

### Compito 1 di giugno 2013: risoluzione esercizi

1. Nella seguente tabella sono riportati a sinistra i risultati di 40 lanci di un dado a destra il numero di volte in cui si è ottenuto quel risultato.

punteggio	fr. ass
1	9
2	8
3	5
4	5
5	6
6	7
tot	40

- 1.1. Si indichi qual è il carattere indagato e se ne discuta la natura.
- 1.2. Si costruiscano le distribuzioni di frequenza relative e cumulate.
- 1.3. Dire cosa indica la frequenza cumulata a 10.
- 1.4. Si calcoli la moda e la mediana. Si indichino i quartili.
- 1.5. Si calcoli il punteggio medio e lo scarto quadratico medio da esso.
- 1.6. Si dia una rappresentazione grafica per la distribuzione di frequenza assoluta.
- 1.7. Si dia una rappresentazione grafica per la distribuzione di frequenza cumulata
- 1.8. Si discuta la simmetria o asimmetria della distribuzione

**1.1** Il carattere indagato è il punteggio o risultato di ognuno dei 40 lanci ed è un carattere quantitativo discreto (i casi, o unità statistiche, sono i lanci)

**1.2** la frequenza relativa è la frequenza assoluta divisa per la frequenza totale (40) e che la frequenza cumulata a un valore x si ottiene sommando la frequenza assoluta di quel valore con le frequenze assolute dei valori che precedono x

p=punteggio	fr. ass (n. lanci)	fr. rel	fr. cum
1	9	9/40=0,225	9
2	8	8/40=0,2	17
<b>3</b>	5	5/40=0,125	<b>22</b>
4	5	5/40=0,125	27
5	6	6/40=0,15	33
6	7	7/40=0,175	40
tot	40	40/40=1	

**1.3.** La frequenza cumulata a 10 indica **il numero dei casi (lanci) in cui il punteggio non supera 10** (numero lanci con  $p \leq 10$ ); in questo caso corrisponde alla totalità dei casi (lanci) e quindi è 40.

**1.4**

**Moda = 1** perché 1 è il punteggio a cui corrisponde la frequenza assoluta maggiore.

**Mediana = 3**

Per calcolare la mediana:

1° metodo- si divide a metà l'allineamento dei punteggi ordinati secondo grandezza, si determinano due posti centrali che sono il 20° ( $20 = n/2$ ) e il 21° ( $21 = (n/2)+1$ ), si osserva che entrambi i posti sono occupati dal punteggio 3; quindi **la mediana è 3**

Per esemplificare:

1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 **3** | **3** 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6

20° 21°

2° metodo: si calcola la prima frequenza cumulata che comprende il 20 e il 21 posto e quindi più del 50% dei casi; tale frequenza è 22 e corrisponde al **punteggio 3; quindi la mediana è 3**

I quartili sono in numero di tre e sono:  $q_1=2$   $q_2=3$   $q_3=5$  (il 2° quartile è la mediana)

Calcolo dei quartili: dividendo in quattro la serie di lanci ordinati secondo la grandezza del punteggio si ottengono quattro gruppi di 10 punteggi

1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 | 2 2 2 2 2 2 2 3 3 **3** | **3** 3 4 4 4 4 4 5 5 5 | 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6

10° 11°                      20° 21°                      30° 31°

**2** occupa sia l'ultimo posto del primo gruppo che il primo del secondo (cioè i posti  $n/4= 10$  e  $(n/4)+1 =11$ ) e quindi è il primo quartile

3 occupa sia l'ultimo posto del secondo gruppo che il primo del terzo (cioè i posti  $2n/4 = n/2 = 20$  e  $(2n/4)+1 = (n/2) + 1 = 11$ ) e quindi è il secondo quartile (che coincide con la mediana)

5 occupa sia l'ultimo posto del terzo gruppo che il primo del quarto (cioè i posti  $3n/4 = 30$  e  $(3n/4)+1 = 31$ ) e quindi è il terzo quartile

### 1.5

**punteggio medio** = media aritm. dei punteggi  $\bar{x} = \frac{9 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6}{40} = \frac{9 + 16 + 15 + 20 + 30 + 42}{40} = \frac{132}{40} = 3,3$

nota: per calcolare il punteggio medio, ogni punteggio distinto va moltiplicato per la sua frequenza (solo così si tiene conto di tutti i punteggi risultanti dai 40 lanci), poi la somma dei prodotti (frequenza  $\times$  punteggio) va diviso per il totale dei lanci cioè per la frequenza assoluta.

#### Calcolo dello scarto quadratico medio $\sigma$

Se, il punteggio distinto  $x_i$  ha frequenza  $f_i$  e quindi va conteggiato  $f_i$  volte, anche lo scarto  $(x_i - \bar{x})$  del punteggio  $x_i$  dal punteggio medio  $\bar{x}$  va conteggiato  $f_i$  volte.

Per il calcolo dello scarto quadratico medio gli scarti sono considerati al quadrato, e quindi ogni scarto al quadrato  $(x_i - \bar{x})^2$  va moltiplicato per la corrispondente frequenza  $f_i$ .

