

Tab. I

n	1	2	3	4	5
N					
(giri/min)	44	22	14,6	11	8,8

È da osservare che delle velocità critiche ricavate, la più pericolosa, nei riguardi della resistenza dell'impianto, è la prima riportata in tabella (44 giri/min).

Infatti in corrispondenza di questa velocità angolare si verifica un fenomeno di risonanza tra il modo di vibrare di pulsazione ω_2 e l'armonica fondamentale del motore: è da osservare che questa armonica ha un'ampiezza notevolmente più grande di quelle delle armoniche di ordine superiore ($n \geq 2$).

Per questo motivo, se non si prendono altri provvedimenti, è necessario che l'impianto non funzioni mai, in condizioni di regime, nell'intervallo di questa velocità angolare.

CAPITOLO 9

TRASMISSIONE CON RUOTE DI FRIZIONE

9.1 La trasmissione del moto rotatorio

Nel Cap. I sono stati definiti meccanismi quei sistemi meccanici che realizzano la trasmissione del moto tra due membri di una macchina o tra due macchine e nei quali non ha sede una trasformazione energetica, ma una semplice trasmissione di moto e di potenza meccanica.

In quella occasione sono stati considerati (v. fig. 1.1-1) alcuni esempi di meccanismi: il meccanismo di spinta rotativa, il meccanismo di comando valvola, la trasmissione con cinghia.

In ciascuno degli esempi riportati il problema che il meccanismo consente di risolvere è quello di ottenere che un organo meccanico si muova con una legge desiderata, utilizzando il moto di un altro organo che si muove con una legge in genere diversa: nel caso del meccanismo di spinta rotativa si utilizza il moto alternativo del pistone per far ruotare la manovella o viceversa; nel meccanismo di comando valvola si utilizza il moto rotatorio dell'asse a camme per ottenere il moto di apertura e chiusura della valvola.

In questo capitolo e nei due successivi verranno esaminati i meccanismi che realizzano la trasmissione del moto rotatorio, nei quali si utilizza il moto rotatorio di un organo o di una macchina per far ruotare un altro organo od un'altra macchina.

Questi meccanismi prendono il nome di trasmissioni e comprendono le trasmissioni con ruote di frizione, quelle con organi flessibili e quelle con ruote dentate.

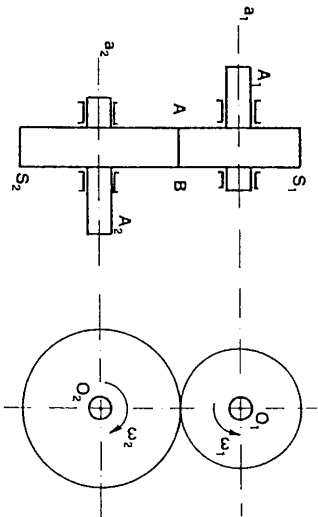


Fig. 9.1-1

In fig.9.1-1 è schematicamente rappresentata una trasmissione con ruote di frizione: il caso rappresentato è relativo alla trasmissione del moto rotatorio tra due assi paralleli a_1 ed a_2 .

Due ruote cilindriche S_1 ed S_2 sono calettate su due alberi A_1 ed A_2 di assi a_1 ed a_2 rispettivamente; sia S_1 il movente, cioè la ruota collegata mediante l'albero A_1 all'organo (o alla macchina) che muove il meccanismo, S_2 il cedente, cioè la ruota collegata mediante l'albero A_2 all'organo (o alla macchina) da muovere: le due ruote si toccano teoricamente in corrispondenza del segmento AB della generatrice comune.

Se all'atto del montaggio del meccanismo si provvede affinché tra le due ruote si eserciti una conveniente forza di chiusura, è possibile trasmettere il moto rotatorio da S_1 ad S_2 , senza che vi sia, in condizioni di regime, slittamento tra le due ruote: slittamenti possono però verificarsi nei transitori di avviamento o di arresto del sistema di cui il meccanismo fa parte.

Alle trasmissioni con ruote di frizione, generalmente, si ricorre nei casi in cui la potenza da trasmettere è molto piccola (dell'ordine di watt) e non è richiesta una corrispondenza univoca tra le posizioni angolari degli organi collegati dalla trasmissione: con una trasmissione di questo tipo, infatti, non è possibile evitare uno slittamento tra le ruote della trasmissione, slittamento che, anche se modesto ed occasionale, non consente di assicurare la suddetta corrispondenza.

In fig.9.1-2 è riportato lo schema di una trasmissione con organo flessibile tra due assi a_1 ed a_2 paralleli.

