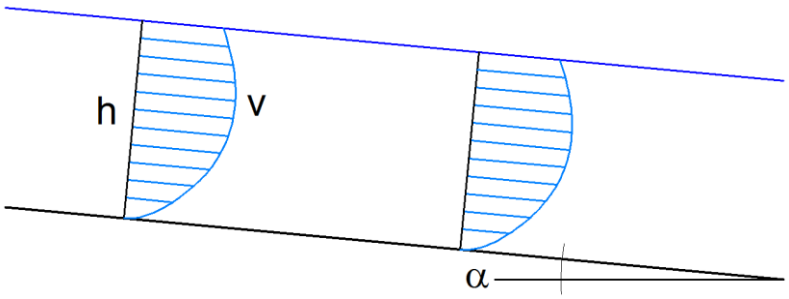
PROFILI DI CORRENTE IN MOTO PERMANENTE

I classici approcci relativi al dimensionamento ed alla verifica delle canalizzazioni per fognatura e, più in generale, delle correnti a pelo libero, muovono dall'ipotesi che all'interno dello speco o dell'alveo fluviale si realizzino condizioni di **moto uniforme**, per il quale le grandezze idrodinamiche si mantengono costanti nello spazio e nel tempo. Tale ipotesi risulta in realtà un'astrazione, considerato il fatto che nelle correnti libero le grandezze variano continuamente ed in modo piuttosto caotico tra sezioni diverse e nella stessa sezione tra istanti diversi.

Tuttavia tale approccio consente di rappresentare in maniera piuttosto verosimile il funzionamento di correnti in alvei caratterizzati da portata, sezione trasversale e pendenza costante (*alveo cilindrico*): in tali condizioni, infatti, il pelo libero si mantiene parallelo al fondo e i diagrammi di velocità, riportati nella figura sottostante, risultano anch'essi costanti.



Come si evince dalla figura, la distribuzione della velocità nella sezione presenta valori diversi a seconda della profondità, attingendo il massimo in corrispondenza a una distanza di circa il 10 - 15% del tirante al di sotto del pelo libero.

L'ipotesi di moto uniforme viene in genere accoppiata a quella di *gradualità del moto* stesso, condizione che si verifica allorquando è possibile ritenere che i filetti fluidi che compongono la corrente si mantengano rettilinei e paralleli tra di loro. Tale ulteriore ipotesi comporta la possibilità di considerare una distribuzione delle pressioni nella sezione di tipo idrostatico, e cioè di poter applicare la legge di Stevino: $z + p/\gamma = \text{cost}$

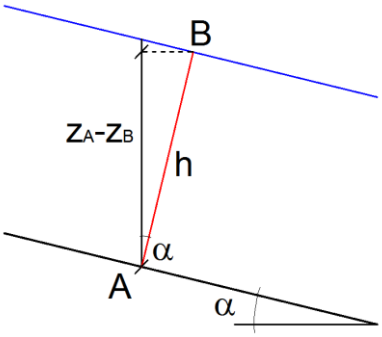
Com'è noto, il luogo dei punti $\left(z + p/\gamma\right)$ individua la linea piezometrica; applicando la legge alla generica sezione idrica si ricava:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = z_B - z_A$$

$$p_B = 0 \quad \text{(pressione atmosferica)}$$

$$\frac{p_A}{\gamma} = z_B - z_A = h\cos\alpha < h$$



Se introduciamo l'ulteriore ipotesi di *piccole pendenze* (ipotesi tecnicamente molto valida nelle comuni applicazioni) è possibile approssimare l'angolo α alla sua tangente e ritenere il suo coseno pari a 1, ottenendo $z_A - z_B = h$.

Si ha dunque che nell'ipotesi di alvei con modesta pendenza la cadente piezometrica coincide con il pelo libero della corrente. Sommando il termine cinetico $\left(v^2/2g\right)$ si ottiene la linea dell'energia specifica associata alla corrente, la cui espressione è dunque la seguente:

$$H = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \qquad \textit{(calcolata rispetto al fondo dell'alveo)}$$

In condizioni di moto uniforme il valore medio del campo di velocità nella sezione idrica viene determinato mediante la **formula di resistenza** proposta da Chezy:

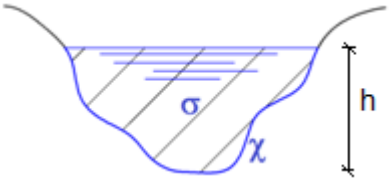
$$v = k\sqrt{RJ}$$

in cui *k* è un coefficiente di scabrezza, *R* il raggio idraulico e *J* la cadente piezometrica.

Per quanto detto in precedenza, la cadente piezometrica *J* può essere ritenuta coincidente con la pendenza del canale $i = tg\alpha$.

Il **raggio idraulico** è definito come il rapporto tra la sezione idrica (σ) ed il contorno bagnato (χ):

$$R = \frac{\sigma}{\chi}$$



Per quanto riguarda il coefficiente di scabrezza esistono diverse formulazioni:

- Bazin: $k = \dfrac{87}{1+\dfrac{\gamma}{\sqrt{R}}}$ $\qquad \gamma\left[m^{1/2}\right]$
- Kutter: $k = \dfrac{100}{1+\dfrac{m}{\sqrt{R}}}$ $\qquad m\left[m^{1/2}\right]$
- Gauckler - Strickler: $k = k' R^{1/6}$ $\qquad k'\left[m^{1/3}/s\right]$

in cui γ, m e k' sono coefficienti tabellati in funzione delle caratteristiche del materiale che costituisce le pareti dell'alveo (vedi Appendice).

Introducendo l'ultima di tali espressioni di k nella formula di Chezy e facendo comparire la pendenza del canale *i* si ottiene la ben nota formula di Gauckler - Strickler per il calcolo della portata:

$$Q = k'\sigma R^{2/3} i^{1/2}$$

Come già ricordato in precedenza, il moto uniforme è una mera astrazione che trova riscontro solo in casi estremamente particolari: nella realtà il campo di velocità cambia nelle diverse sezioni e, di conseguenza, cambiano i tiranti idrici.

Possiamo tuttavia ipotizzare che le grandezze idrauliche, pur variando con continuità nello spazio, si mantengano invariate nel tempo nella stessa sezione, e cioè che ci troviamo in condizioni di **moto permanente**.

In tale ipotesi le Equazioni del De Saint Venant valide per canali a pelo libero e sezione variabile, si particolarizzano nel modo seguente:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(h + \frac{v^2}{2g}\right) = i - j - \frac{1}{g}\cdot\frac{\partial v}{\partial t} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial H}{\partial s} = i - j$$

$$v\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \sigma\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$$

In particolare, ricordando la dipendenza dell'energia specifica dal tirante idrico, la prima delle due può essere riscritta come:

$$\frac{\partial H}{\partial s} = \frac{\partial H}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} = i - j$$

da cui si ricava l'equazione che esprime la variazione dell'altezza idrica nelle diverse sezioni dell'alveo, che risulta di fondamentale importanza perché consente il tracciamento dei profili di corrente in moto permanente:

$$\boxed{\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{i - j}{\frac{\partial H}{\partial h}}} \qquad (1)$$

in cui *h* è il tirante, *H* l'energia specifica della corrente computata rispetto al fondo, *i* la pendenza dell'alveo e *j* la cadente piezometrica.

In linea generale, il tracciamento di un profilo di corrente viene effettuato in riferimento alle seguenti ipotesi:

- moto permanente
- alveo cilindrico
- moto gradualmente vario
- piccole pendenze

La soluzione dell'ultima equazione differenziale (1) richiede innanzitutto la determinazione della cadente piezometrica j, che viene condotta ipotizzando che nel tratto di lunghezza *ds* le perdite di carico siano attribuibili a fenomeni dissipativi analoghi a quelli del moto uniforme, e pertanto è possibile sfruttare le equazioni di resistenza viste precedentemente.

Inoltre è necessario disporre di alcune condizioni al contorno a partire dalle quali l'equazione (1) viene tipicamente risolta attraverso il metodo delle differenze finite.

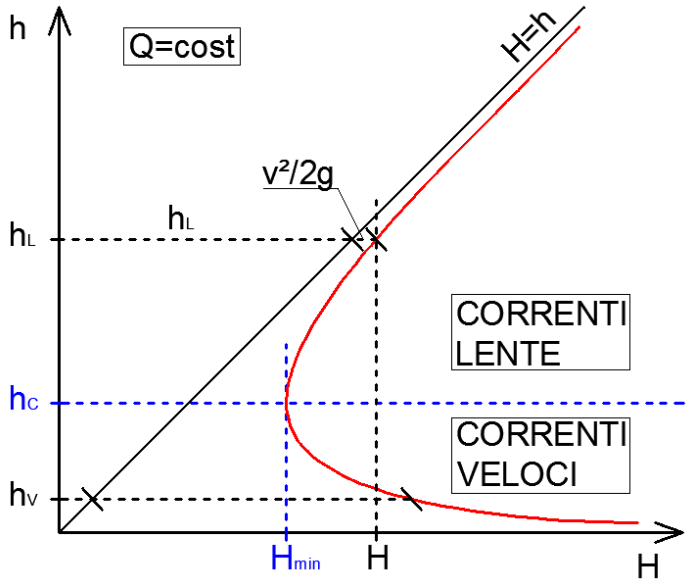
Ad ogni modo, è sempre possibile costruire un andamento qualitativo dei profili di corrente a partire dallo studio di alcuni casi particolari, che vengono di seguito analizzati.

