ESERCIZI SCELTE IN CONDIZIONE DI INCERTEZZA

ESERCIZIO 1

$$u_1(x) = \beta x^{1-\rho} + \gamma \qquad u_1'(x) = \beta(1-\rho)x^{-\rho} \qquad u_1''(x) = -\beta\rho(1-\rho)x^{-\rho-1}$$

$$u_2(x) = \beta \log x + \gamma \qquad u_2'(x) = \frac{\beta}{x} \qquad u_2''(x) = -\frac{\beta}{x^2}$$

AVVERSIONE AL RISCHIO ASSOLUTA $A(x) = -u''(x)/u'(x)$

" " " RELATIVA $r(x) = -u''(x)x/u'(x)$

$$A_1(x) = \frac{\cancel{\beta(1-\rho)}\rho x^{-\rho-1}}{\cancel{\beta(1-\rho)} x^{-\rho}} = \frac{\rho}{x} \qquad r_1(x) = \rho$$

$$A_2(x) = \frac{\beta/x^2}{\beta/x} = \frac{1}{x} \qquad r_2(x) = 1$$

ESERCIZIO 2

$$u(W) = -W^2 + 100W$$

1. COEFFICIENTI DI AVVERSIONE AL RISCHIO PER $W = 6$.

$$u'(W) = -2W + 100 \qquad A(W) = \frac{2}{100-2W} \qquad r(W) = \frac{2W}{100-2W}$$

$$u''(W) = -2 \qquad A(6) = \frac{\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{88}_{\,44}} \qquad r(6) = \frac{\cancel{12}^{\,3}}{\cancel{88}_{\,22}} = \frac{3}{22}$$

2. CALCOLARE L'EQUIVALENTE CERTO DELLA LOTTERIA $(1,2; \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$$E\,u(W) = \frac{1}{2}(-4+200) + \frac{1}{2}(-1+100) = \frac{196}{2} + \frac{99}{2} = 147.5$$

$$\left[\, -W^2 + 100W = 147.5 \,\right]$$

3. CALCOLARE EQUIVALENTE CERTO DI $(12, 24; \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$$\frac{1}{2}(-144+1200) + \frac{1}{2}(-24^2+2400) = -W^2 + 100W$$

ESERCIZIO 3

$u(W) = \sqrt{W}$

1. COEFFICIENTI DI AVVERSIONE AL RISCHIO PER $W=5$

$$u'(W) = \frac{1}{2\sqrt{W}} \qquad u''(W) = -\frac{1}{4} W^{-\frac{3}{2}}$$

$$A(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)} = \frac{1}{\cancel{4}\,2} W^{-\frac{3}{2}} \cancel{2} W^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} W^{-1} \qquad r(W) = \frac{1}{2}$$

$$A(5) = \frac{1}{10} \qquad r(5) = \frac{1}{2}$$

2. CALCOLARE L'EQUIVALENTE CERTO DELLA LOTTERIA $\left(16, 4; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$\mathbb{E}[u(W)] = \frac{1}{2}\sqrt{16} + \frac{1}{2}\sqrt{4} = \frac{1}{2}4 + \frac{1}{2}2 = 3$$

$\sqrt{W} = 3 \Rightarrow W = 9$ EQUIVALENTE CERTO

3. CALCOLARE L'EQUIVALENTE CERTO DI $\left(36, 16; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$\frac{1}{2}\sqrt{36} + \frac{1}{2}\sqrt{16} = \frac{1}{2}6 + \frac{1}{2}4 = 3 + 2 = 5 \qquad 5 = \sqrt{W} \Rightarrow W = 25$$

Equivalente certo

ESERCIZIO 4

$L_1 = \left(0, 16; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad L_2 = \left(0, 48; \frac{5}{6}, \frac{1}{6}\right) \quad L_3 = \left(2, 18; \frac{5}{8}, \frac{3}{8}\right) \quad L_4 = \left(-15, 15, 24; \frac{1}{3}\right.$