Sulle due ruote cilindriche S_1 ed S_2 è avvolto, ad anello chiuso, un organo flessibile (ad es. una cinghia di cuoio), che ha la funzione di collegare le due

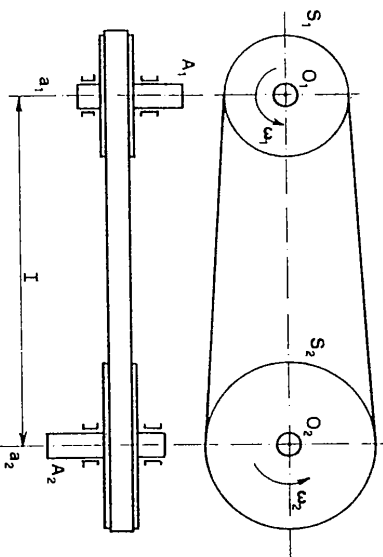


Fig. 9.1-2

ruote: siano S_1 il movente ed S_2 il cedente ed A_1 ed A_2 gli alberi d'ingresso e di uscita del meccanismo.

Se all'atto del montaggio dell'organo flessibile si provvede affinché lo stesso sia sottoposto ad una tensione opportuna, è possibile trasmettere il moto da A_1 ad A_2 , senza che, in condizioni di regime, l'elemento flessibile slitti sulle pulegge: anche in questo caso slittamenti possono verificarsi nei transitori di avviamento o di arresto del sistema nel quale il meccanismo è inserito.

Alle trasmissioni con organi flessibili si ricorre quando la distanza (l in fig.9.1.2) tra gli assi degli organi o macchine da collegare è relativamente grande e non è richiesta la corrispondenza univoca tra le posizioni angolari degli organi collegati dalla trasmissione.

Trasmissioni di questo tipo trovano impiego per potenze comprese tra valori molto modesti (dell'ordine di watt) e valori relativamente grandi (dell'ordine di centinaia di kW).

In fig.9.1-3 è schematicamente rappresentata una trasmissione con ruote dentate tra gli assi paralleli a_1 ed a_2 : due ruote dentate cilindriche S_1 ed S_2 sono calettate sugli alberi A_1 ed A_2 ; si è, come al solito, indicato con S_1 il movente o ruota motrice e con S_2 il cedente o ruota mossa: la presenza dei denti impedisce qualsiasi slittamento tra le due ruote.

Le trasmissioni con ruote dentate possono essere impiegate in un intervallo di valori della potenza da trasmettere il più vasto possibile e costitu-

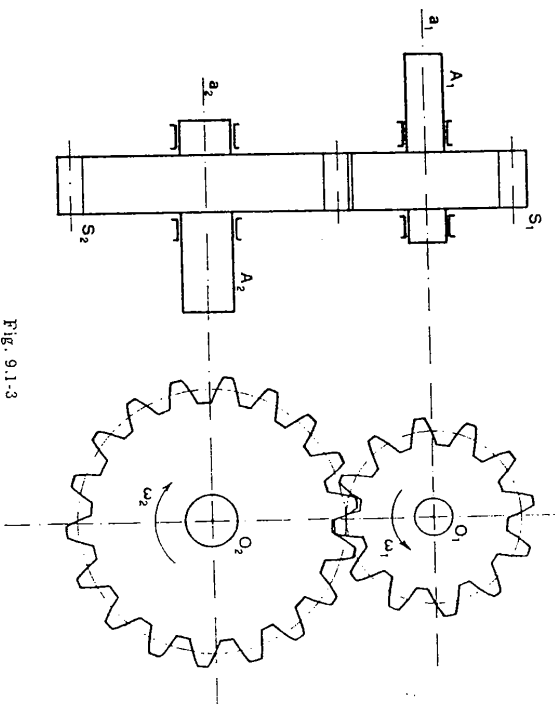


Fig. 9.1-3

scono l'unica soluzione, quando la potenza da trasmettere è molto elevata (dell'ordine di migliaia di kW).

Poiché non è possibile che si verifichi slittamento tra le ruote del meccanismo, questo tipo di trasmissione assicura la corrispondenza univoca tra le posizioni angolari degli organi da essa collegati e viene quindi impiegato anche quando la potenza da trasmettere è molto modesta, ma è invece richiesta la corrispondenza suddetta.

Qualunque sia il tipo di trasmissione, si definisce rapporto di trasmissione e il rapporto tra la velocità angolare ω_1 dell'organo, che muove il meccanismo, o della macchina motrice e la velocità angolare ω_2 dell'organo mosso o della macchina utilizzatrice:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (9.1-1)$$

Nel caso dei tre meccanismi rappresentati in fig. 9.1-1, 2, 3 risulta evidente che il suddetto rapporto è unitario ($\varepsilon = 1$), se i raggi delle ruote S_1 ed S_2

sono uguali: da questa considerazione discende che è possibile trasmettere il moto rotatorio con rapporti di trasmissione diversi da 1, agendo sui valori dei raggi delle due ruote.