Aiutiamoci con la seguente tabella che riporta gli scarti, gli scarti al quadrato e il prodotto di ognuno di questi per la corrispondente frequenza. La somma dei prodotti dell'ultima colonna dà la varianza. La radice quadrata della varianza dà lo scarto quadratico medio

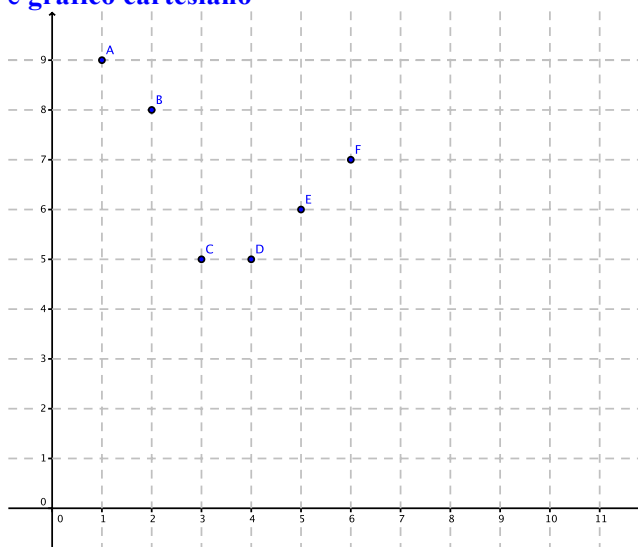
punteggio	$f_i = fr. ass$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
1	9	1-3,3=-2,3	5,29	9·5,29=47,61
2	8	2-3,3=-1,3	1,69	8·1,69=13,52
3	5	3-3,3=0,3	0,09	5·0,09=0,45
4	5	4-3,3=0,7	0,49	5·0,49=2,45
5	6	5-3,3=1,7	2,89	6·2,89=17,34
6	7	6-3,3=2,7	7,29	7·7,29=51,03
tot	40			devianza = $\sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2 = 132,4$

$$\sigma^2 = \text{Varianza} = (\sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2) / 40 = 132,4 / 40 = 3,31$$

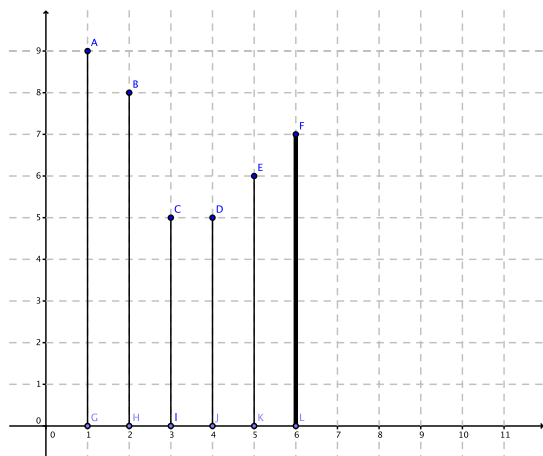
$$\sigma = \text{Scarto quadr. medio} = \sqrt{\frac{\sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_i f_i}} = \sqrt{3,31} = 1,819340\dots$$

1.6 La distribuzione di frequenze assolute è funzione che a ogni valore del punteggio associa la corrispondente frequenza; il grafico pertinente è **grafico cartesiano**

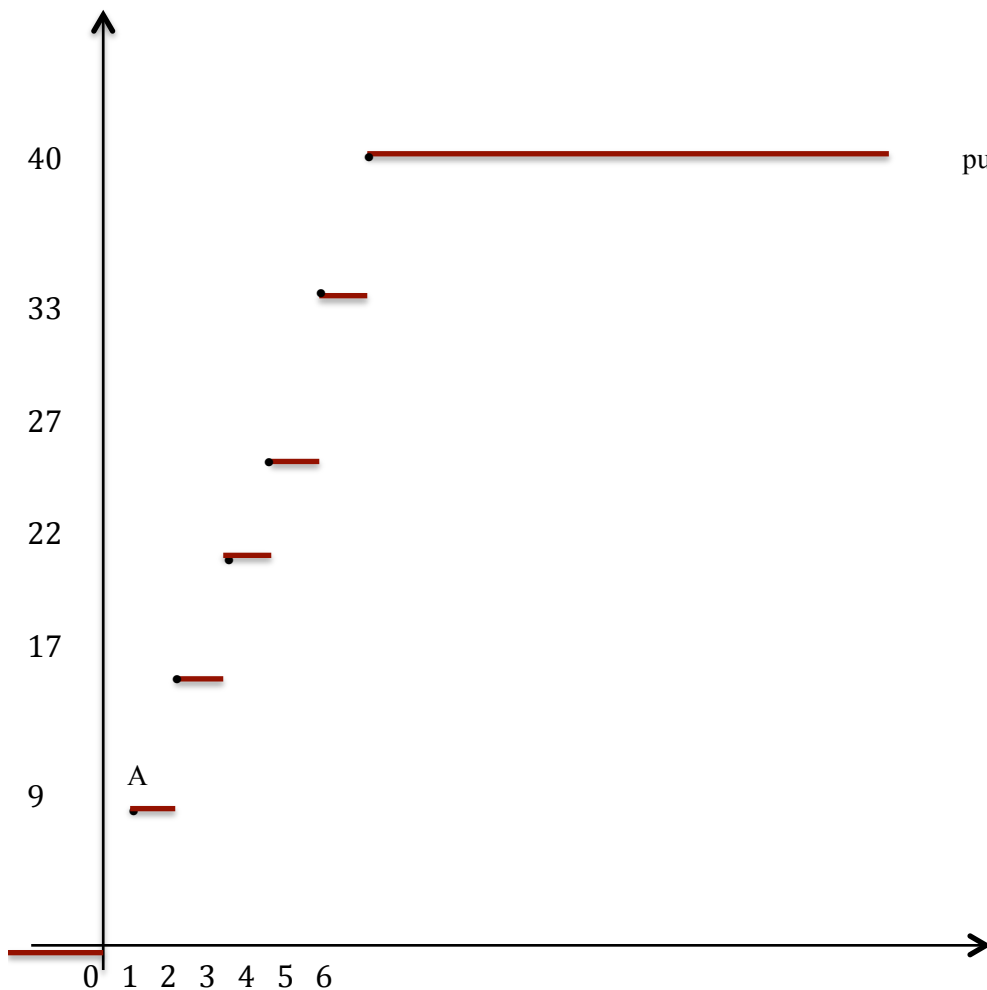
punteggio	$f_i = fr. ass$	Punti grafico
1 $\rightarrow$	9	A(1, 9)
2 $\rightarrow$	8	B(2, 8)
3 $\rightarrow$	5	C(3, 5)
4 $\rightarrow$	5	D(4, 5)
5 $\rightarrow$	6	E(5, 6)
6 $\rightarrow$	7	F(6, 7)



