

GUIDA ESSENZIALE ALL'ESPRESSIONE DELL'INCERTEZZA DI MISURA

(testo contenuto nella "Guida all'espressione dell'incertezza di misura", UNI CEI 9, Milano giugno 1997
e tratto da "Essentials of expressing measurement uncertainty", NIST <http://physics.nist.gov/Uncertainty/basic.html>)

Definizioni Base

Equazione della misurazione

Nella maggior parte dei casi pratici la grandezza da misurarsi Y , detta **misurando**, non è misurata direttamente, ma è determinata da altre N grandezze X_1, X_2, \dots, X_N mediante una relazione funzionale f , spesso detta **equazione della misurazione**:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (1)$$

Tra le grandezze X_i esistono fattori di correzione e grandezze che tengono conto di altre fonti di variabilità come il fatto che esistano operatori differenti, strumenti differenti, campioni differenti, laboratori differenti e istanti differenti a cui le osservazioni sono fatte (per. es. giorni diversi). La funzione f dell'equazione (1) non rappresenta semplicemente una legge fisica, ma un processo di misurazione e, in particolare, contiene tutte le grandezze che contribuiscono all'incertezza del risultato della misurazione.

La grandezza risultante Y , indicata con y , è una stima del misurando e si ottiene dall'equazione (1) mediante le stime x_1, x_2, \dots, x_N delle N grandezze d'ingresso X_1, X_2, \dots, X_N . La stima y , che è il risultato della misurazione, è data da

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2)$$

Per esempio, come puntualizzato nella guida ISO, se una differenza di potenziale V è applicata agli estremi di un resistore dipendente dalla temperatura, il quale presenta una resistenza che vale R_0 alla temperatura t_0 e che varia linearmente con la temperatura con un coefficiente lineare di resistenza b , la potenza P (che è il misurando) dissipata dal resistore alla temperatura t dipende da V, R_0, b e t secondo la relazione

$$P = f(V, R_0, b, t, t_0) = \frac{V^2}{R_0 [1 + b(t - t_0)]} \quad (3)$$

Classificazione dei contributi all'incertezza

La incertezza del risultato della misurazione y è dovuta al combinarsi delle incertezze $u(x_i)$ (o per brevità u_i) delle stime in ingresso x_i che entrano nell'equazione (2). Così nell'esempio dell'equazione (3), l'incertezza della stima della potenza P nasce dal combinarsi delle incertezze delle stime della differenza di potenziale V , della resistenza R_0 , del coefficiente lineare di resistenza b e della temperatura t . In generale le componenti delle incertezza sono classificabili in accordo al metodo usato per valutarla.

Valutazione di tipo A

metodo di valutazione dell'incertezza mediante **analisi statistica** dell'insieme di osservazioni,

Valutazione di tipo B

metodo di valutazione dell'incertezza mediante mezzi **diversi all'analisi statistica** dell'insieme di osservazioni,

Rappresentazione delle componenti dell'incertezza

Incertezza standard

Ogni componente dell'incertezza, comunque valutata, è rappresentato da una deviazione standard stimata, detta **incertezza standard** e indicata col simbolo u_i (così si suggerisce), e uguale alla radice quadrata positiva della stima della varianza u_i^2 .

Incertezza standard: Tipo A

Una componente dell'incertezza ottenuta mediante valutazione di Tipo A è rappresentata dalla deviazione standard s_i stimata statisticamente ed uguale alla radice quadrata positiva della stima statistica della varianza s_i^2 , e dal relativo numero di gradi di libertà ν_i . Per tale componente l'incertezza standard è $u_i = s_i$.

Incertezza standard: Tipo B

Analogamente, una componente dell'incertezza ottenuta mediante valutazione di Tipo B è rappresentata da una quantità u_j , la quale è considerabile come una approssimazione della corrispondente deviazione standard; essa è uguale alla radice quadrata positiva di u_j^2 , che è considerabile come approssimazione della corrispondente varianza e che è ottenuta dall'assunzione di una distribuzione di probabilità basata su tutte le informazioni disponibili. Poiché la grandezza u_j^2 è trattata come una varianza e u_j come una deviazione standard, per tale componente l'incertezza standard è semplicemente u_j .