È opportuno inoltre osservare che mentre nei meccanismi rappresentati nelle figg. 9.1-1 e 9.1-3 le velocità angolari ω_1 ed ω_2 hanno versi opposti, nel caso della trasmissione a cinghia di fig. 9.1-2 le velocità angolari del movente e del cedente sono equiverse: nei casi in cui occorra mettere in evidenza questo aspetto, si parlerà di rapporto di trasmissione ε negativo ovvero positivo.

Tenendo presente che ogni meccanismo dissipa (v. par. 1.18) una parte della potenza trasmessa e che in condizioni di regime si è definito rendimento η di un meccanismo il rapporto:

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} \quad (9.1-2)$$

con:

P_m = potenza motrice (all'ingresso del meccanismo)

P_u = potenza utile (all'uscita del meccanismo)

risulta:

$$\eta = \frac{M_u \omega_2}{M_m \omega_1} \quad (9.1-3)$$

con:

M_m = momento della coppia motrice (all'ingresso del meccanismo)

M_u = momento della coppia resistente (all'uscita del meccanismo)

Dalla (9.1-3) si deduce che:

$$M_u = M_m \varepsilon \eta \quad (9.1-4)$$

Questa relazione mette in evidenza che il momento resistente che con una data potenza P_m è possibile "vincere" dipende dal rapporto di trasmissione ε e dal rendimento η del meccanismo.

Per calcoli di prima approssimazione si può ritenere che il meccanismo funzioni in condizioni ideali ($\eta = 1$): in questa ipotesi risulta:

$$M_u = M_m \varepsilon \quad (9.1-5)$$

Nei paragrafi che seguono verranno esaminati gli aspetti essenziali delle trasmissioni con ruote di frizione, partendo dallo studio cinematico, che

consente di definire la forma che debbono avere le ruote del meccanismo per trasmettere il moto tra assi comunque disposti tra loro.

È da osservare che questo studio è essenziale anche per le trasmissioni con ruote dentate in quanto, come si vedrà nel seguito, le superfici primitive di queste coincidono con le superfici delle ruote di frizione ad asse cinematicamente equivalenti.

9.2. Trasmissione tra assi sghembi: la forma delle ruote di frizione

Si debba trasmettere il moto tra due alberi A_1 ed A_2 , e si supponga che gli assi a_1 ed a_2 degli alberi suddetti siano sghembi e che la loro posizione relativa non cambi nel tempo.

Si supponga inoltre che, detta ω_1 la velocità angolare di A_1 , la velocità angolare ω_2 di A_2 debba variare nel tempo secondo una legge definita dalla relazione:

$$\epsilon(t) = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (9.2-1)$$

con $\epsilon(t)$ funzione nota di t .

Tenendo presente che, dati due assi comunque sghembi, esiste una coppia di piani paralleli che li contiene, in fig. 9.2-1 sono stati indicati con π_1 e π_2 i piani paralleli passanti per a_1 ed a_2 rispettivamente.

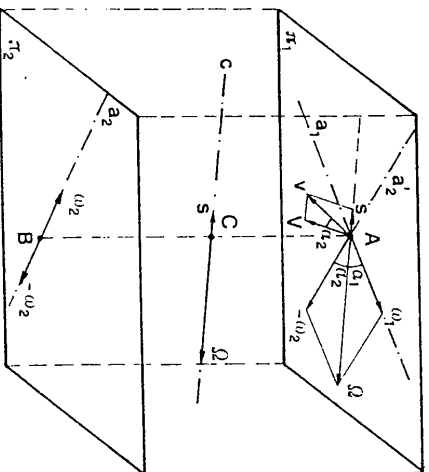


Fig. 9.2-1

È da osservare che la minima distanza AB tra a_1 ed a_2 , coincide con la distanza che separa π_1 da π_2 .

Ci proponiamo di determinare la forma che debbono avere due ruote di frizione S_1 ed S_2 , che, calattate sugli alberi A_1 ed A_2 , rendano possibile la trasmissione del moto rotatorio secondo la legge definita dalla (9.2-1).

Perché ciò avvenga è necessario che, durante la trasmissione del moto, le superfici che delimitano le ruote S_1 ed S_2 , che supporremo rigide, siano in continuo contatto e non tendano a distaccarsi o a compenetrarsi.