Partiamo innanzitutto dall'espressione dell'energia specifica, che è funzione del tirante *h* e della portata *Q*. Se rappresentiamo tale legge nel diagramma (*h, H*) per portata costante si ha:

$$H = h + \frac{Q^2}{2g\sigma^2}$$

$$h \to 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma \to 0 \quad \Rightarrow \quad H \to \infty$$

$$h \to \infty \quad \Rightarrow \quad \sigma \to \infty \quad \Rightarrow \quad H \to h$$



La funzione presenta dunque due asintoti, per altezze idriche che tendono rispettivamente a zero e ad infinito, e un valore minimo che si realizza in corrispondenza di un valore di h che prende il nome di **altezza di stato critico** (h_c). Tale valore distingue il piano in due regioni: quella superiore, in cui il termine cinetico è sempre minore di quello associato allo stato critico, e quella inferiore in cui essi risultano sempre superiori a quest'ultimo.

Ciò consente di effettuare una prima distinzione tra:

- *correnti lente*, che presentano altezza idrica superiore a quella di stato critico $(h > h_c)$ e in cui il termine cinetico risulta piuttosto esiguo;
- *correnti veloci*, che presentano altezza idrica inferiore a quella di stato critico $(h < h_c)$ e in cui il termine cinetico rappresenta quasi la totalità del contenuto energetico.

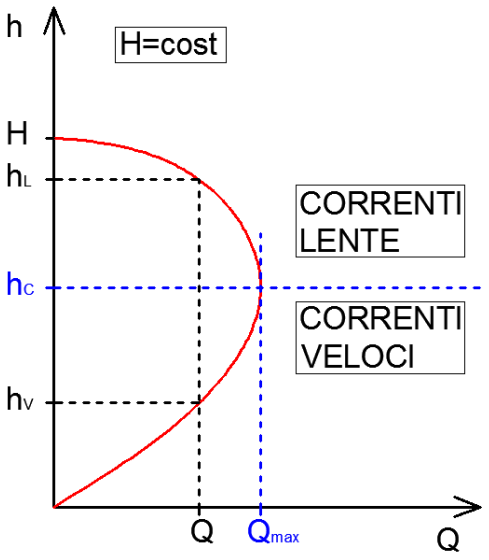
Dal diagramma si evince inoltre che a ciascun valore di H corrispondono due diverse altezze idriche, una di corrente veloce e l'altra di corrente lenta.

Ragionando invece in termini di energia costante, proviamo a diagrammare nel piano (*Q, h*) l'andamento del tirante idrico in funzione della portata, che si ottiene manipolando l'espressione di H:

$$H = h + \frac{Q^2}{2g\sigma^2} \quad \Rightarrow \quad Q = \sigma\sqrt{2g(H-h)}$$

$$h \to 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma \to 0 \quad \Rightarrow \quad Q \to 0$$

$$h \to H \quad \Rightarrow \quad H - h \to 0 \quad \Rightarrow \quad Q \to 0$$



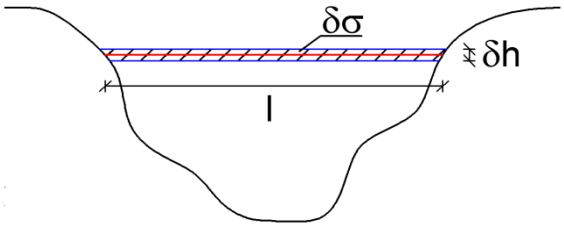
Stato critico

Per ricavare l'altezza di stato critico, cerchiamo il punto di minino della funzione H(h) annullandone la derivata prima:

$$\frac{\partial H}{\partial h} = \frac{\partial h}{\partial h} + \frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{Q^2}{2g\sigma^2}\right) =$$

$$= 1 - \frac{Q^2}{2g\sigma^4} \cdot 2\sigma \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial h} =$$

$$= 1 - \frac{Q^2}{g\sigma^3} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial h} = 0$$



Dalla figura a lato si evince che, con minima approssimazione, il rapporto rappresenta nient'altro che la larghezza in superficie della corrente.

Applicando la relazione appena determinata al caso di sezione rettangolare, si ha:

$$\sigma = bh \quad ; \quad \frac{\partial \sigma}{\partial h} = b = \text{cost}$$

$$1 - \frac{Q^2}{gb^3 h_c^3} \cdot b = 0 \quad \Rightarrow \quad h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \qquad (2)$$

Sempre per sezione rettangolare, valutiamo i valori della velocità critica e dell'energia critica:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \quad \Rightarrow \quad Q^2 = b^2 h_c^2 v_c^2 = g b^2 h_c^3 \quad \Rightarrow \quad v_c = \sqrt{g h_c}$$

$$H_c = h_c + \frac{v_c^2}{2g} = h_c + \frac{\cancel{g} h_c}{2\cancel{g}} = h_c + \frac{h_c}{2} = \frac{3}{2} h_c$$

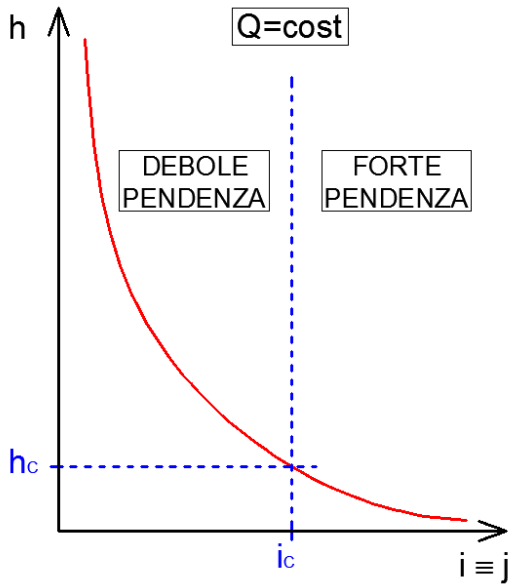
Per quanto detto in precedenza, alla condizione critica restano associate:

- la minima energia, in corrispondenza di una portata assegnata;
- la massima portata, in corrispondenza di un dato valore di energia.

Come si evince dalla (2), l'altezza di stato critico (h_c) risulta indipendente dalla pendenza dell'alveo, differenza di quanto accade per l'altezza di moto uniforme (h_u): utilizzando una formula di resistenza qualsiasi, ad esempio quella di Gauckler - Strickler, è possibile diagrammare l'andamento di h_u al variare della pendenza che, ricordiamo, coincide con la cadente piezometrica $(i \equiv j)$.

Individuata come **pendenza critica** il valore i_c tale che l'altezza di stato critico coincide con quella di moto uniforme, si può effettuale la seguente classificazione:

- *alvei a debole pendenza* $(i < i_c)$
- *alvei a forte pendenza* $(i > i_c)$



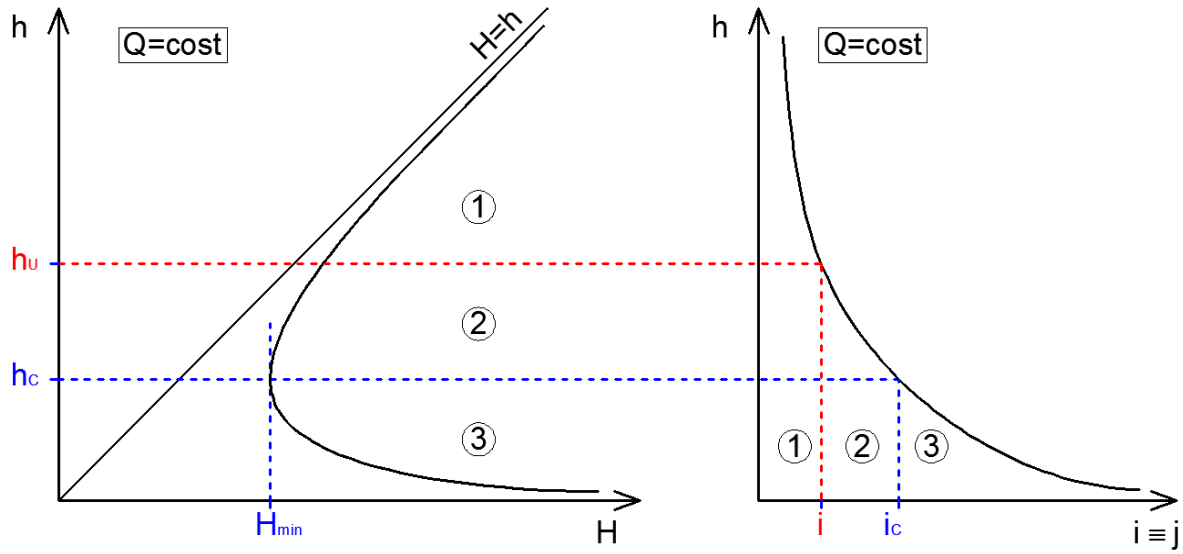
In virtù di quanto descritto precedentemente, è immediato sottolineare che per un alveo a debole pendenza il tirante di moto uniforme è un tirante di corrente lenta, mentre per un alveo a forte pendenza esso risulta un tirante di corrente veloce.

