due masse (m'), tratteggiate in figura, che debbono risultare simmetriche delle masse bilanciatri m' rispetto all'asse di rotazione del rotore.

Nel caso di sbilanciamento dinamico (v. fig.6.3-1,b) le due masse bilanciatri m' debbono essere disposte nello stesso piano assiale che contiene le

m ed in modo da dar luogo, durante la rotazione, ad una coppia uguale e contraria a quella dovuta alle masse m : indicati con M_y ed M'_y i momenti di tali coppie, con i simboli riportati in fig.6.3-1,b) dovrà risultare:

$$M_y = 2F_c d = 2mr\omega^2 d = M'_y = 2F'_c d' = 2m'r'\omega^2 d'$$

e quindi:

$$mrd = m'r'd' \quad (6.3-3)$$

Anche in questo caso il valore delle masse bilancianti m' risulta (v. la 6.3-3) tanto più piccolo quanto più grande è r' , cosicché anche in questo caso conviene che r' sia il più grande possibile.

È opportuno osservare che se è soddisfatta la (6.3-3), il prodotto d'inerzia I_{xz} delle due masse sbilanciatrici m ed il prodotto d'inerzia I'_{xz} delle due masse bilancianti m' risultano uguali e di segno contrario.

Risulta infatti:

$$I_{xz} = \sum_1^2 mxz = -2mrd$$

$$I'_{xz} = \sum_1^2 m'x'z' = 2m'd'r' \quad (6.3-4)$$

Le (6.3-4) assicurano che il prodotto d'inerzia I_{xz} dell'intero sistema ($M, 2m, 2m'$) è nullo, così come nulli sono I_{xy} ed I_{yz} ; la (6.3-3) assicura quindi che l'asse di rotazione baricentrico è centrale d'inerzia.

Anche in questo caso il bilanciamento può essere ottenuto "togliendo", mediante foratura del rotore, due masse (m') tratteggiate in fig.6.3-1,b): queste masse debbono risultare (rispetto all'asse di rotazione del rotore) simmetriche alle masse (m).

In fig.6.3-2 è stato rappresentato il caso più generale di un rotore sia staticamente che dinamicamente sbilanciato: per semplicità di rappresentazione non è stato riportato il disegno del rotore.

In questo caso le forze centrifughe F_1 ed F_2 , dovute alle masse sbilanciatrici m_1 ed m_2 , possono essere scomposte nelle F'_1, F''_1 e F'_2, F''_2 disposte nei piani di correzione I e II.

Le suddette forze si ricavano dalle seguenti relazioni.

$$F'_1 = F_1 b_1 / (a_1 + b_1)$$

$$F''_1 = F_1 a_1 / (a_1 + b_1) \quad (6.3-5)$$

$$F'_2 = F_2 b_2 / (a_2 + b_2)$$

$$F''_2 = F_2 a_2 / (a_2 + b_2) \quad (6.3-6)$$

Le forze centrifughe risultanti F_{cI} ed F_{cII} in ciascuno dei due piani di correzione (v. fig.6.3-2,b) possono essere bilanciate applicando due masse m_I ed m_{II} , poste a distanza r_I ed r_{II} dall'asse di rotazione, nella direzione delle due forze F_{cI} ed F_{cII} e tali che:

$$F_{c,I} = m_I r_I \omega^2$$

$$F_{c,II} = m_{II} r_{II} \omega^2 \quad (6.3-7)$$

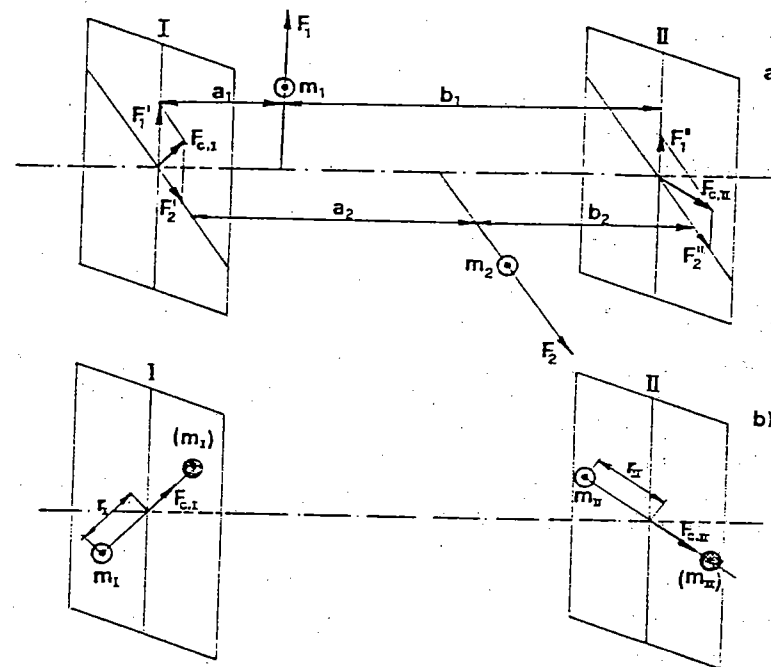


Fig.6.3-2

Anche in questo caso valgono le seguenti considerazioni già fatte per i casi precedentemente trattati:

- 1) i valori delle masse m_I ed m_{II} risulteranno tanto più piccoli quanto più grandi si fisseranno i valori dei raggi r_I ed r_{II} , valori che evidentemente non potranno superare quelli dei raggi delle sezioni di estremità del rotore.