alternativa: grafico a pettine



### 1.7 grafico della distribuzione di frequenza ass. cumulata



punteggio	$f_i = fr. \text{ ass. cum.}$	Punti grafico
1	9	•A (1,9)
2	17	•B'(2,17)
3	22	•C'(3,22)
4	27	•D'(4,27)
5	33	•E'(5,33)
6	40	•F'(6,40)

Nota: Il trattino che parte dal punto A(1,9) del grafico e corrisponde all'intervallo  $[1, 2[$  sull'asse delle ascisse indica che la frequenza cumulata a un valore compreso in tale intervallo è la stessa della frequenza cumulata a 1, cioè 9; analogo discorso vale per i trattini che seguono e per la semiretta che parte da (6,40).

**1.8** poichè è  $\bar{x} = \text{Media aritmetica} > \text{Mediana}$  cioè  $\bar{x} - Me > 0$  la distribuzione presenta una **asimmetria positiva**; una misura della asimmetria è data dall'**indice normalizzato di simmetria**:  $I_a = \frac{\bar{x} - Me}{\sigma}$

Il calcolo dell'indice nel nostro caso dà:

$$I_a \approx (3,3 - 3) / 1,819340 \approx 0,16489$$

**2.** Considerata la seguente tabella con valori raggruppati in classi

Classe di valori	fr. ass
0-- 5	4
5-- 10	15
10-- 15	16
15-- 20	8
20-- 30	3
>30	4
Tot	50

- 2.1 dire se le classi sono indicate con i limiti reali o formali
- 2.2 dare la rappresentazione grafica della distribuzione di frequenza e del poligono delle frequenze.
- 2.3 determinare le distribuzione di frequenze relative e percentuali, la funzione di ripartizione e dare di quest'ultima una rappresentazione grafica.
- 2.4 calcolare la mediana e indicarla sull'ogiva.
- 2.5 calcolare la media, e lo scarto quadratico medio.
- 2.6 Confrontare la variabilità di tale distribuzione in classi con quella del carattere punteggio di cui all'esercizio precedente

**2.1** Le classi sono contigue perché il 2° estremo di una classe coincide con il 1° estremo della classe successiva (il che ci assicura che sono stati considerati tutti i possibili valori del carattere continuo), quindi i **limiti sono reali**

