

# Esame di Teoria dei Giochi I

Prof. J. Morgan

Prova 3

Fornire le definizioni di ogni concetto sottolineato e dettagliare le risposte

## Esercizio 1

Dato il gioco in forma estesa in Figura 1:

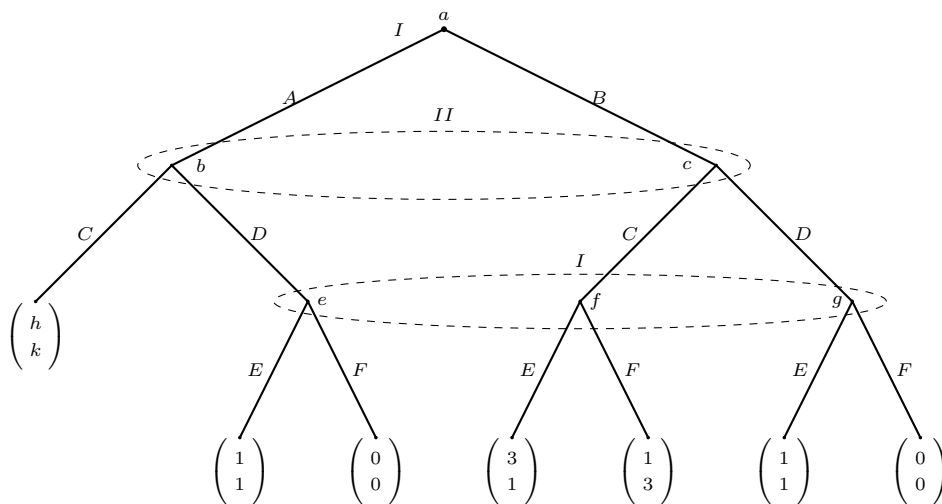


Figura 1: Gioco  $\Gamma$

1. Scrivere gli insiemi di informazione e gli insiemi di strategie del gioco. Scrivere la forma normale del gioco.
2. Fissati  $h = k = 1$ , determinare gli equilibri di Nash in strategie pure, le strategie dominanti, le strategie debolmente dominanti per entrambi i giocatori.
3. Determinare i valori di  $h$  e  $k$  per i quali il profilo di strategie  $(AF, C)$  è un equilibrio di Nash. Motivare la risposta.
4. Esistono valori di  $h$  e  $k$  per i quali  $(AF, C)$  è un equilibrio di Nash e  $(AE, C)$  non lo è? Motivare la risposta.
5. Determinare gli equilibri di Nash in strategie miste con il teorema del supporto.
6. Determinare le strategie cautelative per entrambi i giocatori.

## Esercizio 2

Siano:

$$S_1 = [-1, 1], \quad S_2 = [-2, 1]$$

$f_1$  e  $f_2$  due funzioni definite su  $S_1 \times S_2$  ed a valori in  $\mathbb{R}$  definite da:

$$f_1(x, y) = (x - 1)^2(y + 1)$$

$$f_2(x, y) = (1 - y^2)x^2 + 2xy.$$

Si consideri il gioco a due giocatori  $\Gamma = \{2; S_1, S_2; f_1, f_2\}$ .

1. Verificare che  $(-1, -1)$  è un equilibrio di Nash.
2. Determinare le multifunzioni di migliore risposta per entrambi i giocatori.
3. Determinare le proprietà delle multifunzioni di migliore risposta.
4. Verificare quali delle ipotesi del teorema di esistenza degli equilibri di Nash sono soddisfatte e trovare gli eventuali equilibri.
5. Determinare se sono verificate le condizioni che garantiscono l'unicità dell'equilibrio di Nash.
6. Determinare gli ottimi di Pareto e di Pareto debole di Graph  $B_1$  e di Graph  $B_2$ .
7. Determinare le strategie cautelative del giocatore 1.
8. Enunciare il teorema del Massimo (Teorema di Berge), il teorema di Fermat e il teorema di Weierstrass generalizzato. Definizione di funzione quasiconcava e di funzione semicontinua superiormente: Esempi.
9. Determinare le strategie cautelative del secondo giocatore.

### Esercizio 3

Si consideri il seguente gioco a due giocatori dove il secondo giocatore può essere di tipo 1 con probabilità  $2/3$  oppure di tipo 2 con probabilità  $1/3$ :

	$L$	$R$
$T$	0	1
	0	2
$B$	2	1
	1	0

	$L$	$R$
$T$	0	1
	0	2
$B$	2	1
	1	0

Il primo giocatore non sa di che tipo è il primo giocatore.  
Si trovino gli equilibri Bayesiani in strategie pure.