Per effettuare tale determinazione si ricorre allo studio del moto relativo di una ruota rispetto all'altra. A tale proposito si ricorda che il teorema di Mozzi ci assicura che tale moto relativo è riconducibile in ogni istante ad una rotazione intorno ad un asse (asse del Mozzi) e ad una traslazione in direzione dello stesso asse.

Cominciando a considerare il moto relativo di S_1 rispetto ad S_2 , si osservi che tale moto può ottenersi pensando di attribuire a tutto il sistema, costituito da S_1 ed S_2 , una velocità $-\omega_2$ intorno ad a_2 (v. fig. 9.2-1).

In conseguenza di ciò la ruota S_2 risulterà ferma, mentre S_1 , oltre a ruotare intorno ad a_1 con velocità ω_1 , ruoterà intorno ad a_2 con velocità $-\omega_2$.

Quest'ultima rotazione è, come è noto, equivalente ad una rotazione $-\omega_2$ attorno ad un asse parallelo ad a_2 e ad una traslazione in direzione perpendicolare a questo.

Al posto del vettore $-\omega_2$ disposto lungo a_2 possiamo dunque considerare l'insieme dei due vettori $-\dot{\omega}_2$, disposto sulla retta a_2' parallela ad a_2 , passante per A e quindi giacente su π_1 , e $\dot{v} = (B-A) \wedge (-\dot{\omega}_2)$.

Il vettore \dot{v} è quindi perpendicolare ad a_2' ed al segmento AB ed ha verso tale che la terna di vettori $(B-A)$, $-\dot{\omega}_2$ e \dot{v} risulti antioraria (v. fig. 9.2-1): il vettore \dot{v} giace nel piano π_1 ed il suo modulo è dato da:

$$v = AB\omega_2 \quad (9.2-2)$$

Componendo i due vettori $\dot{\omega}_1$ e $-\dot{\omega}_2$ passanti per A , si ottiene il vettore $\dot{\Omega} = \dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2$, giacente anch'esso su π_1 e formante con i vettori $\dot{\omega}_1$ e $-\dot{\omega}_2$ gli angoli α_1 ed α_2 ; per il teorema dei seni si può scrivere:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \quad (9.2-3)$$

L'angolo $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \leq \pi$, viene indicato come l'angolo compreso tra gli assi a_1 ed a_2 .

Scomponiamo ora il vettore \vec{v} secondo la direzione di $\vec{\Omega}$ e la direzione n perpendicolare a questa. Si avranno così due vettori s e V , giacenti ancora su π_1 e di moduli:

$$s = v \sin \alpha_2 \quad V = v \cos \alpha_2 \quad (9.2-4)$$

Da quanto è stato finora detto si deduce che il moto relativo di S_1 rispetto ad S_2 è costituito dalla rotazione $\vec{\Omega}$, dalla traslazione \vec{s} e dalla traslazione V . Per determinare l'asse del Mozzi sarà quindi sufficiente (lasciando inalterati i vettori $\vec{\Omega}$ ed \vec{s}) ridurre il moto relativo in modo che il vettore V risulti nullo.

A questo scopo si osservi che al posto dei due vettori $\vec{\Omega}$ e V tra loro perpendicolari, è possibile considerare un unico vettore $\vec{\Omega}$, disposto lungo una retta c parallela ad $\vec{\Omega}$ e passante per un punto C della retta AB tale che risulti:

$$\vec{V} = (C - A) \wedge \vec{\Omega} \quad (9.2-5)$$

Poiché $(C - A)$ ed $\vec{\Omega}$ sono tra loro ortogonali si avrà:

$$V = AC \cdot \Omega \quad (9.2-6)$$

da cui:

$$AC = \frac{V}{\Omega} = \frac{AB \omega_2 \cos \alpha_2}{\Omega} \quad (9.2-7)$$

Una volta calcolato il valore della distanza di C da A mediante la (9.2-7), la posizione del punto C sulla retta AB (il punto C può stare da una parte o dall'altra di A) è definita dal fatto che, per la (9.2-5), la terna $(C \dots A)$, $\vec{\Omega}$, V deve risultare antioraria.

Pertanto se V ed $\vec{\Omega}$ sono disposti come in fig.9.2-2a) il punto C si troverà rispetto ad A dalla stessa parte di B ; se invece V ed $\vec{\Omega}$ sono disposti come in fig.9.2-2b), il punto C si troverà dalla parte opposta di B rispetto ad A . Per stabilire quando si verificherà l'uno o l'altro caso, consideriamo i vettori che in fig.9.2-1 sono stati riportati nel piano π_1 .

Assumendo come piano di rappresentazione il piano π_1 , nelle fig.9.2-3,a) e 9.2-3,b) sono state rappresentate le due diverse situazioni che possono presentarsi relativamente ai vettori suddetti.