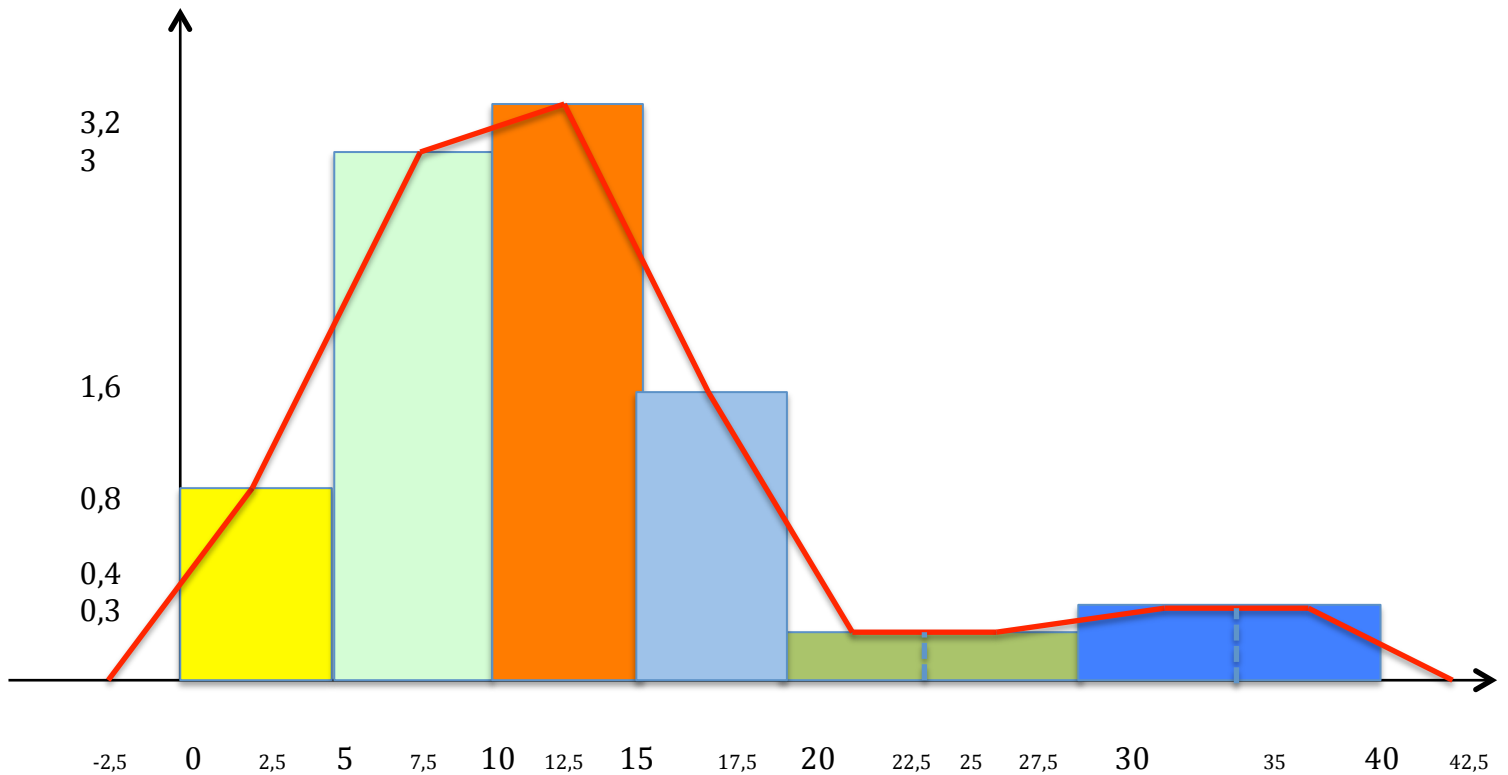
Conviene per gli esercizi successivi sostituire l'ultima classe aperta non limitata con una classe limitata: questa può essere, ad esempio, la classe 30--|40.

**2.2** La rappresentazione grafica di una distribuzione di frequenze con valori del carattere distribuito in classi è l'**istogramma**; esso si costruisce riportando sull'asse delle ascisse di un riferimento cartesiano le classi dei valori (coincidenti con intervalli contigui della retta reale) e innalzando su ogni classe un rettangolo di altezza pari alla densità di frequenza assoluta (freq.ass./ampiezza classe): in questo modo l'area del rettangolo è uguale alla frequenza corrispondente alla classe.

Calcoliamo quindi la densità assoluta per ogni classe

Classe di valori	fr. ass	ampiezza	$\delta_a$ =fr.ass/ampiezza
0-- 5	4	5	0,8
5-- 10	15	5	3
10-- 15	16	5	3,2
15-- 20	8	5	1,6
20-- 30	3	10	0,3
>30(30-- 40)	4	10	0,4
Tot	50		

Disegniamo l'istogramma riportando la densità assoluta sull'asse delle ordinate



Per disegnare il poligono delle frequenze dobbiamo operare come se le classi e i rettangoli avessero tutti la stessa ampiezza, quindi dividiamo in due le ultime due classi e i rettangoli corrispondenti in modo da avere tutti rettangoli di ampiezza 5; uniamo i punti di mezzo delle basi superiori dei rettangoli ottenendo dei triangolini di base 2,5; completiamo unendo il punto medio della base superiore del primo rettangolo con un punto dell'asse delle ascisse che precede il rettangolo di 2,5 (metà ampiezza della base) e il punto medio della base superiore dell'ultimo rettangolo con il punto dell'asse delle ascisse che segue il rettangolo di 2,5.