1. $U(L) = \alpha L - \beta L^2$

$$\mathbb{E}[U(L_1)] = \frac{1}{2}(\alpha 16 - \beta 16^2) = 8(\alpha - 16\beta)$$

$$\mathbb{E}[U(L_2)] = \frac{1}{6}(\alpha 48 - \beta 48^2) = 8(\alpha - 48\beta)$$

$$\mathbb{E}[U(L_3)] = \frac{5}{8}(\alpha 2 - \beta 4) + \frac{3}{8}(\alpha 18 - \beta 18^2) = 8(\alpha - 15.5\beta)$$

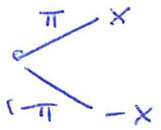
$$\mathbb{E}[U(L_4)] = \frac{1}{3}(-15\alpha - \beta 15^2) + \frac{1}{3}(15\alpha - \beta 15^2) + \frac{1}{3}(24\alpha - \beta 24^2) =$$

$$= -\frac{15}{3}(\cancel{\alpha} + \beta 15) + \frac{15}{3}(\cancel{\alpha} - \beta 15) + \frac{24}{3}(\alpha - \beta 24) = -150\beta + 8(\alpha - 24\beta)$$

2. INDIFFERENTE PERCHÈ $\mathbb{E}[L_1] = \mathbb{E}[L_2] = \mathbb{E}[L_3] = \mathbb{E}[L_4]$ $\Rightarrow \boxed{L_3}$

Esercizio 5

$u(w) = \log(w)$ $\quad w_0$



1. Determinare la scelta ottima di x in funzione di π.

$$\max_x \; \pi \log(w_0 + x) + (1-\pi)\log(w_0 - x)$$

$$\frac{\pi}{w_0 + x} - \frac{(1-\pi)}{w_0 - x} = 0 \qquad \pi(w_0 - x) = (1-\pi)(w_0 + x)$$

$$\pi w_0 - \pi x - (1-\pi) w_0 - (1-\pi) x = 0$$

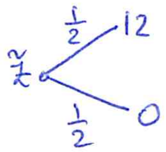
$$\boxed{(2\pi - 1) w_0 = x^*}$$

2. Qual è la scelta ottima di x se $\pi = \frac{1}{2}$?

Se $\pi = \frac{1}{2}$ la scommessa ha valore atteso nullo quindi un individuo avverso al rischio non accetta la scommessa.
Infatti abbiamo $x^*\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

Esercizio 6

$u(w) = \sqrt{w}$ $\quad w_0 = 4$



1. $E u(\tilde{w}) = \frac{1}{2}\sqrt{4+12} + \frac{1}{2}\sqrt{4} = \frac{1}{2}\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 2 = 3$

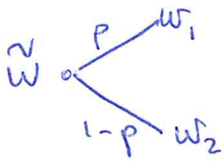
2. PREZZO MINIMO AL QUALE IL CONSUMATORE È DISPOSTO A VENDERE.

↳ PREZZO TALE PER CUI L'UTILITÀ DELLA RICCHEZZA INIZIALE + IL PREZZO RICEVUTO p È PARI ALL'UTILITÀ ATTESA DELLA RICCHEZZA INIZIALE + LA LOTTERIA.

$p: \; u(4+p) = 3 \qquad \sqrt{4+p} = 3 \Rightarrow 4 + p = 9 \Rightarrow p = 5$

ESERCIZIO 7

$u(w) = -w^{-1}$



LIVELLO INIZIALE DI RICCHEZZA PER IL QUALE IL CONSUMATORE È INDIFFERENTE TRA ACCETTARE LA SCOMMESSA OPPURE NO.

$$\mathbb{E}[u(\tilde{W})] = -p\frac{1}{W_1} - (1-p)\frac{1}{W_2} = -\frac{1}{W_0} = u(W_0)$$

$$\frac{p}{W_1} + \frac{(1-p)}{W_2} = \frac{1}{W_0}$$

$$\frac{pW_2 + (1-p)W_1}{W_1 W_2} = \frac{1}{W_0} \qquad W_0 = \frac{W_1 W_2}{pW_2 + (1-p)W_1}$$