2) Il bilanciamento può essere ottenuto mediante asportazione, per foratura, di due masse (m_I) ed (m_{II}), tratteggiate in fig.6.3-2,b), simmetriche delle masse bilancianti m_I ed m_{II} rispetto all'asse di rotazione del rotore.

A conclusione di questo paragrafo si può affermare che, come volevasi dimostrare, in ciascuno dei tre casi esaminati è possibile realizzare il bilanciamento di un rotore a mezzo di due sole masse bilanciatrici, opportunamente disposte in due qualsiasi prefissati piani di correzione.

Da ciò discende anche che, comunque si scelgano due piani normali all'asse, in ciascuno di tali piani lo sbilanciamento sarà riconducibile ad una sola forza centrifuga, avente modulo, direzione e verso opportuni.

Queste forze, nel caso di rotore staticamente e dinamicamente sbilanciato, sono le forze F_{cI} ed F_{cII} , determinate in fig.6.3-2,a) relativamente ai piani I e II.

6.4 Macchine bilanciatrici

Una volta chiariti i concetti di masse bilanciatrici, di piani di correzione e di bilanciamento per apporto o asportazione di materiale, è necessario richiamare l'attenzione sul fatto che lo sbilanciamento di un rotore, schematizzato nel paragrafo precedente mediante masse sbilanciatrici opportunamente disposte sul rotore, non è noto e deve essere determinato sperimentalmente mediante l'impiego di macchine bilanciatrici.

Una macchina bilanciatrice può avere dimensioni e caratteristiche di funzionamento diverse, ma negli aspetti essenziali risponde allo schema riportato in fig.6.4-1.

Essa risulta in genere costituita da una testa di manovra T , che comprende l'albero A della macchina, mosso da un motore elettrico direttamente o attraverso una trasmissione a cinghia c .

L'albero A , sul quale è calettato un tamburo graduato t , viene collegato al rotore da bilanciare mediante un giunto flessibile o un giunto a doppio snodo cardanico. In questo modo il rotore può essere messo in rotazione ad una velocità angolare caratteristica della macchina; la presenza di un giunto non rigido consente al rotore di oscillare per effetto dello sbilanciamento.

Il rotore poggia su due supporti S_1 ed S_2 , che possono essere singolarmente spostati sul piano P della macchina in funzione della distanza delle portate P_1 e P_2 del rotore stesso.

Ciascuno dei due supporti S_1 ed S_2 è in genere costituito (v. fig.6.4-2) da una coppia di rulli r , folli sui loro assi, sulla quale viene poggiata una

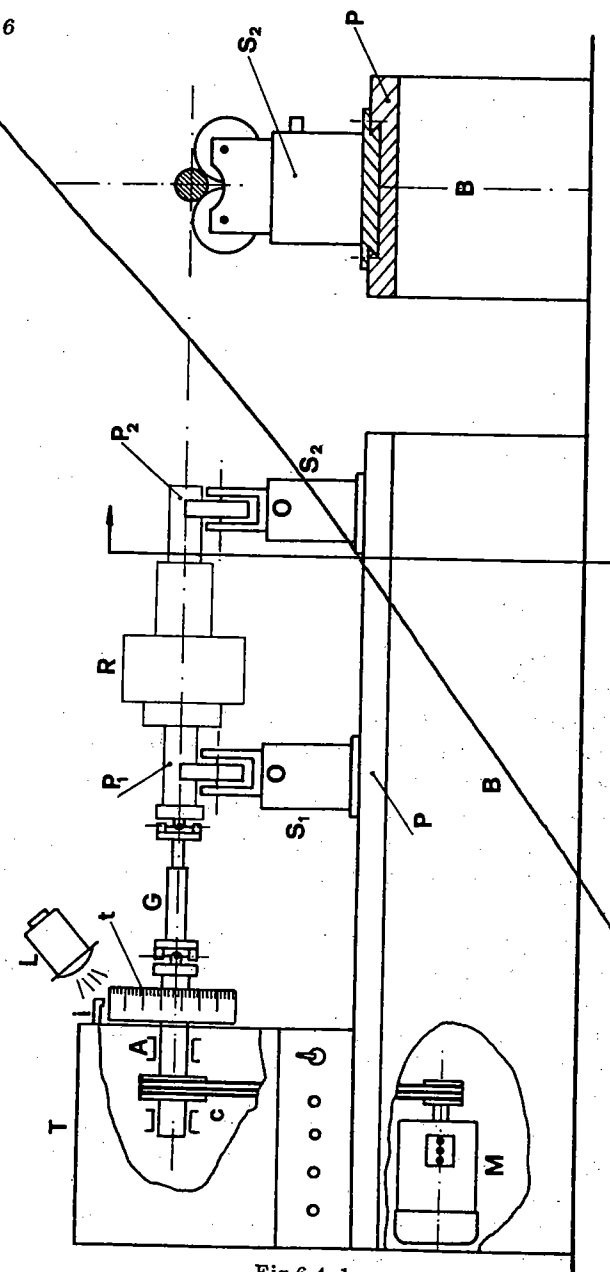


Fig.6.4-1