### 2.3 Ricordiamo che i valori della funzione di ripartizione $F$ sono le frequenze relative cumulate,

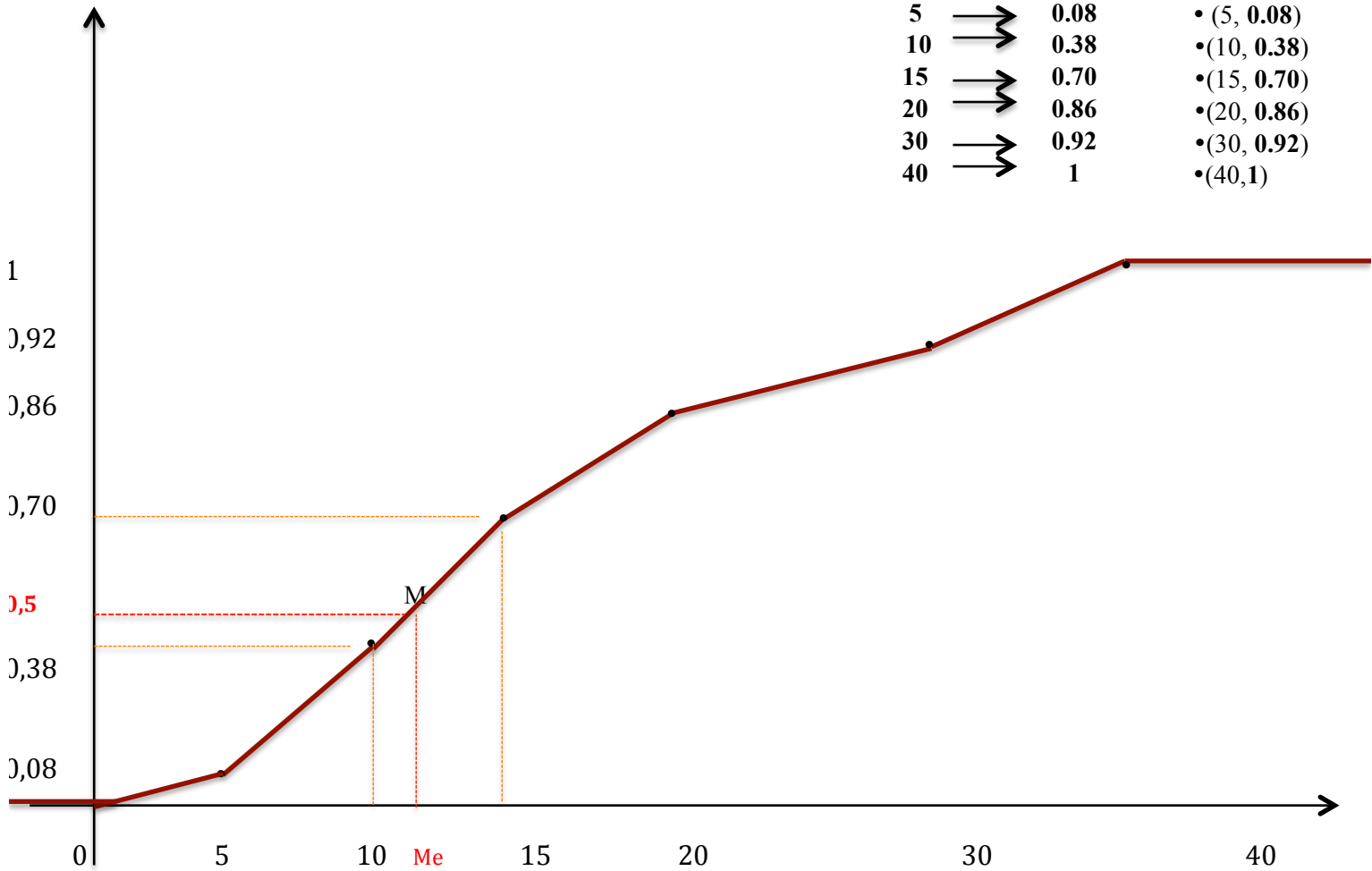
Classe di valori	$fr. \text{ ass}$	$fr. \text{ rel.}$	$fr. \text{ perc}$	$F(x)$	$c_i = \text{val. cent. classe}$	ampiezza	$\delta_a$
0-- 5	4	0,08	8%	$0,080 = F(5)$	2,5	5	0,8
5-- 10	15	0,30	30%	$0,38 = F(10)$	7,5	5	3
10-- 15	16	0,32	32%	$0,70 = F(15)$	12,5	5	3,2
15-- 20	8	0,16	16%	$0,86 = F(20)$	17,5	5	1,6
20-- 30	3	0,06	6%	$0,92 = F(30)$	25	10	0,3
30-- 40	4	0,08	8%	$1 = F(40)$	35	10	0,4
Tot	50	1	100%				

Tali frequenze vanno riferite agli estremi superiori delle classi quando, come in questo caso, le classi sono chiuse a destra, mentre al primo estremo della prima classe si associa lo 0.

Il grafico di  $F$  è l'ogiva delle frequenze cumulate relative che si ottiene in due passi:

- 1° Riportare nel piano cartesiano i punti  $(x, F(x))$  dove gli  $x$  indicano gli estremi superiori delle classi e il punto  $(0, 0)$ , dove il primo 0 è il primo estremo della prima classe e il secondo 0 è la frequenza relativa che gli associamo.
- 2° Conguiamo i punti consecutivi (cioè con ascisse che sono estremi della stessa classe) con dei segmenti e prolunghiamo il grafico ottenuto a destra e a sinistra con semirette parallele all'asse delle ascisse

x	F(x)	Punti grafico
0	0	(0,0)
5	0.08	• (5, 0.08)
10	0.38	• (10, 0.38)
15	0.70	• (15, 0.70)
20	0.86	• (20, 0.86)
30	0.92	• (30, 0.92)
40	1	• (40,1)



Congiungendo i punti consecutivi con un segmento si conviene che all'interno della classe la distribuzione delle frequenze ass. sia uniforme e che quindi  $F(x)$  cresca linearmente .

Nota: i numeri in rosso ( $Me$  e  $0,5$ ) e le linee tratteggiate sui due assi riguardano l'esercizio successivo 2.4.