Infine, in funzione dei valori assunti dalla (1), è facile distinguere tra:

- *correnti accelerate* $\left(\partial h/\partial s<0\right)$
- *correnti ritardate* $\left(\partial h/\partial s>0\right)$

Alveo a debole pendenza

Al fine di valutare i possibili profili di corrente che possono instaurarsi in un alveo a debole pendenza, studiamo i valori ed i segni assunti dal rapporto $\partial h/\partial s$ al variare dell'altezza idrica *h* con l'ausilio dei due diagrammi sottostanti:



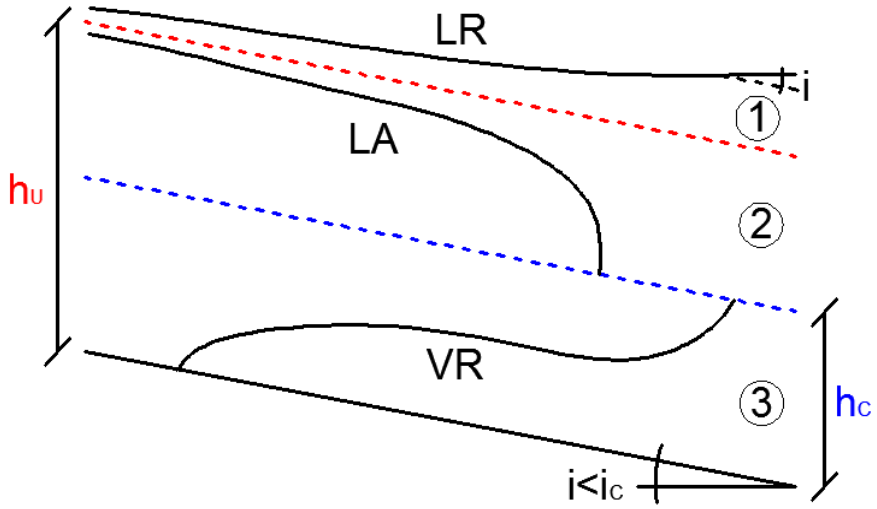
	Altezza idrica	Tipo di corrente	Segno			Profilo di corrente
			$i-j$	$\partial H/\partial h$	$\partial h/\partial s$	
1	$>h_c$	Lenta	>0	>0	>0	Lenta Ritardata
2	$>h_c$	Lenta	<0	>0	<0	Lenta Accelerata
3	$<h_c$	Veloce	<0	<0	>0	Veloce Ritardata

1) $\begin{cases}\lim_{h\to\infty}\dfrac{i-j}{\partial H/\partial h}=\dfrac{i-0}{1}=i & \text{(asintoto inclinato di } i \text{ rispetto al fondo } \rightarrow \text{ tende a orizzontale)}\\ \lim_{h\to h_u}\dfrac{i-j}{\partial H/\partial h}=\dfrac{i-i}{n}=0 & \text{(asintoto orizzontale } \rightarrow \text{ } \| \text{ moto uniforme)}\end{cases}$

2) $\begin{cases} \lim_{h\to h_u} \dfrac{i-j}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i}{n} = 0 & \text{(asintoto orizzontale } \rightarrow \text{ || moto uniforme)} \\ \lim_{h\to h_c} \dfrac{i-i}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i_c}{0} = \infty & \text{(asintoto verticale } \rightarrow \perp \text{ stato critico)} \end{cases}$

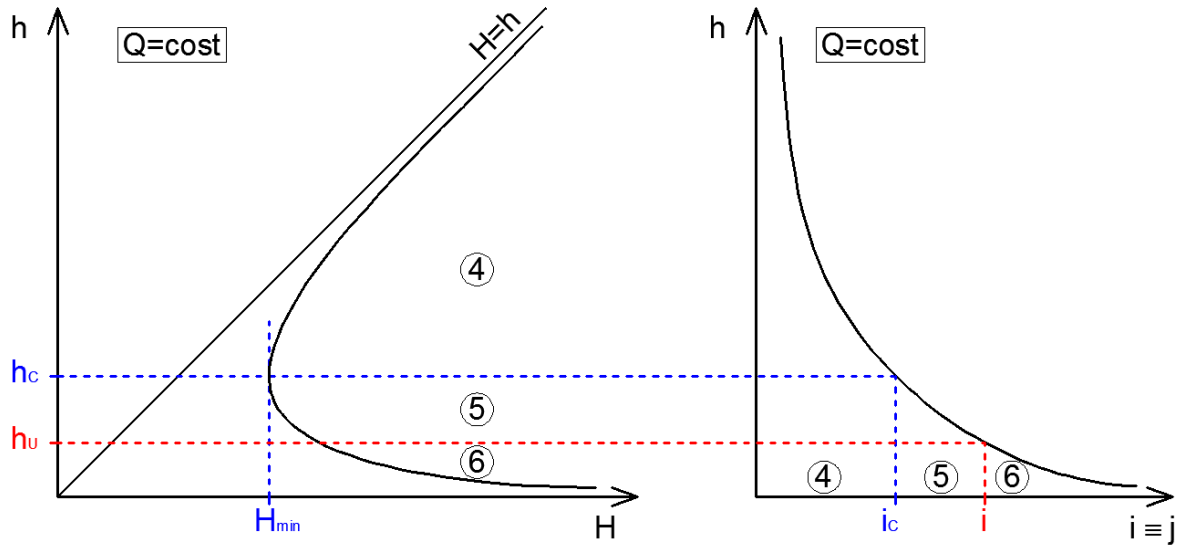
3) $\begin{cases} \lim_{h\to h_c} \dfrac{i-i}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i_c}{0} = \infty & \text{(asintoto verticale } \rightarrow \perp \text{ stato critico)} \\ \lim_{h\to 0} \dfrac{i-j}{\partial H/\partial h} = \dfrac{\infty}{\infty} = \infty & \text{(asintoto verticale } \rightarrow \perp \text{ fondo) *} \end{cases}$

* nella forma indeterminata prevale il numeratore



Alveo a forte pendenza

Ragionando come nel caso precedente si ha:



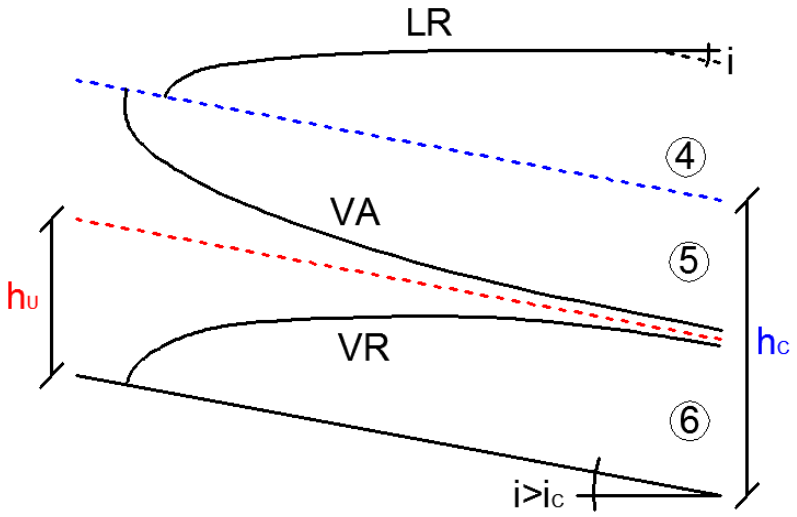
	Altezza idrica	Tipo di corrente	Segno			Profilo di corrente
			$i-j$	$\partial H/\partial h$	$\partial h/\partial s$	
4	$>h_c$	Lenta	>0	>0	>0	Lenta Ritardata
5	$<h_c$	Veloce	>0	<0	<0	Veloce Accelerata
6	$<h_c$	Veloce	<0	<0	>0	Veloce Ritardata

4) $\begin{cases} \lim_{h\to\infty} \dfrac{i-j}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-0}{1} = i & \text{(asintoto inclinato di } i \text{ rispetto al fondo } \rightarrow \text{ tende a orizzontale)} \\ \lim_{h\to h_c} \dfrac{i-j}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i_c}{0} = \infty & \text{(asintoto verticale } \rightarrow \perp \text{ stato critico)} \end{cases}$

5) $\begin{cases} \lim_{h\to h_c} \dfrac{i-j}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i_c}{0} = \infty & \text{(asintoto verticale } \rightarrow \perp \text{ stato critico)} \\ \lim_{h\to h_u} \dfrac{i-i}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i}{n} = 0 & \text{(asintoto orizzontale } \rightarrow \parallel \text{ moto uniforme)} \end{cases}$

6) $\begin{cases} \lim_{h\to h_u} \dfrac{i-i}{\partial H/\partial h} = \dfrac{i-i}{n} = 0 & \text{(asintoto orizzontale } \rightarrow \parallel \text{ moto uniforme)} \\ \lim_{h\to 0} \dfrac{i-j}{\partial H/\partial h} = \dfrac{\infty}{\infty} = \infty & \text{(asintoto verticale } \rightarrow \perp \text{ fondo) *} \end{cases}$

* nella forma indeterminata prevale il numeratore



Condizioni al contorno per il tracciamento dei profili di corrente

1) Propagazione delle perturbazioni

Lo studio della propagazione delle perturbazioni che si generano in una corrente a pelo libero fornisce preziose indicazioni sulla ricerca delle condizioni al contorno per il tracciamento dei profili di corrente in moto permanente.