Valutazione delle componenti dell'incertezza: Tipo A

La valutazione di Tipo A della deviazione standard si basa su un qualsiasi valido metodo statistico di trattare i dati. Sono esempi di metodi statistici

- il calcolo della deviazione standard della media di un insieme di osservazioni indipendenti;
- l'uso del metodo dei minimi quadrati per adattare una curva ai dati con lo scopo di stimare i parametri della curva e le loro deviazioni standard;
- l'analisi della varianza (ANOVA) con lo scopo di identificare e quantificare effetti casuali in certi tipi di misurazioni.

Media e deviazione standard (scarto tipo)

Come esempio di valutazione di Tipo A si consideri una grandezza in ingresso X_i , il cui valore è stimato da n osservazioni indipendenti $X_{i,k}$ di X_i ottenute in uguali situazioni di misura. In questo caso la stima in ingresso x_i è normalmente la **media del campione**

$$x_i = \bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{i,k} \quad (4)$$

e l'incertezza standard $u(x_i)$, che deve essere associata a x_i , è la stima della **deviazione standard della media**, detta anche **scarto tipo della media**,

$$u(x_i) = s(\bar{X}_i) = \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (X_{i,k} - \bar{X}_i)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

Valutazione delle componenti dell'incertezza: Tipo B

Una valutazione di Tipo B dell'incertezza standard si basa normalmente sul giudizio scientifico usando tutte le informazioni rilevanti possibili, che includono

- dati di precedenti misurazioni;

- esperienza o conoscenza generale del comportamento e delle proprietà dei materiali e strumenti di interesse;
- specifiche tecniche del costruttore;
- dati forniti in certificati di taratura o rapporti simili;
- incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali.

Sotto sono riportati alcuni esempi di valutazioni di Tipo B in diverse situazioni, basate sulle informazioni disponibili a su assunzioni dello sperimentatore. In questi casi l'incertezza è ottenuta da fonti esterne o da un'ipotetica distribuzione.

Incetezza ottenuta da fonti esterne

Multiplo di una deviazione standard

Procedura: se l'incertezza riportata in un manuale, o nelle specifiche di un costruttore, o nel certificato di taratura, ecc., è definita come multiplo k di una stima della deviazione standard, la si converte in incertezza standard dividendola per il fattore di moltiplicazione k .

Intervallo o livello di confidenza

Procedura: se l'incertezza riportata in un manuale, o nelle specifiche di un costruttore, o nel certificato di taratura, ecc., è definita come "intervallo di confidenza" del tipo 95% o 99% rispetto all'incertezza standard, la si converte in incertezza standard trattando la incertezza riportata come se per calcolarla si fosse usata una distribuzione normale (a meno che non sia indicato diversamente) e dividendola per un fattore appropriato tipico della distribuzione. Tale fattore vale 1.960 a 2.576 per i due livelli di confidenza considerati.

Incetezza ottenuta da una ipotetica distribuzione

Distribuzione normale: "50%"

Procedura: Si ipotizza una distribuzione normale per i possibili valori della grandezza considerata e si stimano due limiti, uno inferiore a_- ed uno superiore a_+ , tali che la miglior stima della grandezza in ingresso vale $(a_+ + a_-)/2$, cioè il valore centrale tra i due limiti, e si ha il 50% di probabilità che la grandezza si trovi nell'intervallo compreso tra a_+ e a_- . L'incertezza u_j è approssimativamente $1.48 \times a$ dove $a = (a_+ - a_-)/2$ è la semilarghezza dell'intervallo.

Distribuzione normale: "67%"

Procedura: Si ipotizza una distribuzione normale per i possibili valori della grandezza considerata e si stimano due limiti, uno inferiore a_- ed uno superiore a_+ , tali che la miglior stima della grandezza in ingresso vale $(a_+ + a_-)/2$, cioè il valore centrale tra i due limiti, e si ha il 67% di probabilità che la grandezza si trovi nell'intervallo compreso tra a_+ e a_- . L'incertezza u_j è approssimativamente a dove $a = (a_+ - a_-)/2$ è la semilarghezza dell'intervallo.