## 2.4. Calcolo della mediana

Determiniamo la classe mediana: poiché si hanno cinquanta casi o unità statistiche, i posti centrali sono 25 e 26 e sono occupati da valori che cadono nella classe 10-15; d'altra parte a questa classe corrisponde la prima frequenza cumulata relativa che supera  $0,5 = 1/2$  e che quindi comprende il 50% dei casi; allora:

- classe mediana: 10-15

Determiniamo ora la mediana, che cade nella suindicata classe supponendo che la distribuzione delle frequenze assolute in ogni classe sia uniforme: possiamo allora utilizzare la formula che impiega le frequenze

cumulate relative (cioè i valori  $F(x)$ ) e che nasce dall'uguaglianza dei rapporti:  $\frac{Me-10}{0,5-0,38} = \frac{15-10}{0,70-0,38}$

$$\begin{aligned}
 Me &= 10 + \frac{15-10}{0,70-0,38} (0,50-0,38) = 10 + \frac{5}{0,32} (0,12) \\
 &= 10 + \frac{0,6}{0,32} = 10 + 1,875 = 11,875
 \end{aligned}$$

- $Me=11,875$

Sul grafico: la mediana è l'ascissa del punto M di ordinata  $F(x) = 0,5$

**2.5** Poiché non si conoscono i valori effettivamente presi in ogni classe, non si può calcolare la media aritmetica esatta; si ottiene una stima di essa operando come se tutti i valori presi in una classe coincidessero con il valore centrale della classe (punto medio della classe): ad esempio nella prima classe sono presi 4 valori (come indica la frequenza) e si opera come se tutti i quattro valori coincidessero con il valore centrale che è 2,5; quindi per avere una stima della media determiniamo prima i valori centrali delle classi.

Classe di valori	<i>fr. ass</i>	<i>c<sub>i</sub>=val. cent.</i>
0-- 5	4	2,5
5-- 10	15	7,5
10-- 15	16	12,5
15-- 20	8	17,5
20-- 30	3	25
>30(30-- 40)	4	35
Tot	50	

Nel calcolo della media o meglio della sua stima ogni valore centrale va considerato tante volte quante ne indica la frequenza associata alla classe. Quindi

$$\text{Stima media arit.: } \bar{x} = \frac{4 \cdot 2,5 + 15 \cdot 7,5 + 16 \cdot 12,5 + 8 \cdot 17,5 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 35}{50} = \frac{10 + 112,5 + 200 + 140 + 75 + 140}{50} = \frac{677,5}{50} = 13,55$$

**media aritmetica (stimata): 13,55**

Calcolo dello scarto quadratico medio (stima): si considerano gli scarti del valore centrale di ogni classe dalla media stimata, si eleva ognuno di essi al quadrato e si moltiplica il quadrato per la corrispondente frequenza come indicato nella tabella sottostante, si sommano tale prodotti ( $\sum_i f_i (c_i - \bar{x})^2$ ) e il risultato si divide per la frequenza totale  $\sum_i f_i$ , (ottenendo così la varianza); infine si fa la radice quadrata della varianza.

Classe di valori	<i>f<sub>i</sub>= fr. ass</i>	<i>c<sub>i</sub> - x̄ = c<sub>i</sub> - 13,55</i>	<i>(c<sub>i</sub> - x̄)<sup>2</sup></i>	<i>f<sub>i</sub> (c<sub>i</sub> - x̄)<sup>2</sup></i>
0-- 5	4	2,5-13,55=-11,05	(-11,05) <sup>2</sup> =122,1025	4•122,1025= 488,41
5-- 10	15	7,5-13,55=-6,05	(-6,05) <sup>2</sup> =36,6025	15•36,6025= 549,0375
10-- 15	16	12,5-13,55=-1,05	(-1,05) <sup>2</sup> =1,1025	16•1,1025 = 17,64
15-- 20	8	17,5-13,55=3,95	(3,95) <sup>2</sup> =15,6025	8•15,6025 = 124,82
20-- 30	3	25-13,55=11,45	(11,45) <sup>2</sup> =131,1025	3•131,1025 = 393,3075
>30(30-- 40)	4	35-13,55=21,45	(21,45) <sup>2</sup> =460,1025	4•460,1025 = 1840,41
Tot	50			$\sum_i f_i (c_i - \bar{x})^2 = 3413,625$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_i f_i} = \frac{3413,625}{50} = 68,2725 \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_i f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_i f_i}} = \sqrt{68,2725} = 8,26271...$$

**2.6.** Per confrontare le variabilità delle distribuzioni del primo e secondo esercizio, occorre calcolare i coefficienti di variazione delle distribuzioni.

Per la prima distribuzione:  $CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,81934}{3,3} \approx 0,55132$

Per la seconda distribuzione:  $CV_2 = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8,26271}{13,55} \approx 0,6098$

Risultando  $CV_2 > CV_1$  la seconda distribuzione presenta una maggiore variabilità

3. In un convegno sono stati analizzati alcuni problemi relativi ai porti italiani e ad ogni tipo di problema è stato assegnato un peso rappresentante l'importanza del problema: i risultati sono riportati nella seguente tabella:

Tipo di problema	<i>peso</i>
Sicurezza	5
Regolazione traffico merci	10
Collegamento città	6
Collegamento con rete ferroviaria	8

3.1 . La tabella rappresenta una distribuzione di frequenza o di intensità?

3.2 . Indicare la natura del carattere osservato e determinarne la moda.