Innanzitutto, si definisce la velocità di propagazione della perturbazione la seguente quantità:

$$c = \sqrt{gh}$$

in cui h è il tirante idrico della corrente.

Consideriamo il caso di un alveo a sezione rettangolare in condizioni di corrente lenta: la velocità della corrente risulta inferiore alla velocità critica, il cui valore è stato determinato precedentemente ed è uguale a:

$$v_L < v_c = \sqrt{gh_c}$$

Contemporaneamente, il tirante di corrente lenta è maggiore di quello di stato critico, e dunque si ha:

$$h_L > h_c \quad \Rightarrow \quad \underset{c}{\sqrt{gh_L}} > \underset{v_c}{\sqrt{gh_c}} \quad \Rightarrow \quad c > v_c > v_L$$

Risultando la celerità maggiore della velocità della corrente, una eventuale perturbazione che si genera nella corrente stessa ha la possibilità di risalire da valle verso monte. Pertanto, quando ci troviamo **in corrente lenta le condizioni al contorno devono essere ricercate nelle sezioni di valle**.

Viceversa per una corrente veloce si ha:

$$v_v > v_c = \sqrt{gh_c}$$

$$h_v < h_c \quad \Rightarrow \quad \underset{c}{\sqrt{gh_v}} < \underset{v_c}{\sqrt{gh_c}} \quad \Rightarrow \quad c < v_c < v_v$$

In questo caso la velocità della corrente risulta sempre superiore alla celerità di propagazione delle perturbazioni, che vengono quindi trascinate dalla corrente stessa verso valle.

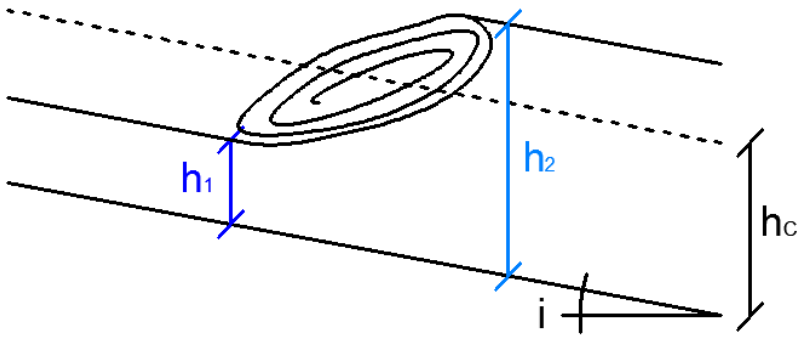
Per questo motivo **in corrente veloce le condizioni al contorno devono essere ricercate nelle sezioni di monte**.

Riassumendo quanto affermato finora, si ha che:

- il profilo di corrente per una corrente lenta si costruisce da valle verso monte
- il profilo di corrente per una corrente veloce si costruisce da monte verso valle

2) Risalto idraulico (salto di Bidone)

Esistono alcune condizioni di moto che fanno sì che una corrente veloce si trovi a trasformarsi bruscamente in una corrente lenta: tale passaggio non avviene quasi mai in modo graduale, ma attraverso una discontinuità del profilo caratterizzata da un'improvvisa espansione del getto a monte che prende il nome di **risalto idraulico**.



Il fenomeno di cui stiamo parlando, che dà luogo al cosiddetto *"salto di Bidone"*, comporta una parziale trasformazione dell'energia cinetica posseduta dalla corrente in energia potenziale, che determina l'innalzamento del pelo libero; la restante aliquota energetica viene invece dissipata sotto forma di calore, attraverso la formazione di vortici e turbolenze. Ai fini pratici tale meccanismo comporta dissipazioni tali da renderlo molto utile per la riduzione del contenuto energetico delle correnti veloci (es. scarichi di superficie delle dighe).

Lo studio del risalto idraulico viene condotto applicando le equazioni globali del moto, che forniscono la relazione tra le altezze idriche a monte (h_1) ed a valle (h_2) del salto di Bidone (*altezze coniugate*):

$$\Omega_1 = \Omega_2$$

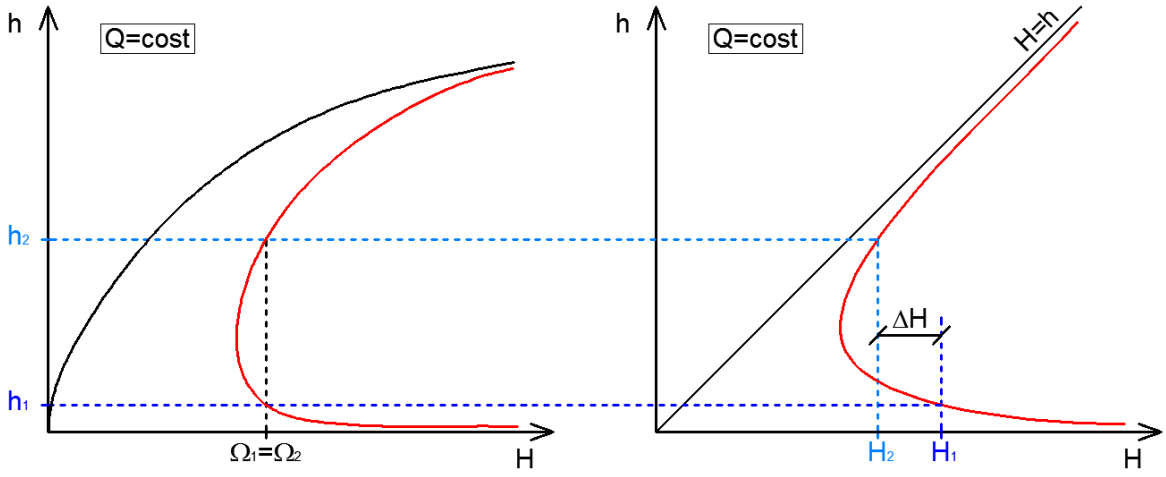
dove con Ω è indicata la **quantità di moto** della corrente, definita nel modo seguente:

$$\Omega = \zeta\sigma + \frac{Q^2}{g\sigma} \quad \left[m^3\right]$$

in cui Q è la portata, σ la sezione idrica e ζ l'affondamento del baricentro; nel caso di alveo rettangolare si ha:

$$\Omega = \frac{h}{2}\cdot bh + \frac{Q^2}{gbh} = \frac{bh^2}{2} + \frac{Q^2}{gbh}$$

Possiamo rappresentare tale funzione nel piano (Ω, h) per portata costante; nel grafico sottostante viene messa in evidenza la dissipazione energetica ΔH associata alla formazione del risalto idraulico.



$$h \to 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma \to 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega \to \infty$$
$$h \to \infty \quad \Rightarrow \quad \sigma \to \infty \quad \Rightarrow \quad \Omega \to \infty \quad \text{(quadratico)}$$

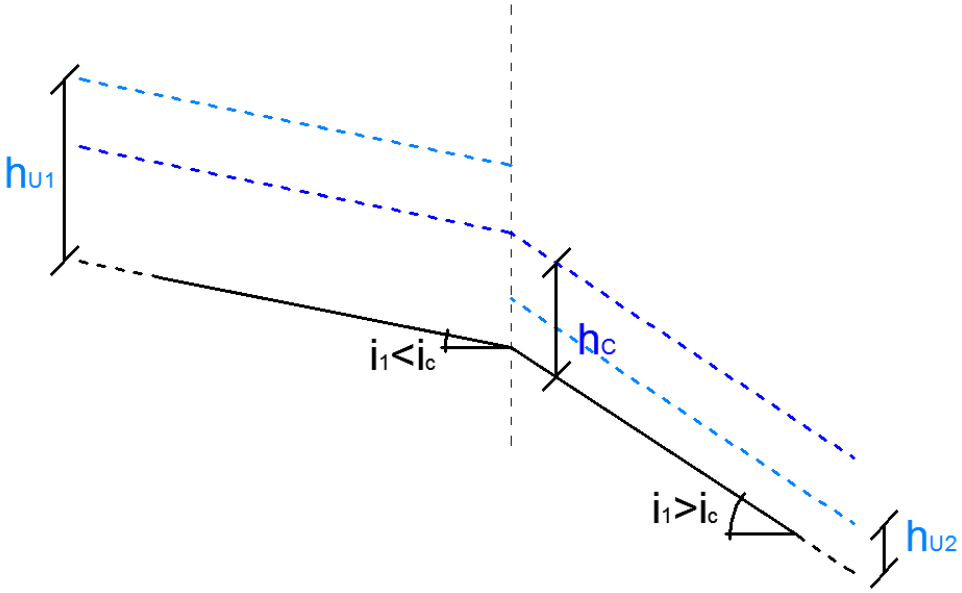
3) Salto di fondo

In generale quando una corrente si trova a superare una discontinuità nel fondo dell'alveo, si verifica una dissipazione energetica che va analizzata sul diagramma (*H, h*).

