URTI

Urto

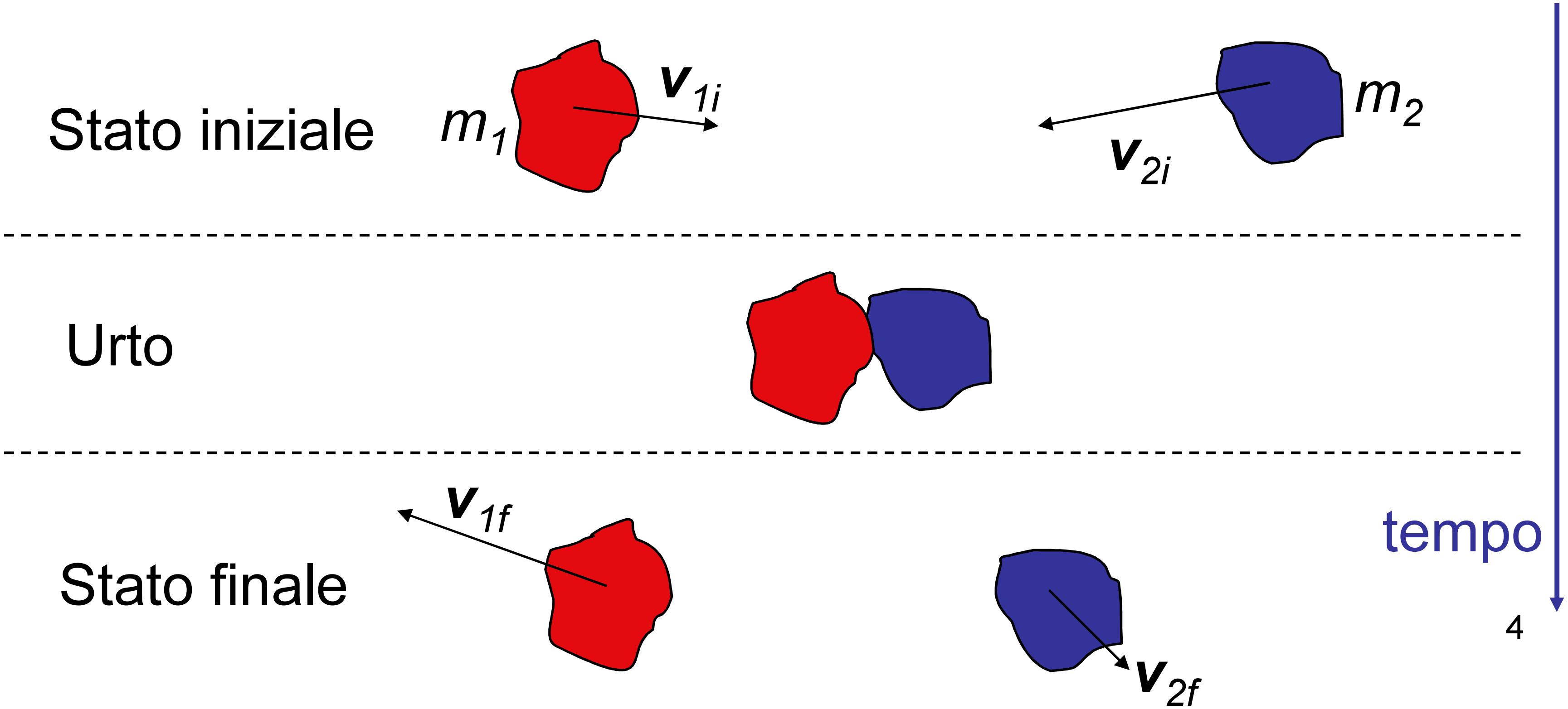
- È un'interazione tra due (o più) corpi che avviene in un intervallo di tempo "piccolo"
- Abbastanza piccolo affinché l'azione di eventuali forze esterne al sistema dei due corpi sia trascurabile rispetto all'azione delle forze interne
- Durante l'urto si sviluppano forze interne di durata Δt molto breve ma che possono assumere intensità molto elevate
- Queste sono dette forze impulsive

Definizioni

- Distinguiamo due stati: quello <u>iniziale</u> prima dell'urto e quello <u>finale</u> dopo l'urto
- Ci interessa correlare i valori che le grandezze assumono negli stati iniziale e finale
- Non ci occuperemo invece di quel che accade durante l'urto

Definizioni

- Diciamo m_1 e m_2 le masse dei due corpi
- Diciamo $\mathbf{v}_{1i}$, $\mathbf{v}_{2i}$ le velocità dei due corpi nello stato iniziale e $\mathbf{v}_{1f}$, $\mathbf{v}_{2f}$ nello stato finale