3.3 Indicare i pesi percentuali

3.4 . Dare una rappresentazione grafica della distribuzione considerata

3.5 Dare una rappresentazione grafica della distribuzione dei pesi percentuali

3.6. Ha senso calcolare la mediana e la media aritmetica? Motivare le risposte.

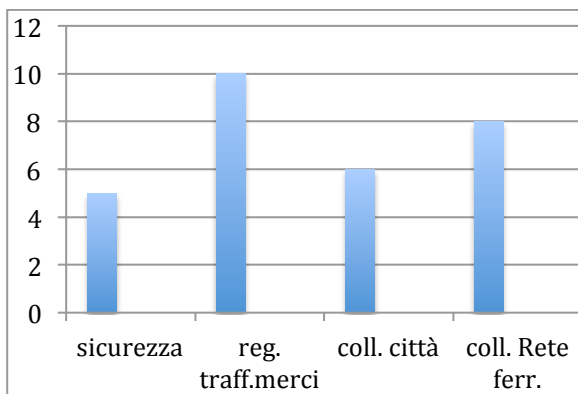
3.1 È una tabella di intensità, perché ad ogni modalità del carattere non è assegnato un frequenza, ma un peso di importanza.

3.2 Il carattere è un carattere qualitativo sconnesso; trattandosi di una tabella di intensità è improprio parlare di moda, si rileva però che la modalità cui si assegna maggiore importanza è “Regolazione del traffico merci”

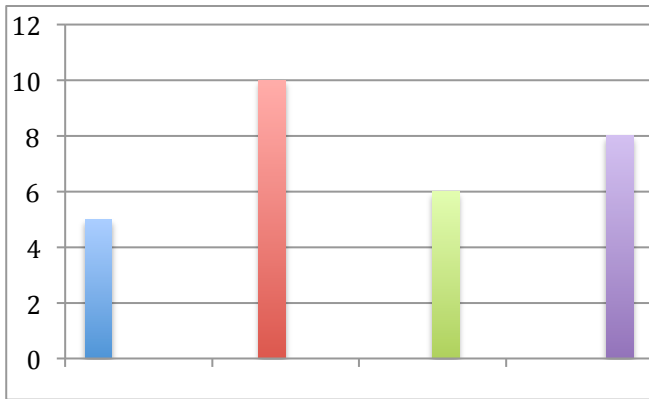
3.3 Per calcolare i pesi percentuali occorre calcolare l'ammontare dei pesi (29), dividere ogni peso per tale ammontare , ottenendo così i pesi relativi, e moltiplicare ogni peso relativo per 100

Tipo di problema	<i>peso</i>	<i>Peso relativo</i>	<i>Peso perc.</i>
Sicurezza	5	$5/29 \approx 0,1724$	17,24
Regolazione traffico merci	10	$10/29 \approx 0,3448$	34,48
Collegamento città	6	$6/29 \approx 0,2069$	20,69
Collegamento con rete ferroviaria	8	$8/29 \approx 0,2759$	27,59
	29	1	

3.4 La rappresentazione grafica di una distribuzione di intensità (o di frequenze ) per un carattere qualitativo è l'ortogramma a colonne o a nastri; nel primo ogni colonna ha un'altezza pari al peso, nel secondo ogni nastro ha lunghezza pari al peso. Uso qui l'ortogramma a colonne mostrando i due modi in genere usati per indicare a quale modalità si riferisce ogni colonna: mettere il nome sotto la colonna, oppure colorare le colonne in modo diverso e in una legenda a parte indicare a quale modalità si riferisce il colore.



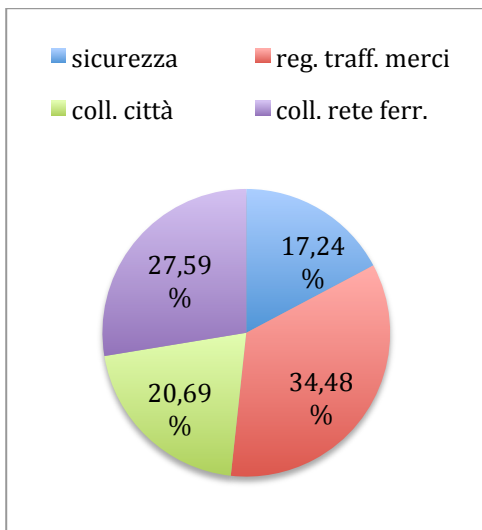
oppure



- Sicurezza
- Regolazione traffico merci
- Collegamento città
- Collegamento rete ferroviaria

3.5 La rappresentazione grafica più appropriata di una distribuzione di frequenze o pesi relativi o percentuali nel caso di un carattere qualitativo è il diagramma circolare. Possiamo scegliere il diagramma circolare con settori dello stesso raggio; le ampiezza dei settori si ottengono dalla proporzione  $\frac{\alpha}{360} = \frac{peso}{29}$ , e poichè ogni peso diviso per 29 ( ammontare dei pesi), da il peso relativo, si ha  $\alpha = (peso\ rel.) \times 360$

**tipo di problema**



$$\alpha_{sicurezza} \approx 62,07$$

$$\alpha_{reg.tr. merci} \approx 124,14$$

$$\alpha_{coll. città} \approx 74,5$$

$$\alpha_{coll. rete ferr.} \approx 99,3$$

3.6 Non ha senso calcolare la media aritmetica perché il carattere è qualitativo e quindi le modalità non sono numeri; non ha senso calcolare la mediana perché il carattere non è ordinabile, ma sconnesso: quindi le sue modalità non possono essere allineate secondo un ordine ad esse naturalmente collegato.

