



Proiezioni ortografiche di un tetraedro, calcolo grafico e/o analitico delle : lunghezze spigoli, proiezioni spigoli, tracce di un piano passante per tre punti.

Siano date le coordinate dei quattro vertici di un tetraedro $P_1=(3, 1, 2)$, $P_2=(1, 4, 1)$, $P_3=(2, 1, 3)$, $P_4=(5, 4, 3)$, dove i valori delle coordinate rappresentano le distanze in metri. Si scelga un'opportuna Scala per il disegno e si disegnino le tre proiezioni ortogonali del tetraedro sui tre piani principali xy , yz , xz , riportando le linee di costruzione tra i tre piani di proiezione.

Si calcoli con metodi grafici e/o analitici le seguenti grandezze e si confrontino i risultati analitici e grafici, dove ciò è possibile:

1. la lunghezza degli spigolo P_3P_4 , P_1P_4 , P_1P_3 .
2. Costruire il triangolo avente per vertici P_1, P_3, P_4 .
3. Misurare l'area del triangolo P_1, P_3, P_4 e le aree delle sue proiezioni sui tre piani principali. Verificare che il quadrato dell'area di un triangolo è uguale alla somma dei quadrati delle sue tre proiezioni.
4. Calcolare le proiezioni ortogonali dei vettori P_1P_4 , P_2P_4 e P_3P_4 sul piano Π , il cui versore normale è $\mathbf{n}=(1,1,1)/\sqrt{3}$.
5. Calcolare i due rapporti di proiezione dello spigolo P_1P_4 , quando questi è proiettato sul piano Π e sul piano xy .
6. Le tre tracce del piano Π (linee di intersezioni di un piano con i tre piani principali), costruzione grafica.

Parte facoltativa

1. Calcolare le equazioni del piano Π e delle sue tracce sui piani xy , yz , xz .
2. Calcolare col prodotto vettoriale, il vettore normale \mathbf{N} al piano Π definito dai tre punti P_1, P_2, P_3 , ($\mathbf{N}=P_1P_3 \times P_1P_2$).
3. Calcolare l'angolo solido del vertice P_4 (Def. 11 del Libro XI degli *Elementi* di Euclide : l'angolo solido di un vertice di un poliedro è la somma degli angoli piani formati dagli spigoli del poliedro che hanno in comune tale vertice).