Distribuzione normale: "99.73%"

Procedura: Si ipotizza una distribuzione normale per i possibili valori della grandezza considerata e si stimano due limiti, uno inferiore a_- ed uno superiore a_+ , tali che la miglior stima della grandezza in ingresso vale $(a_+ + a_-)/2$, cioè il valore centrale tra i due limiti, e si ha il 99.73% di probabilità che la grandezza si trovi nell'intervallo compreso tra a_+ e a_- . Non esiste un intervallo contenente il 100% dei valori possibili, ma tale intervallo li contiene "quasi tutti". L'incertezza u_j è approssimativamente $a/3$ dove $a = (a_+ - a_-)/2$ è la semilarghezza dell'intervallo.

Distribuzione uniforme (rettangolare)

Procedura: Per praticità si ipotizzano per la grandezza in ingresso due limiti, uno inferiore a_- ed uno superiore a_+ , tali che l'intervallo tra a_+ e a_- contiene il 100% dei possibili valori. Ammesso che non ci siano informazioni contrarie, si suppone che i valori compresi in questo intervallo siano

ugualmente probabili, la distribuzione della probabilità è uniforme (cioè rettangolare). La miglior stima della grandezza è $(a_+ + a_-)/2$ con $u_j = a / 3^{1/2}$ dove $a = (a_+ - a_-)/2$ è la semilarghezza dell'intervallo.

Distribuzione triangolare

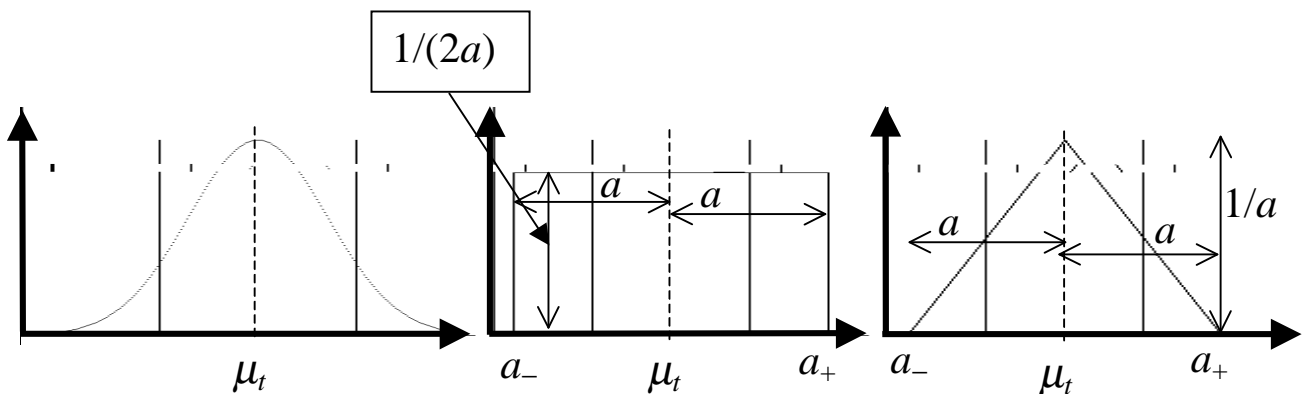
In assenza di informazioni specifiche è ragionevole supporre che la distribuzione sia rettangolare. Ma nel caso sia realistico supporre che i valori prossimi agli estremi siano meno probabili di quelli centrali, è ragionevole ipotizzare una distribuzione normale o, per semplicità, una distribuzione triangolare.

Procedura: Si ipotizzano per la grandezza in ingresso due limiti, uno inferiore a_- ed uno superiore a_+ , tali che l'intervallo tra a_+ e a_- contiene il 100% dei possibili valori. Ammesso che non ci siano informazioni contrarie, si suppone che i valori compresi in questo intervallo siano distribuiti secondo una distribuzione triangolare. La miglior stima della grandezza è $(a_+ + a_-)/2$ con $u_j = a / 6^{1/2}$ dove $a = (a_+ - a_-)/2$ è la semilarghezza dell'intervallo.