4. La media della distribuzione di un gruppo di soggetti secondo la statura è 174cm e la varianza è 36. Supponendo che la distribuzione delle altezze sia una distribuzione normale, determinare la

- a) percentuale degli individui che ha una altezza compresa tra 165cm e 174cm
- b) percentuale degli individui che ha una altezza compresa tra 165cm e 180cm
- c) percentuale degli individui che ha una altezza minore a 180cm

Lo scarto quadratico medio per la distribuzione normale dei pesi considerata è  $\sigma = \sqrt{36} = 6$ .

Passiamo alla distribuzione normale standardizzata attraverso la trasformazione  $X = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$  cioè  $X = \frac{x-174}{6}$ , che ci permetterà di usare la tabella della distribuzione normale standardizzata.

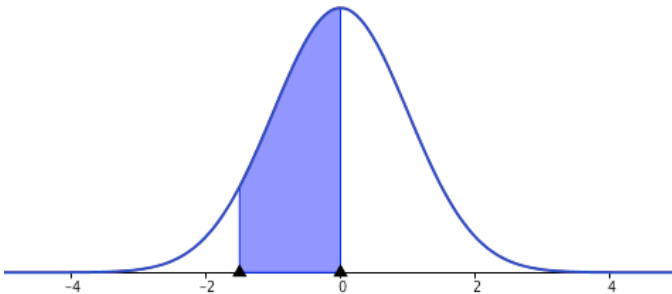
Tale trasformazione fa corrispondere a 174, media dei valori, lo 0 che è la media dei valori nella normale standardizzata,

$$\bar{x} = 174 \rightarrow 0.$$

Applicando la trasformazione a valori 165 e 180 si ha:

$$x_1 = 165 \rightarrow X_1 = \frac{165-174}{6} = -1,5, \quad x_2 = 180 \rightarrow X_2 = \frac{180-174}{6} = 1$$

a) La frequenza relativa dei casi con altezza compresa tra 165 e 174 è data dall'area sottostante la curva normale standardizzata compresa tra i valori -1,5 (trasformato di 165) e 0 (trasformato di 174)



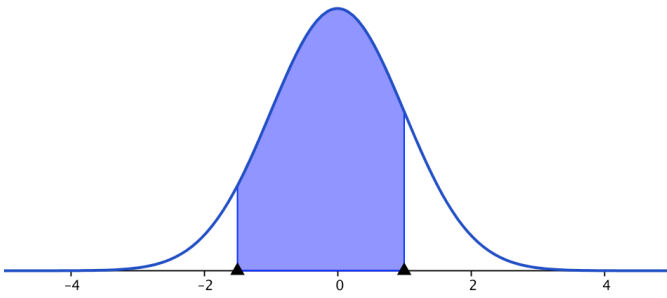
L'area sottostante la curva e compresa tra -1,5 e 0 è uguale, per la simmetria della normale, a quella compresa tra 0 e 1,5 ed è data dal valore corrispondente a 1,5 sulla tabella, cioè 0,4332; per cui

$$f_{rel}(165 < x < 174) = 0,4332,$$

e la frequenza percentuale cercata è :

$$f_{per}(165 < x < 174) = 43,32\%$$

b) la frequenza relativa dei casi con altezza compresa tra 165 e 180 è data dall'area sottostante la curva normale standardizzata compresa tra i valori -1,5 (trasformato di 165) e 1 (trasformato di 180)



ovviamente tale area è somma dell'area compresa tra **-1,5** e 0 e dell'area compresa tra **0** e **1**

area compresa tra -1,5 e 0: 0,4332

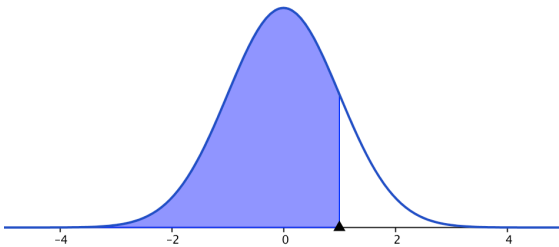
area compresa tra 0 e 1: 0,3413 (si trova sulla tabella in corrispondenza di 1)

per cui

$$f_{rel}(165 < x < 180) = 0,4332 + 0,3413 = 0,7745$$

e la risposta è  $f_{per}(165 < x < 180) = 77,45\%$

c) la frequenza relativa dei casi con altezza minore di 180 è data dall'area sottostante la curva normale standardizzata che si trova a sinistra del valore 1 (trasformato di 180)



tale area è somma dell'area al di sotto di 0, che vale  $\frac{1}{2} = 0,5$  e dall'area compresa tra 0 e 1, che abbiamo già calcolato e vale 0,3413;

per cui  $f_{rel}(x < 180) = 0,5 + 0,3413 = 0,8413$

e  $f_{per}(x < 180) = 84,13\%$

5. Dare una rappresentazione Ramo Foglie dei seguenti dati, ordinati per grandezza .

8, 8, 9 ,11, 13, 13, 14, 18, 19, 20, 22, 25, 25, 26, 30, 30, 32, 33, 33, 36, 37, 40, 40.

<b>Ramo</b>	<b>Foglie</b>
<b>0</b>	<b>8 8 9</b>
<b>1</b>	<b>1 3 3 4 8 9</b>
<b>2</b>	<b>0 2 5 5 6</b>
<b>3</b>	<b>0 0 2 3 3 6 7</b>
<b>4</b>	<b>0 0</b>