Esempi di tracciamento di profili di corrente a maniera

1) Cambio di pendenza (da debole a forte)

Supponiamo di avere un alveo cilindrico, di sezione rettangolare con larghezza b e assegnato coefficiente di scabrezza k', in cui transita una portata Q e che in una determinata sezione incontra un improvviso aumento di pendenza, che passa dal valore i_1 al valore i_2.



Innanzitutto, conoscendo la portata e la larghezza dell'alveo, possiamo determinare l'altezza di stato critico che, come già affermato, è indipendente dalla pendenza e vale per entrambi i tratti.

Attraverso la formula di Gauckler – Strickler posso ricavare il tirante di moto uniforme sia nel tratto 1 che nel tratto 2, risolvendo per tentativi la seguente equazione:

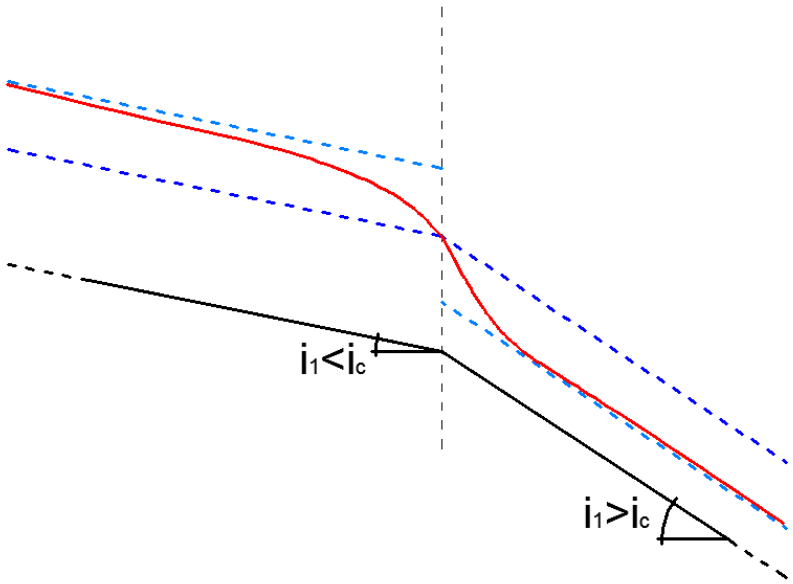
$$Q = k'\sigma R^{2/3} i^{1/2} = k'bh \cdot \left(\frac{bh}{b+2h}\right)^{2/3} i^{1/2}$$

Supponiamo che nel tratto 1 il tirante di moto uniforme sia superiore a quello di stato critico, e viceversa nel tratto 2: sia ha dunque lo schema di un alveo a debole pendenza, indefinito verso monte, seguito da alveo a forte pendenza indefinito verso valle.

La corrente nel tratto 1 all'infinito di monte, non essendoci altre perturbazioni, dovrà tendere al moto uniforme, così come quella nel tratto 2 all'infinito di valle, e daranno luogo rispettivamente ad una corrente lenta ed una veloce.

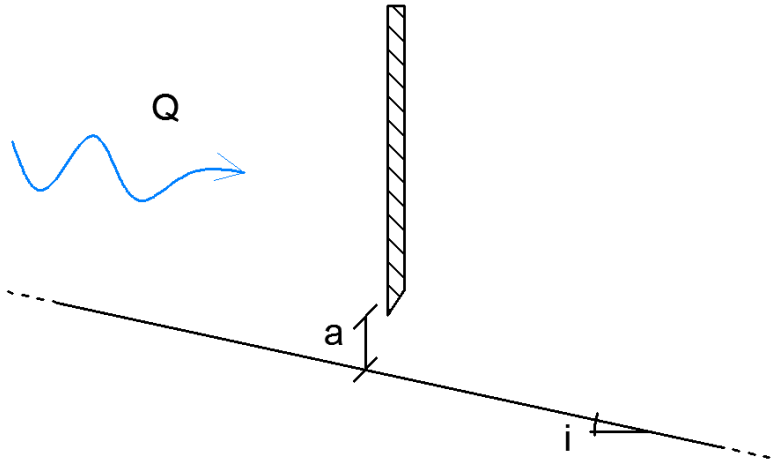
Ricordando che le correnti lente sono regolate da valle e quelle veloci da monte, si ha che la condizione al contorno da ricercare per il tracciamento del profilo di corrente è da ricercarsi in corrispondenza del cambio di pendenza. Tale condizione è rappresentata proprio dal passaggio attraverso lo stato critico, che si ipotizza avvenire proprio in corrispondenza della sezione in cui avviene la variazione di inclinazione del fondo.

Ricordando i profili di corrente per alveo a debole e a forte pendenza, si ha dunque che nel tratto 1 si realizza un profilo di corrente lenta accelerata, mentre nel tratto 2 uno di corrente veloce accelerata, il cui tracciamento è riportato nella figura sottostante.



2) Passaggio attraverso paratoia

Analizziamo ora il caso in cui in un alveo indefinito a sezione rettangolare in cui transita una portata assegnata (*Q*), ed all'interno del quale viene alloggiata viene introdotta una paratoia di regolazione con luce di fondo di altezza *a*.



Innanzitutto, note le caratteristiche geometriche (larghezza *b*, pendenza *i*) e la scabrezza, possiamo procedere speditivamente al calcolo dei tiranti di stato critico e di moto uniforme. Vediamo i due casi:

- alveo a debole pendenza $\left(h_u > h_c\right)$

  in questo caso la corrente sia all'infinito di monte che a quello di valle tenderà al moto di uniforme con un tirante di corrente lenta: ciò è sufficiente come condizione al contorno per il tratto a valle della paratoia, ma non per quella a monte, che richiede un valore di altezza idrica dal quale partire per il tracciamento del profilo di moto permanente.

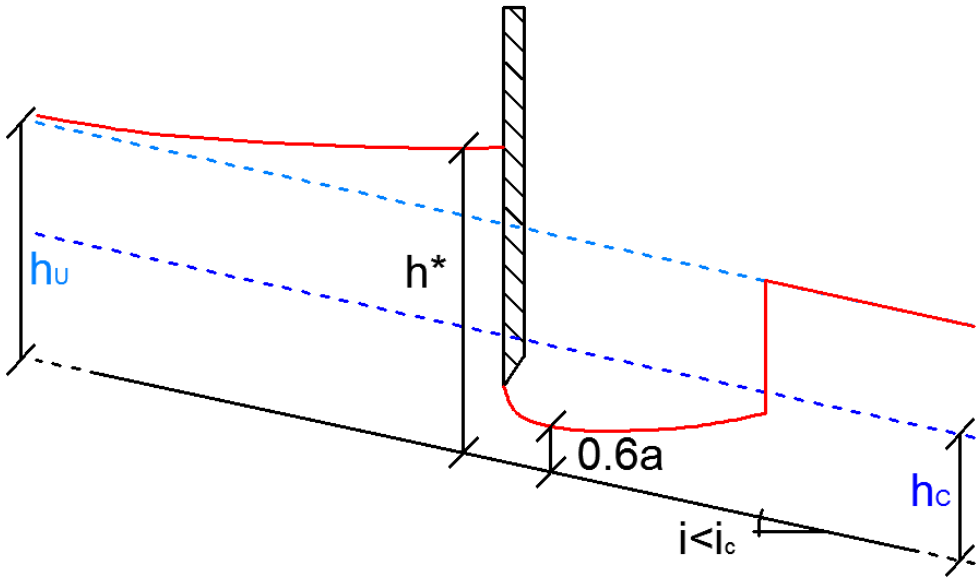
  La condizione è rappresentata dal tirante che si realizza a ridosso della paratoia (*h**), ricavabile dalla legge di efflusso della luce di fondo, riportata di seguito:

$$Q = \mu b h^* \sqrt{2g\left(h^* - a/2\right)}$$

A partire da questo valore del tirante si costruisce il profilo di corrente verso monte che, come già ricordato, tenderà verso il moto uniforme: a seconda del valore assunto da *h** si avrà tipicamente un profilo di corrente lenta ritardata $\left(h^* > h_u\right)$ o lenta accelerata $\left(h^* < h_u\right)$.

Com'è noto all'uscita dalla luce di efflusso, a valle della paratoia, si verifica la contrazione della vena idrica la cui altezza assume un valore pari a circa il 60% di *a*: a partire da questo tirante idrico (tipicamente di corrente veloce) si sviluppa verso valle un profilo di corrente veloce ritardata.

Trovandoci in alveo a debole pendenza, la corrente viene regolata da valle, dove essa tende al moto uniforme: si avrà pertanto la formazione di un risalto idraulico, la cui posizione va determinata uguagliando le quantità di moto associate alle altezze idriche coniugate.