Illustrazione grafica delle distribuzioni di probabilità

Le seguenti figure illustrano schematicamente le distribuzioni sopra considerate: normale, rettangolare e triangolare. Nelle figure μ_t è il valore medio della distribuzione o valore atteso, la regione della distribuzione all'interno dell'intervallo definito dalla due linee verticali, centrato sul valore medio ed esteso tra $\mu_t - u$ e $\mu_t + u$, rappresenta \pm una deviazione standard u :

- nel caso di distribuzione normale l'intervallo tra $\mu_t - u$ e $\mu_t + u$ contiene il 68% della distribuzione,
- nel caso di distribuzione uniforme l'intervallo tra $\mu_t - u$ e $\mu_t + u$ contiene il 58% della distribuzione,
- nel caso di distribuzione triangolare l'intervallo tra $\mu_t - u$ e $\mu_t + u$ contiene il 65% della distribuzione.



Composizione di più incertezze

Determinazione dell'incertezza standard (o scarto tipo) composta

L'**incertezza standard (o scarto tipo) composta** del risultato y della misurazione, indicata con $u_c(y)$ e assunta a rappresentare la deviazione standard del risultato, è la radice quadrata della varianza $u_c^2(y)$ ottenuta da

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u^2(x_i, x_j) \quad (6)$$

L'equazione (6) si basa sulla approssimazione al primo ordine della serie di Taylor dell'equazione della misurazione (1) $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ ed è comunemente indicata come *legge di propagazione dell'incertezza*. Le derivate parziali della funzione f rispetto alle grandezze x_i (spesso indicati come *coefficienti di sensibilità*) descrivono come la stima d'uscita y varia al variare dei valori delle stime d'ingresso x_1, x_2, \dots, x_N . Le grandezze $u(x_i)$ sono le *incertezze standard* associate alle stime in ingresso x_i . Le grandezze $u(x_i, x_j)$ sono le *covarianze* associate alle stime in ingresso x_i e x_j .

Espressioni semplificate

Nei casi di interesse pratico l'equazione (6) assume una forma semplificata. Per esempio, se le stime x_i delle grandezze in ingresso X_i sono assunte non correlate il secondo termine scompare. Inoltre, se le stime delle grandezze in ingresso sono non correlate e l'equazione della misurazione ha una delle seguenti due forme, l'equazione (6) risulta ancora più semplice.

I)

Equazione della misurazione:

espressione lineare delle grandezze X_i moltiplicate per costanti a_i

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_N X_N$$

Risultato della misurazione:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N$$

Incertezza standard composta:

$$u_c^2(y) = a_1^2 u_1^2(x_1) + a_2^2 u_2^2(x_2) + \dots + a_N^2 u_N^2(x_N)$$

II)

Equazione della misurazione:

prodotto delle grandezze X_i elevate alle potenze a, b, \dots, p e moltiplicate per la costante A

$$Y = A X_1^a X_2^b \dots X_N^p$$

Risultato della misurazione:

$$y = A x_1^a x_2^b \dots x_N^p$$

Incertezza relativa composta standard:

$$u_{c,r}^2(y) = a^2 u_r^2(x_1) + b^2 u_r^2(x_2) + \dots + p^2 u_r^2(x_N)$$

dove $u_r(x_i) = \frac{u(x_i)}{|x_i|}$ è l'**incertezza standard relativa** di x_i , $|x_i|$ è il valore assoluto di x_i e x_i è

diverso da zero. La grandezza $u_{c,r}(y)$ è l'**incertezza relativa composta standard** di y ed è definita

dal rapporto $u_{c,r}(y) = \frac{u_c(y)}{|y|}$, dove $|y|$ è il valore assoluto di y e y non è uguale a zero.