Nel caso rappresentato nella fig.9.2-3,a), che si verifica quando $\alpha_2 < \pi/2$, $\vec{\Omega}$ e V sono disposti come in fig.9.2-2,a), nel caso della fig.9.2-3,b), che si verifica se $\alpha_2 > \pi/2$, $\vec{\Omega}$ e V sono disposti come in fig.9.2-2,b).

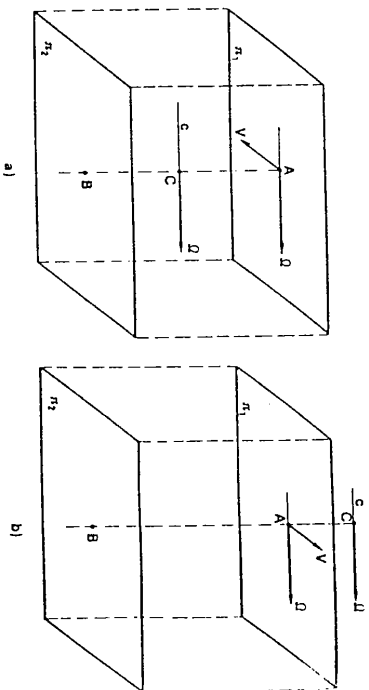


Fig. 9.2-2

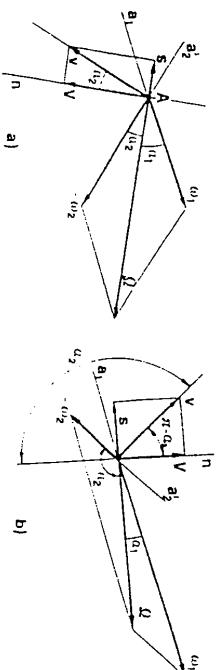


Fig. 9.2-3

Avendo definito la posizione della retta c lungo la quale applicare il vettore \vec{n} risultante di $\vec{\omega}_1$ e $-\vec{\omega}_2$, osserviamo che sulla stessa retta c possiamo trasportare il vettore \vec{s} , in quanto rappresenta una traslazione nella direzione di c .

La retta c così determinata è l'asse del Mozzi: il moto relativo tra S_1 ed S_2 è costituito da una rotazione intorno a c con velocità Ω e da una traslazione lungo c con velocità s .

Se adesso si considera il moto relativo di S_2 rispetto ad S_1 , ed a questo scopo si imprime a tutto il sistema una velocità $-\vec{\omega}_1$ intorno all'asse a_1 , con un procedimento analogo a quello fin qui svolto si ottiene:

$$BC = \frac{AB \omega_1 \cos \alpha_1}{\Omega} \quad (9.2-8)$$

In analogia con quanto già detto si osserva che se è $\alpha_1 < \pi/2$ il punto C si trova dalla stessa parte di A rispetto a B , mentre se è $\alpha_1 > \pi/2$ il punto C si trova dalla parte opposta di A rispetto a B .

Dividendo membro a membro la (9.2-7) e la (9.2-8) si ottiene:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\omega_2 \cos \alpha_2}{\omega_1 \cos \alpha_1} \quad (9.2-9)$$

Tenendo conto della (9.2-3) la (9.2-9) si può scrivere:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} \quad (9.2-10)$$

Dalla (9.2-3) e dalla (9.2-9) si deduce che, se il rapporto di trasmissione $\epsilon = \omega_1/\omega_2$ è costante nel tempo, i due angoli α_1 ed α_2 sono costanti ed è costante anche la posizione di C . In questo caso l'asse del moto relativo risulta fisso rispetto ad a_1 ed a_2 .

Se invece il rapporto di trasmissione è variabile, in generale variano l'orientazione e la posizione di tale asse lungo il segmento di minima distanza.

Avendo definito la posizione dell'asse del moto relativo tra le due ruote S_1 ed S_2 , ritorniamo ai moti assoluti di S_1 ed S_2 , costituiti da rotazioni rispettivamente intorno ad a_1 ed a_2 .

Durante tali rotazioni ci saranno certamente due rette, una appartenente allo spazio solidale ad S_1 ed un'altra appartenente allo spazio solidale ad S_2 , che si sovrappongono all'asse del Mozzi istante per istante.

Le superfici luogo di tali rette definiscono pertanto la forma che hanno due solidi, rotanti intorno ad a_1 ed a_2 , che istante per istante vengono

a contatto in una retta (la retta c): i solidi suddetti non tendono né a compenetrarsi né a distaccarsi, in quanto la velocità di traslazione relativa (di modulo s) è sempre diretta lungo tale retta e quindi non ha componente normale alle superfici.