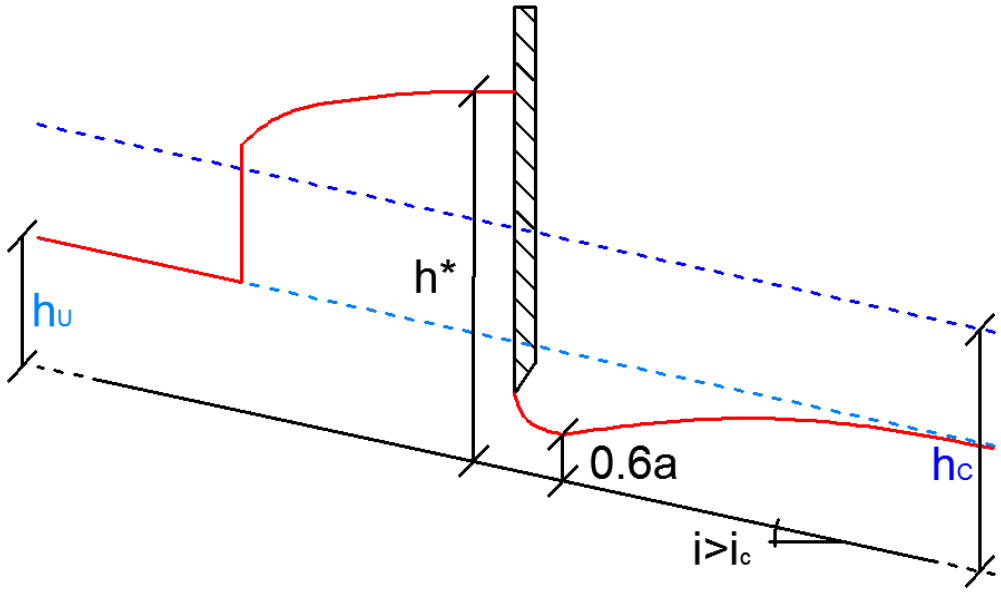
- <u>alveo a forte pendenza</u> $\left(h_u < h_c\right)$

  la trattazione è del tutto analoga a quella del caso di alveo a debole pendenza per quanto riguarda il calcolo del tirante a monte ed a valle della paratoia, ma ovviamente

cambiano i profili di corrente nei due tratti in quanto, per effetto della forte pendenza, occorre partire da condizioni al contorno di monte.

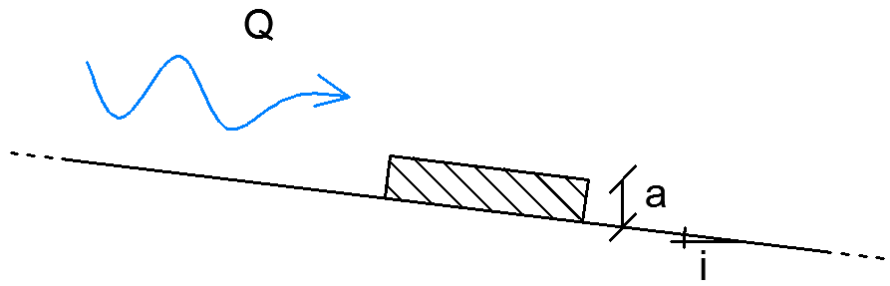
A partire dalla vena idrica contratta, nel tratto di valle si sviluppa un profilo di corrente veloce ritardata che tende all'infinito all'altezza di moto uniforme.

Alle spalle della paratoia, la corrente arriverà dall'infinito di monte con il tirante di moto uniforme, che dovrà poi adeguarsi all'altezza *h** per consentire il passaggio della portata *Q* al di sotto della luce di efflusso: a seconda del valore assunto da *h** si possono avere diverse soluzioni, ma nell'ipotesi quasi sempre verificata di tirante di corrente lenta, si delinea necessariamente un profilo di corrente lenta ritardata il cui sviluppo è più o meno completo a seconda della quantità di moto della corrente in arrivo da monte e si verifica la formazione di un risalto idraulico.



3) Passaggio su soglia di fondo

Vediamo ora cosa succede quando una corrente (lenta o veloce) si trova a superare una sezione in cui è realizzata una soglia di fondo, ossia un gradino di altezza *a* e lunghezza limitata in corrispondenza del fondo dell'alveo.



Tra i dati del problema ci sono tipicamente la portata *Q*, la pendenza *i*, la geometria della sezione trasversale (es. larghezza *b* per canale rettangolare) ed il coefficiente di scabrezza *k'*. Sulla scorta di questi parametri possiamo calcolare immediatamente l'altezza di stato critico e quella di moto uniforme.

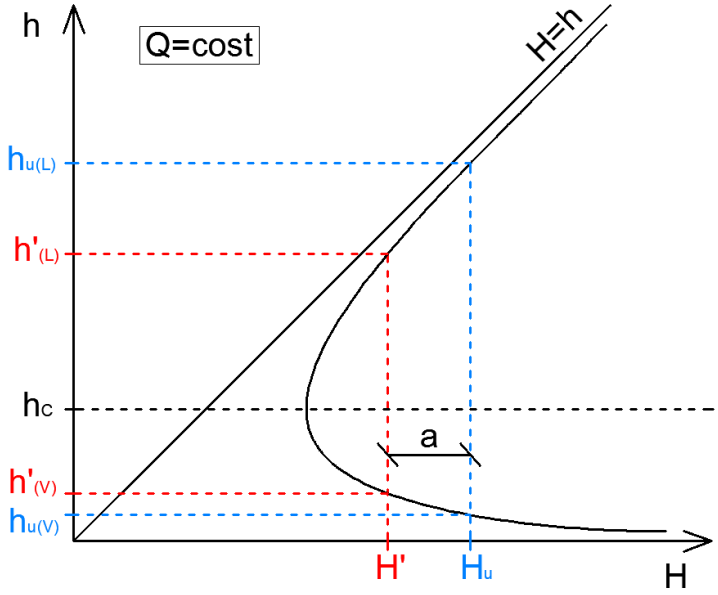
Nell'ipotesi di alveo indefinito sia verso monte che verso valle, all'infinito in entrambe le direzioni avremo il profilo di moto uniforme; ciò che avviene in corrispondenza del passaggio sulla soglia viene tipicamente analizzato ipotizzando che, vista la brevità del tronco interessato, l'energia specifica in questo tratto si mantenga costante e pari al contenuto energetico H_0 della corrente in arrivo da monte:

$$H_u = h_u + \frac{Q^2}{2gb^2h_u^2}$$

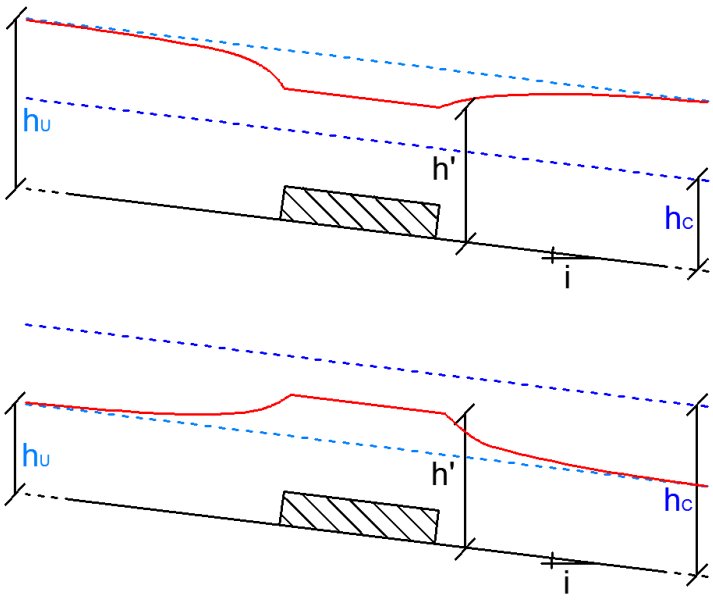
In questa ipotesi l'energia specifica computata sulla soglia risulta uguale a:

$$H' = H_u - a$$

Ragionando sul piano (*H, h*), vediamo che al contenuto energetico H' restano associate due altezze idriche, una di corrente veloce ed una di corrente lenta: questi sono i valori dell'altezza idrica che si realizza sulla soglia rispettivamente in caso di corrente veloce e corrente lenta in arrivo da monte.