Significato dell'incertezza

Se la distribuzione di probabilità caratterizzata dal risultato di misurazione y e dalla incertezza standard composta $u_c(y)$ è approssimativamente normale (Gaussiana), e $u_c(y)$ è una buona stima della deviazione standard di y , allora l'intervallo compreso tra $y-u_c(y)$ e $y+u_c(y)$ contiene approssimativamente il 68% dei valori della distribuzione che possono ragionevolmente essere attribuiti al valore della grandezza Y , di cui y è una stima. Ciò comporta che si ritiene con livello di confidenza approssimato uguale al 68% che Y è maggiore o uguale a $y-u_c(y)$ e minore o uguale a $y+u_c(y)$: ciò è comunemente scritto come $Y = y \pm u_c(y)$

Incetezza espansa e fattore di copertura

Incetezza espansa

Sebbene che la incetezza standard composta $u_c(y)$ sia usata per esprimere l'incetezza di molti risultati di misurazione, per alcune applicazioni commerciali, industriali e normative (p.es. nel caso della salute e della sicurezza) si richiede spesso una misura dell'incetezza che definisca un intervallo per i risultati delle misurazioni y , che possa con sicurezza contenere i valori del misurando Y . L'**incetezza espansa**, indicata con U , è ottenuta moltiplicando $u_c(y)$ per un fattore di copertura k . Cioè $U = k u_c(y)$ e si ritiene con sicurezza che Y è maggiore o uguale a $y-U$ e minore o uguale a $y+U$: ciò è comunemente scritto come $Y = y \pm U$.

Fattore di copertura

In generale il fattore di copertura k è scelto sulla base del livello di sicurezza (confidenza) desiderato da associare all'intervallo definito da $U = k u_c(y)$. Tipicamente k si trova nell'intervallo tra 2 e 3. Nel caso di distribuzione normale con una fidata stima della deviazione standard $u_c(y)$ di y , per $k=2$, $U = 2 u_c(y)$ definisce un intervallo avente un livello di confidenza uguale approssimativamente al 95% e, per $k=3$, $U = 3 u_c(y)$ definisce un intervallo avente un livello di confidenza uguale approssimativamente al 99%.

Incetezza espansa relativa

In analogia con la incetezza relativa standard u_r e la incetezza standard composta relativa $u_{c,r}$ in precedenza definite in connessione con la forma semplificata dell'equazione (6), si definisce la incetezza espansa relativa $U_r = U/|y|$ nel caso in cui y non sia uguale a zero.

LA TARATURA

TRATTO DA: “La taratura degli spettrofotometri e dei materiali di riferimento per la misura del colore: le esigenze delle aziende, la scelta della taratura e l’utilizzo dei risultati”, di Francesco Gatti e Patrizia Carra, Centro Tessile Cotoniero e Abbigliamento S.p.A., Centro SIT n° 088

1 L’incertezza di misura dichiarata dai Centri di Taratura

La definizione di incertezza di misura secondo il Vocabolario Internazionale dei termini fondamentali e generali in metrologia è:

Incetenza di misura:

parametro, associato al risultato di una misurazione, che caratterizza la dispersione dei valori ragionevolmente attribuibili al misurando.

Nota 1 Il parametro può essere, per esempio, uno scarto tipo (o un suo multiplo dato), o la semiampiezza di un intervallo avente un livello di fiducia stabilito.

Nota 2 L’incertezza di misura, in generale, comprende più componenti. Talune di queste possono essere valutate dalla distribuzione statistica dei risultati di serie di misurazioni e possono dunque essere caratterizzate mediante scarti tipo sperimentali. Le altre componenti, anch’esse caratterizzabili mediante scarti tipo, sono valutate da distribuzioni di probabilità ipotizzate sulla base dell’esperienza o di informazioni di altro tipo.

Nota 3 S’intende che il risultato della misurazione è la migliore stima del valore del misurando, e che tutte le componenti dell’incertezza, comprese quelle determinate da effetti sistematici, quali quelle associate a correzioni e campioni di riferimento, contribuiscono alla dispersione.

Nella valutazione dell’incertezza da associare alle misure colorimetriche si deve tenere conto, come indicato anche nella Guida UNI CEI 9 del giugno 1997, sia di una componente di categoria A (valutata per mezzo dell’analisi statistica di serie di osservazioni) sia di una componente di tipo B (valutata con mezzi diversi dall’analisi statistica). Quest’ultima categoria (B) implica che si deve tenere conto di un insieme di informazioni, esperienze e conoscenze di tipo generale.

Nel campo della colorimetria, da prove interlaboratorio effettuate tra gli Istituti Metrologici Primari internazionali con maggiore competenza ed esperienza (NPL (UK), PTB (Germania), NRC (Canada) e NIST (USA)), per comparare le scale assolute della riflessione diffusa, sono emerse delle differenze consistenti.