È importante osservare che quando il rapporto di trasmissione è costante le due superfici sono superfici di rivoluzione, in quanto la posizione relativa dell'asse del Mozzi "c" con i due assi di rotazione a_1 e a_2 è costante. Tali superfici si possono quindi ottenere facendo ruotare l'asse c una volta intorno ad a_1 ed una volta intorno ad a_2 .

Nel caso più generale di assi sghembi, le superfici suddette sono iperboloidi di rivoluzione. In fig. 9.2-4) è stato rappresentato l'iperboloido di asse a_1 : disegnato il cilindro di raggio AC (cilindro di gola dell'iperboloido), si è tracciata la retta c , passante per C ed inclinata di un angolo α_1 rispetto all'asse a_1 ; riportata questa retta sull'altra vista dell'iperboloido, sono state disegnate sulla stessa vista le posizioni che la retta c assume per successive rotazioni di 30° del cilindro di gola intorno all'asse a_1 ; è stato così possibile disegnare sulla vista laterale le successive posizioni dell'asse AC .

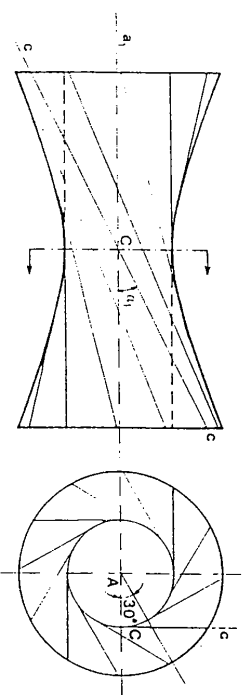


Fig. 9.2-4

È da osservare che l'inviluppo delle rette così tracciate è una iperbole, la cui rotazione intorno all'asse a_1 genera l'iperboloido luogo degli assi del Mozzi c , nello spazio solidale ad a_1 .

In fig. 9.2-5) sono stati rappresentati i due iperboloidi a contatto.

Le superfici che delimitano le ruote S_1 ed S_2 saranno costituite da due tronchi degli iperboloidi: tali tronchi possono essere presi o in corrispondenza dei cerchi di gola ovvero in corrispondenza delle falde degli iperboloidi: nel primo caso le ruote (v. fig. 9.2-5) avranno un aspetto molto

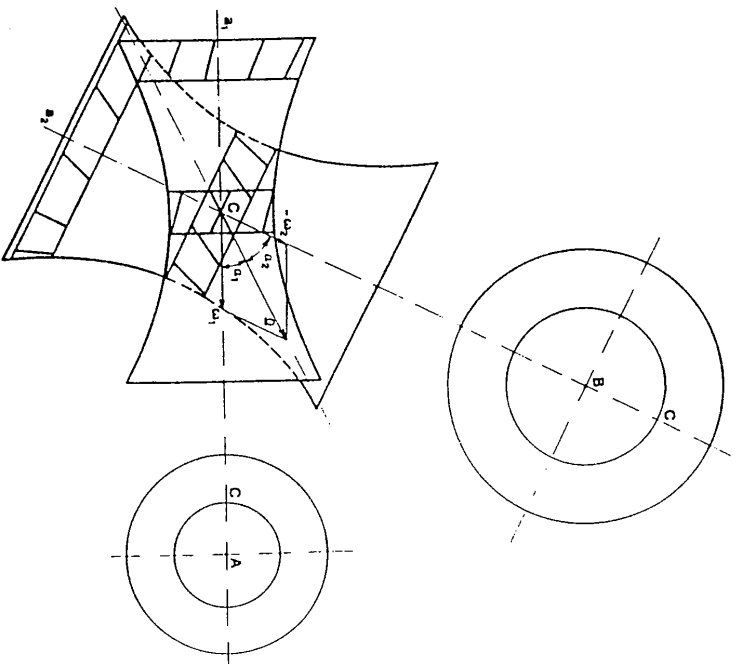


Fig. 9.2-5

simile a quello di due ruote cilindriche, nel secondo caso uno molto simile a quello di due ruote coniche.

La difficoltà di costruire con la dovuta precisione ruote aventi la forma di tronchi di iperboloidi, limita l'impiego delle ruote di frizione alle trasmissioni ad assi paralleli o concorrenti; in questi casi le ruote risultano costruite da tronchi di cilindri o di coni e possono quindi essere costruite senza particolari difficoltà.