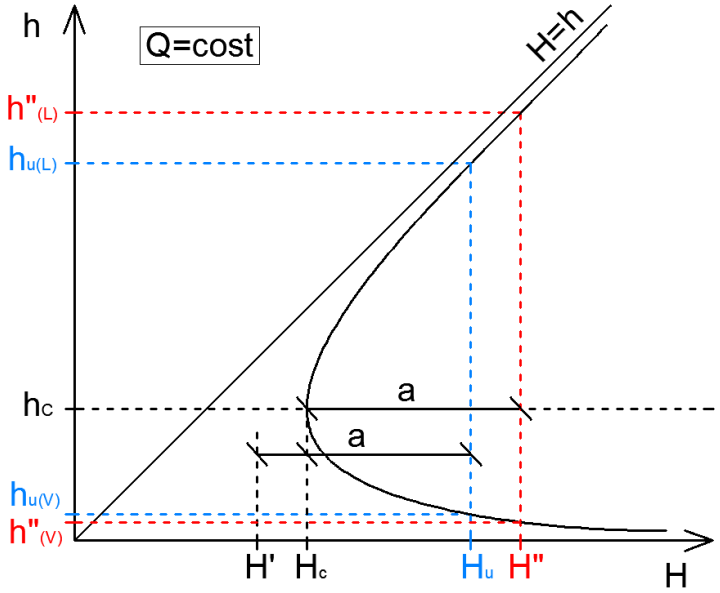


Più in particolare, si nota che nel caso di corrente lenta, il tirante idrico si riduce sulla soglia (la corrente accelera), mentre nel caso di corrente lenta il tirante aumenta (la corrente subisce un rallentamento). A partire da questo valore dell'altezza idrica si costruiscono i profili di corrente verso monte e verso valle, che come detto precedentemente tenderanno al moto uniforme.



L'ipotesi di energia specifica costante vale fin quando la soglia su cui avviene il passaggio si può ritenere "bassa"; se l'altezza della soglia è considerevole, può accadere che la

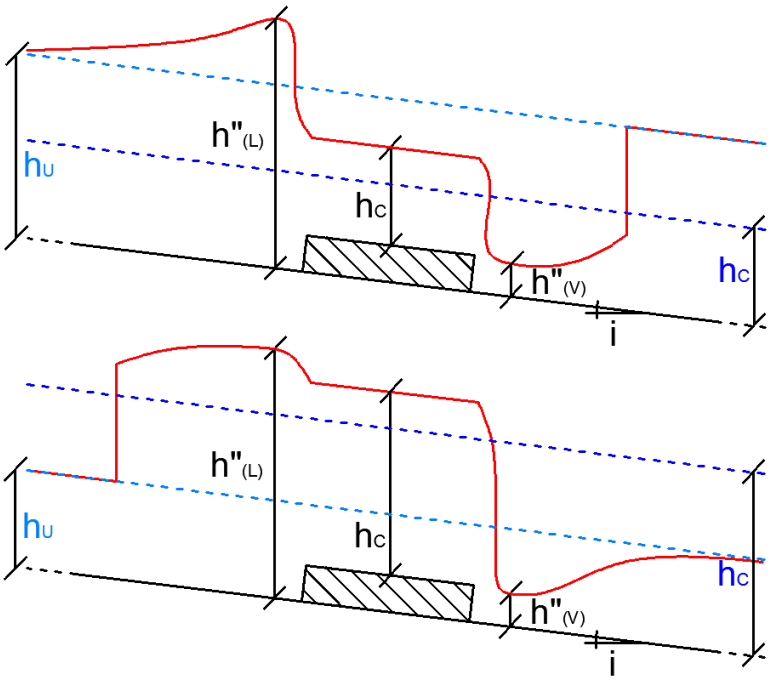
differenza $H' = H_u - a$ scenda al di sotto dell'energia critica che, ricordiamo, è il minimo valore energetico che la corrente può possedere.



In queste condizioni (soglia "alta") la corrente deve adeguare il proprio contenuto energetico per superare tale ostacolo: accade quindi che sulla soglia essa transiti con l'energia minima (H_c), a cui corrisponde a monte e a valle il valore $H^* = H_c + a$.

Al solito, ad esso restano associate due altezze idriche, di corrente lenta e veloce: in particolare la prima si realizza a monte della soglia, mentre a valle si instaura la seconda.

Da questi valori si costruiscono verso monte e verso valle i profili di corrente in caso di alveo a debole e a forte pendenza: nel primo caso abbiamo a monte un profilo di corrente lenta ritardata e a valle uno di corrente veloce ritardata con la formazione di un risalto idraulico. Nel secondo abbiamo invece il risalto idraulico si realizza a monte insieme ad un profilo di corrente lenta ritardata mentre a valle si ha ancora corrente veloce ritardata.

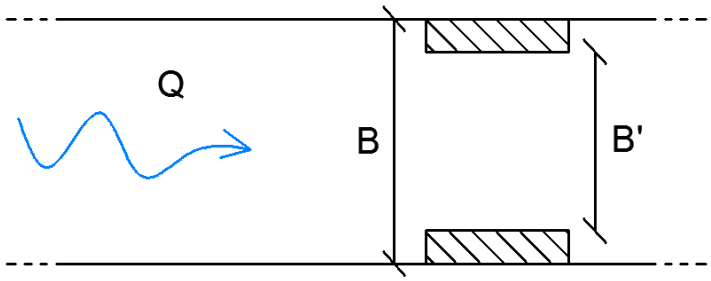


4) <u>Restringimento d'alveo</u>

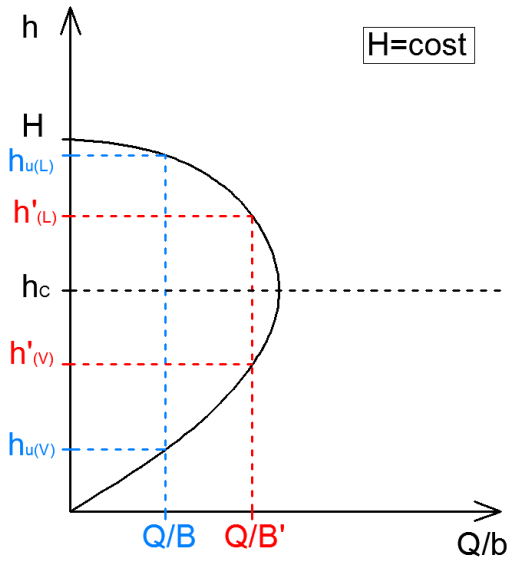
Trattiamo infine il caso in cui una corrente a pelo libero si trova ad attraversare un tronco di lunghezza limitata all'interno del quale si verifica un certo restringimento della larghezza della sezione d'alveo.

Tale situazione è quella che si verifica, ad esempio, in corrispondenza di un ponte fluviale le cui pile di appoggio determinano una riduzione della sezione libera disponibile o, in maniera più voluta, in alcune applicazioni tecniche quale la realizzazione di un venturimetro per canali, utilizzati per la misura della portata defluente in una corrente a pelo libero.

Per maggior chiarezza vediamo cosa succede in caso di alveo indefinito a sezione rettangolare per il quale siano note portata (*Q*), pendenza (*i*) e scabrezza (*k'*) che passa da una larghezza *B* ad una larghezza *B'*.

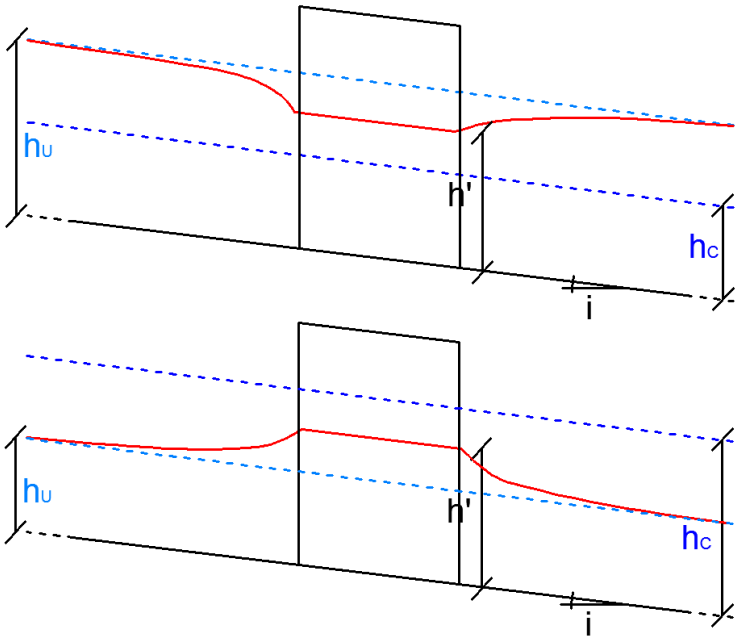


Il passaggio attraverso il restringimento non comporta variazioni di portata nel complesso, ma altera il valore della portata per unità di larghezza, che passa dal valore *Q/B* al valore *Q/B'*, più elevato. Considerando il modesto sviluppo longitudinale del tronco interessato possiamo ipotizzare anche in questo caso che l'energia specifica si mantenga costante, e ragionare sul piano (*Q/b, h*).



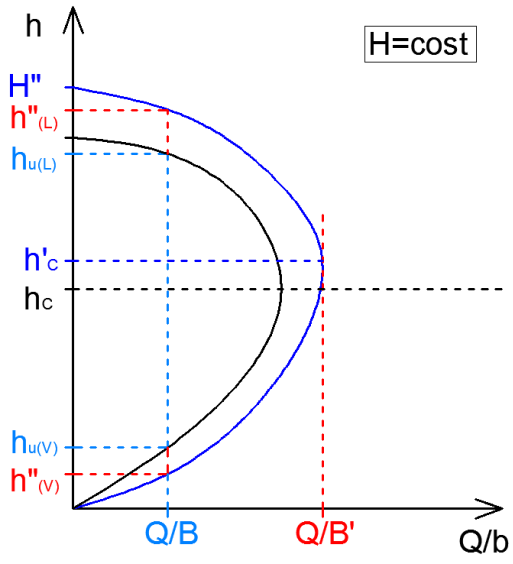
Analogamente a quanto visto per il passaggio su soglia di fondo, notiamo che l'aumento del rapporto *Q/b* comporta una variazione dell'altezza idrica della corrente: in particolare per quelle lente si verifica una riduzione del tirante (accelerazione), mentre per quelle lente si riscontra un aumento (rallentamento).