Conservazione della QM

- In assenza di forze esterne, la QM del sistema dei due corpi si deve conservare $\vec{p}_i = \vec{p}_f$

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

- Riarrangiando, troviamo la variazione di QM di ciascun corpo

$$m_1\left(\vec{v}_{1f} - \vec{v}_{1i}\right) = -m_2\left(\vec{v}_{2f} - \vec{v}_{2i}\right)$$

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

Conservazione della QM

- La variazione di QM del primo corpo è uguale e contraria a quella del secondo
- Nell'urto avviene quindi uno scambio di QM tra i due corpi che costituiscono il sistema, dovuto alle forze interne che agiscono fra loro
- La QM del sistema si conserva, cioè la QM dello stato iniziale è uguale alla QM dello stato finale

Teorema dell'impulso

- Quanto ricavato sopra è espresso dal teorema dell'impulso:

$$m_1\left(\vec{v}_{1f}-\vec{v}_{1i}\right)=\Delta\vec{p}_1=\int_0^{\Delta t}\vec{F}_{1(2)}dt\equiv\vec{J}_{1(2)}$$

$$m_2\left(\vec{v}_{2f}-\vec{v}_{2i}\right)=\Delta\vec{p}_2=\int_0^{\Delta t}\vec{F}_{2(1)}dt\equiv\vec{J}_{2(1)}$$

Energia meccanica, cinetica

- Generalmente l’energia meccanica **non** si conserva in un urto
- Tutto dipende dal fatto se le forze interne sono conservative oppure no
- Lo stesso vale per l’energia cinetica, che in generale **non** si conserva in un urto

Urti anelastici

- Un urto è più o meno anelastico a misura di quanta energia cinetica K viene persa
- Un urto è <u>elastico</u> se K si conserva
- È <u>totalmente anelastico</u> se la perdita di K è massima
- Nell'urto <u>totalmente anelastico</u> i due corpi rimangono attaccati formando un unico corpo

Urto totalmente anelastico

- Stato iniziale $\vec{p}_i = m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}$
- Stato finale: i due corpi si attaccano insieme

$$\vec{p}_f = \left(m_1 + m_2\right)\vec{v}_f$$

- Poiché agiscono solo forze interne, la QM si conserva, ne segue

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow \vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Urto totalmente anelastico

- Energia cinetica nello stato iniziale:

$$K_i = \frac{\left|\vec{p}_{i1}\right|^2}{2m_1} + \frac{\left|\vec{p}_{i2}\right|^2}{2m_2}$$

- e nello stato finale

$$K_f = \frac{\left|\vec{p}_f\right|^2}{2\left(m_1 + m_2\right)} = \frac{\left|\vec{p}_i\right|^2}{2\left(m_1 + m_2\right)} = \frac{\left|\vec{p}_{i1} + \vec{p}_{i2}\right|^2}{2\left(m_1 + m_2\right)}$$

- La perdita di energia cinetica è pari a

$$K_f - K_i = \frac{\left|\vec{p}_{i1} + \vec{p}_{i2}\right|^2}{2\left(m_1 + m_2\right)} - \left(\frac{\left|\vec{p}_{i1}\right|^2}{2m_1} + \frac{\left|\vec{p}_{i2}\right|^2}{2m_2}\right)$$

Urto totalmente anelastico 1d

$$K_f - K_i = \frac{\left(p_{i1} + p_{i2}\right)^2}{2\left(m_1 + m_2\right)} - \left(\frac{p_{i1}{}^2}{2m_1} + \frac{p_{i2}{}^2}{2m_2}\right)$$

$m_1 = m_2$

$$K_f - K_i = \frac{\left(p_{i1} + p_{i2}\right)^2}{4m} - \frac{1}{2m}\left(p_{i1}{}^2 + p_{i2}{}^2\right)$$

$$4m\left(K_f - K_i\right) = 2p_{i1}p_{i2} - p_{i1}{}^2 - p_{i2}{}^2 = -\left|p_{i1} - p_{i2}\right|^2 < 0$$

Urto elastico in 1-D

- Consideriamo il semplice caso di urto in 1-D, cioè tale per cui le velocità, iniziali e finali, sono tutte lungo una sola direzione (urto centrale)
- Applichiamo la conservazione della QM

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

- e la conservazione dell'energia cinetica

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

Urto elastico in 1-D

- Le due eqq. costituiscono un sistema in due incognite, che è possibile risolvere con i metodi noti; otteniamo

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$