Nei casi in cui sia necessario trasmettere il moto tra assi sghembi, è

preferibile ricorrere a trasmissioni costituite da due coppie di ruote, delle quali una almeno deve essere di ruote coniche: in fig. 9.2-6 è rappresentata una trasmissione tra due assi sghembi a_1 ed a_2 , costituita da una coppia di ruote coniche e da una coppia di ruote cilindriche, disposte in serie.

Gli assi concorrenti della coppia conica sono contenuti nel piano π_1 e formano un angolo $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, pari all'angolo compreso tra gli assi.

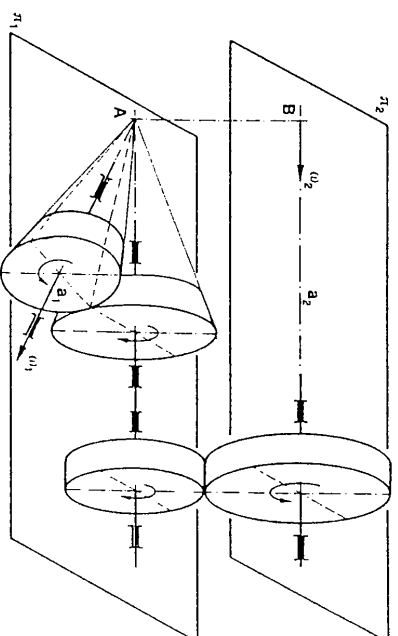


Fig. 9.2-6

9.3 Ruote di frizione per trasmissione tra assi paralleli

Se i due assi a_1 ed a_2 sono paralleli ed il rapporto di trasmissione è costante, le superfici delle ruote di frizione sono cilindriche a sezione circolare, di raggi AC e BC , rispettivamente:

I due cilindri sono a contatto esterno se i versi di ω_1 ed ω_2 sono opposti (v. fig. 9.3-1, a), mentre sono a contatto interno (v. fig. 9.3-1, b) se i versi di ω_1 ed ω_2 sono concordi.

In definitiva, per trasmettere il moto tra due assi paralleli con rapporto di trasmissione costante, si devono utilizzare ruote di frizione cilindriche a sezione circolare di raggi r_1 ed r_2 inversamente proporzionali alle velocità angolari:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (9.3-1)$$

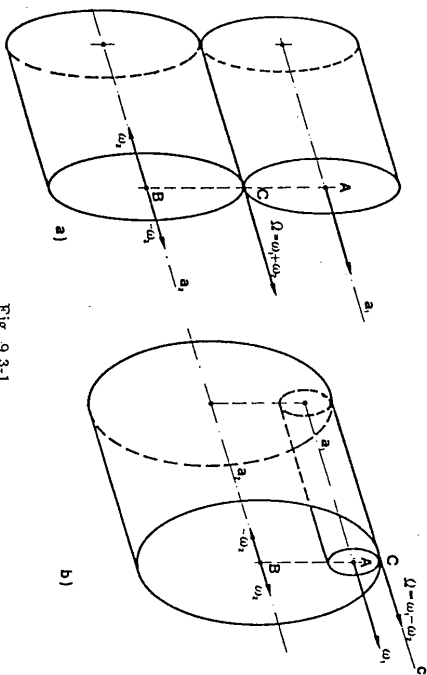


Fig. 9.3-1

I suddetti raggi sono legati all'interasse i (distanza tra gli assi) dalla relazione:

$$i = r_1 \pm r_2$$

(9.3-2)

Il segno positivo è da assumersi per ruote a contatto esterno (quindi per velocità angolari ω_1 ed ω_2 di verso opposto), mentre il segno negativo è da assumersi per ruote a contatto interno (ω_1 ed ω_2 dello stesso verso).

Nella trasmissione tra assi paralleli, lo scorrimento s risulta per la (9.2-4) nullo ed il moto relativo è di puro rotolamento.

9.4 Ruote di frizione per trasmissione tra assi incidenti

Se gli assi a_1 ed a_2 sono incidenti, il segmento AB di minima distanza è nullo e le superfici assoidi, per $\epsilon = \text{costante}$, si riducono a due coni a sezione retta circolare, aventi il vertice nel punto d'intersezione di a_1 ed a_2 . Le ruote di frizione corrispondenti sono quindi dei tronchi di cono, a contatto lungo una generatrice (nella fig. 9.4-1 il segmento MN della retta c); assegnato l'angolo α tra gli assi nonché le velocità angolari in modulo e verso, si ricaveranno gli angoli di apertura dei coni.