Il nuovo valore dell'altezza idrica può essere utilizzato come condizione al contorno per il tracciamento del profilo di corrente sia per alveo a debole pendenza che per alveo a forte pendenza, che verso l'infinito di monte e di valle tenderà al moto uniforme. L'andamento dei profili è riportato nella figura seguente, dalla quale si evince che l'adeguamento del tirante nel restringimento avviene in maniera piuttosto graduale.

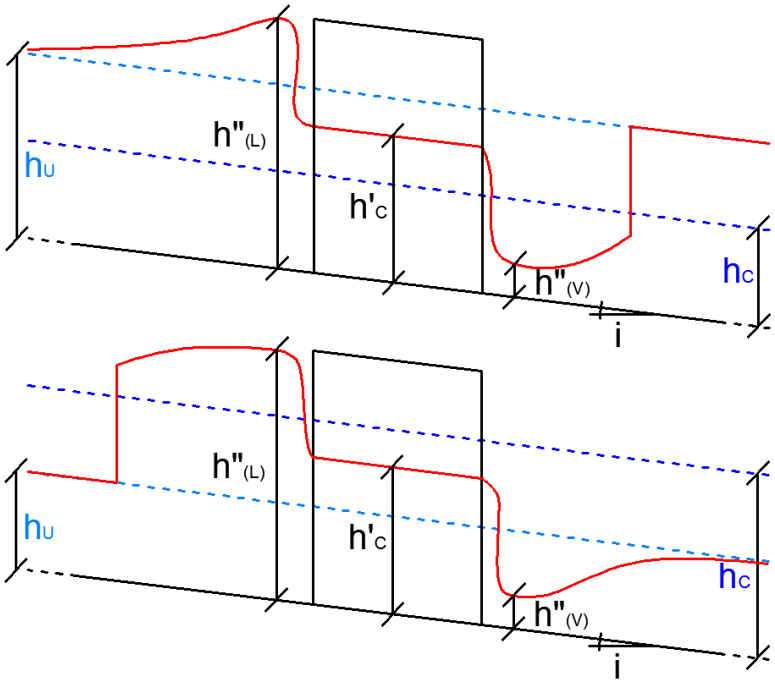


Anche in questo caso, l'entità del restringimento è da tenere opportunamente in considerazione: se B' è tale da portare il rapporto *Q/b* fuori della curva per $H = H_u = \text{cost}$ ("forte" restringimento) vuol dire che la corrente non è in grado di attraversare la strettoia con tale contenuto energetico e deve necessariamente innalzarlo.

In particolare il nuovo valore di energia sarà quello che consentirà il passaggio della corrente nel restringimento in condizioni di stato critico: ciò corrisponde a tracciare una nuova curva nel piano (*Q/b, h*) che risulta tangente al valore *Q/B'* in corrispondenza di un'altezza di stato critico superiore a quella dell'alveo (perché la sezione è ristretta).



Intersecando sulla nuova curva la verticale che passa per *Q/B* si ottengono le altezze idriche di corrente lenta e di corrente veloce che si realizzano rispettivamente a monte ed a valle del restringimento. Da esse si procede poi al tracciamento delle restanti porzioni dei profili di corrente, secondo le stesse modalità viste per il passaggio su soglia alta.



Verifica a stato critico degli spechi fognari - Esempio numerico

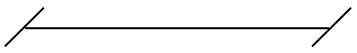
$Q^* = 200l/s = 0.2mc/s$
$D = 500mm = 0.5m$
$k' = 70m^{1/3}/s$
$i = 2\% = 0.02$

$$\frac{Q_u}{\sqrt{i}} = \frac{Q_{ur}}{\sqrt{i_r}} \cdot \left(\frac{D}{D_r}\right)^{8/3} \cdot \frac{k}{k_r} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_{ur}}{\sqrt{i_r}} = \frac{\frac{Q^*}{\sqrt{i}}}{\left(\frac{D}{D_r}\right)^{8/3} \cdot \frac{k}{k_r}} = \frac{\frac{0.2}{\sqrt{0.02}}}{\left(\frac{0.5}{1}\right)^{8/3} \cdot \frac{70}{70}} = 8.980mc/s$$

$$h_{ur}(scala\ deflusso) = 0.446m \quad \rightarrow \quad h_u = h_{ur}D = 0.446 \cdot 0.5 = 0.223m \quad (44.6\%)$$

$$Q_c = Q_{cr} \cdot \left(\frac{D}{D_r}\right)^{5/2} \quad \rightarrow \quad Q_{cr} = \frac{Q^*}{\left(\frac{D}{D_r}\right)^{5/2}} = \frac{0.2}{\left(\frac{0.5}{1}\right)^{5/2}} = 1.131mc/s$$

$$h_{cr}(scala\ deflusso) = 0.611m \quad \rightarrow \quad h_c = h_{cr}D = 0.611 \cdot 0.5 = 0.306m \quad (61.1\%)$$



$Q = 300l/s = 0.3mc/s$
$D = 400mm = 0.4m$
$k' = 70m^{1/3}/s$
$i = 4\% = 0.04$

$h_u = 0.268m = 67.1\%$
$h_c = 0.374m = 93.4\%$

Riferimenti

Citrini D., Noseda G. - Idraulica - Ed. 2

Appendice

VALORI DEI COEFFICIENTI DI SCABREZZA PER LE TUBAZIONI

Materiale dei tubi e loro specificazioni: tipo di rivestimento e stato delle pareti	γ [$m^{1/2}$]	m [$m^{1/2}$]	k [$m^{1/3} \cdot s^{-1}$]
Vetro	—	—	—
Materie plastiche			
polivinil cloruro - polietilene - polipropilene	—	—	—
Metalli colorati			
rame - ottone - piombo	—	—	—
alluminio	—	—	—
Cemento amianto			
vecchi e nuovi	0,06	0,10	110 ÷ 100
Acciaio (tubi trafilati)			
tipo Mannesmann, nuovi	0,10	0,16	95
tipo Mannesmann, in servizio corrente	0,16	0,23	83
bitumati, nuovi	0,10	0,16	95
bitumati, centrifugati, nuovi, giunti Gibault, $d < 350$ mm	—	—	—
Acciaio (tubi saldati)			
non rivestiti, nuovi	0,06	0,10	110 ÷ 100
bitumati o catramati a freddo, nuovi	0,10	0,16	95
bitumati a caldo	—	—	—
catramati, in servizio corrente	0,16	0,23	83
Lamiera (tubi chiodati)			
chiodatura long. doppia, giunti conici	0,16	0,23	83
chiodatura long. doppia, trasv. semplice, giunto cilindrico in servizio corrente	0,20	0,275	75
chiodatura long. tripla o quadrupla, trasversale doppia	0,29	0,375	65
Ghisa			
nuovi	0,16	0,23	83
in servizio corrente, qualunque diametro	0,23	0,29	73
in servizio da diversi anni	0,29	0,375	65
in servizio da molti anni, fortemente incrostati e tubercolizzati	0,36	0,45	60
centrifugata fusa verticalmente bitum. o catram. per immersione, $d < 400$ mm in servizio corrente	0,23	0,29	73
Cemento			
lisciato accuratamente, $d < 200$ mm	0,12	0,175	90
ben lisciato (acqua limpida), $d > 400$ mm	0,18	0,25	80
ben lisciato curve strette (acqua non limpida), $d < 400$ mm	0,23	0,29	73
centrifugato	—	—	—
armato costruito fuori opera, in servizio corrente, $d > 600$ mm	0,10	0,16	95
armato costruito fuori opera, in servizio corrente, $400 < d < 600$ mm	0,12	0,175	90
Gres			
nuovi	0,18	0,25	80
in servizio da anni	0,25	0,35	68

Coefficienti di scabrezza per canali

Tipo di canalizzazione	Bazin γ ($m^{1/2}$)	Kutter m ($m^{1/2}$)	Gauckler–Strikler K ($m^{1/3}\ s^{-1}$)
Pareti di cemento perfettamente lisciato e pareti metalliche senza risalti nei giunti, ambedue con curve.	0,10	0,18	90÷85
Pareti di cemento in non perfette condizioni. Muratura ordinaria piu' o meno accurata.	0,23÷0,36	0,35÷0,55	70÷65
Pareti di cemento solo in parte intonacate; qualche deposito sul fondo. Muratura irregolare (o di pietrame).	0,46	0,55÷0,75	60
Terra con erba sul fondo. Corsi d'acqua naturali regolari.	1,30	1,50	40
Canali in abbandono con vegetazione. Corsi d'acqua con alveo in ghiaia e movimento di materiale sul fondo.	2,0÷2,3	3,00	30