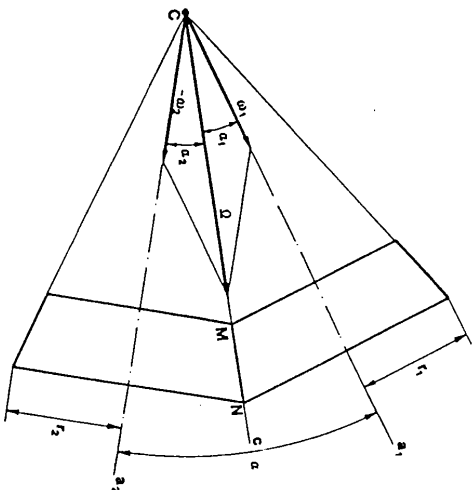


Fig. 9.4-1

Nel caso di fig. 9.4-1 si ha:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

(9.4-1)

Si osservi che è anche:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

dove r_1 ed r_2 sono i raggi di due sezioni rette a contatto (ad esempio nel punto N).

Come per le ruote cilindriche, anche per le ruote coniche la velocità di scorrimento s è nulla, essendo $AB = 0$, e quindi il moto relativo è di puro rotolamento.

9.5 Comportamento dinamico delle ruote di frizione

Limitandoci al solo caso di ruote di frizione cilindriche, in questo paragrafo esporremo delle considerazioni sulla possibilità di trasmettere la potenza da un asse all'altro, nell'ipotesi semplificativa di ruote rigide.

Consideriamo pertanto due ruote cilindriche m_1 ed m_2 , ad esempio a contatto esterno, con le quali si vuole trasmettere il moto tra due assi di traccia O_1 ed O_2 : sia C la traccia dell'asse di istantanea rotazione del moto relativo di rotolamento.

In condizioni ideali ($\eta = 1$), avendo indicato con M_1 ed M_2 i momenti motore e resistente (vedi fig.9.5-1,a), risulta:

$$P = M_1 \omega_1 = M_2 \omega_2 \quad (9.5-1)$$

e quindi:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \epsilon$$

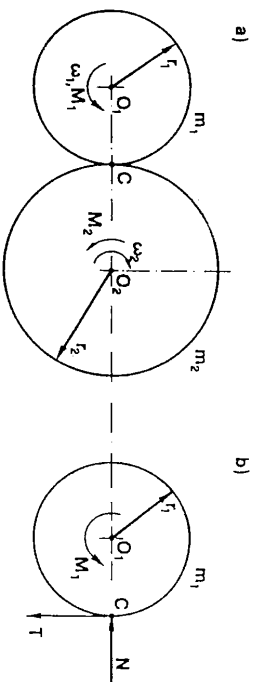


Fig. 9.5-1

Esaminiamo ora l'equilibrio di una sola delle ruote (v. fig.9.5-1,b), per esempio la m_1 , applicando nel punto C le azioni che m_2 esercita su m_1 , costituite dalle due forze N , normale, e T , tangente ad m_1 in C . Per l'equilibrio alla rotazione di m_1 intorno ad O_1 deve aversi: $M_1 = T r_1$.

Tenendo presente che la forza T può derivare soltanto dall'attrito tra m_1 ed m_2 , si deduce che, perché non ci sia scorrimento tra le due ruote, deve essere verificata la relazione:

$$T \leq f N$$

essendo f il coefficiente d'attrito statico.

Si ha pertanto:

$$M_1 \leq f N r_1$$

e quindi:

$$P \leq f N \omega_1 r_1 = f N \omega_2 r_2 \quad (9.5-2)$$

La (9.5-2) mostra che è possibile trasmettere potenza solo se è $N > 0$, cioè solo se le due ruote sono inizialmente premute l'una contro l'altra con una forza normale non nulla, cioè se all'atto del montaggio delle ruote si fa in modo che esista tra le due ruote una forza di chiusura.

Dalla (9.5-2) si deduce che quanto maggiori sono il coefficiente d'attrito f e la forza N tanto maggiore è la potenza trasmissibile.

Per quanto riguarda f ($f < 1$) osserviamo che esso dipende dai materiali costituenti le superfici delle due ruote; forme particolari assegnate alle superfici di contatto (che non coincidono più con le superfici assoidi e quindi presentano uno scorrimento relativo) consentono un aumento virtuale di f anche molto grande.

Per quanto riguarda N c'è da dire che tale forza sollecita (insieme alla T) sia le superfici direttamente a contatto sia gli alberi che sostengono le ruote.

D'altra parte, in conseguenza della deformabilità delle ruote in corrispondenza della zona di contatto, all'aumentare di N , le superfici tendono a scostarsi maggiormente da quelle assoidi, dando luogo ad uno scorrimento e quindi ad un'usura crescente.

Quanto detto è sufficiente a comprendere come la forza N non può essere arbitrariamente grande; pertanto dalla (9.5-2) si comprende come la potenza che si può trasmettere con queste ruote risulti relativamente modesta.