2. Il significato della taratura

La norma UNI EN 30012/1 (ISO 10012/1) “Requisiti di assicurazione delle qualità relativi agli apparecchi per misurazioni - Sistema di conferma metrologica di apparecchi per misurazioni” fornisce la seguente definizione di taratura:

“Insieme delle operazioni che stabiliscono, sotto condizioni specificate, la relazione tra i valori indicati da uno strumento di misurazione, o da un sistema per misurazione, o i valori rappresentati da un campione materiale e i corrispondenti valori noti di un misurando”.

La taratura è dunque l’insieme delle operazioni che permettono di valutare le capacità metrologiche di uno strumento, ossia di stabilire la relazione esistente tra il valore rilevato dallo strumento e quello certificato di uno standard di riferimento, purché quest’ultimo abbia garanzia di riferibilità ai campioni riconosciuti, attraverso una catena ininterrotta di confronti (catena di riferibilità).

Tale riferibilità garantisce che le misure eseguite sullo stesso campione con strumenti diversi, all'interno dell'azienda come in un qualsiasi paese del mondo, oggi come in un qualsiasi altro momento, forniscano lo stesso valore (a meno di un margine d'incertezza stimato che dipende dallo strumento utilizzato, dagli operatori, dalle procedure adottate, dalle condizioni ambientali e dalla propagazione dell'incertezza lungo i gradini della catena metrologica dei campioni di riferimento utilizzati).

Risulta quindi evidente che l'attività di taratura non va confusa con quella di:

- manutenzione, ossia tutti quelli interventi tecnici di tipo preventivo o correttivo che vengono effettuati sulle apparecchiature per prevenire anomalie di funzionamento o correggere/riparare eventuali guasti o malfunzionamenti;
- aggiustamento (calibrazione), spesso richiesto quotidianamente allo strumento, che consiste nel far corrispondere ad un determinato valore del misurando una ben precisa indicazione sulla scala delle misure fornite dallo strumento, o nell'effettuare sullo strumento un "check" interno, in confronto a dei valori fissi che sono imputati nello strumento stesso, soltanto superato il quale è possibile procedere alle misurazioni.

(es. tavoletta bianca e nera negli spettrofotometri di colorimetria)

N.B. Si noti che la traduzione inglese, ingannevole, del termine taratura è "calibration", mentre per calibrazione si usa "adjustment".

Naturalmente a seguito di una taratura può essere individuata la necessità di un intervento tecnico sullo strumento (manutenzione e/o pulizia).

3. Il Sistema Nazionale di Taratura

La riferibilità ai campioni nazionali e/o internazionali sopra citata è garantita all'interno di ogni stato dagli Istituti Metrologici Primari, che rappresentano i "santuari" della metrologia e i depositari dei campioni nazionali.

Tra i compiti fondamentali di questi istituti vanno infatti citati:

- la realizzazione di campioni/strumenti primari nazionali in particolare per le grandezze fondamentali del Sistema internazionale (SI),
- il confronto a livello internazionale dei campioni realizzati,
- la conservazione dei predetti campioni,
- la disseminazione delle unità di misura realizzate con i campioni nazionali,
- l'accreditamento di laboratori metrologici quali Centri di Taratura.

La disseminazione viene realizzata mediante una catena metrologica che lega gli istituti metrologici primari, mediante una gerarchia di campioni secondari, ai laboratori secondari sia pubblici sia privati che operano nel campo della metrologia.

In Italia la disseminazione viene attraverso il Sistema Nazionale di Taratura (SNT), sancito con la legge n°273 del 11 agosto 1991.

Il SNT è costituito dagli istituti metrologici primari e dai centri di taratura e ha il compito di assicurare la riferibilità ai campioni nazionali dei risultati delle misurazioni ottenute mediante strumenti di misura.

In Italia svolgono le funzioni di istituti metrologici primari:

- L'istituto di metrologia "G. Colonnetti" del Consiglio nazionale delle ricerche per i campioni riguardanti le unità di misura impiegate nel campo della meccanica e della termologia,
- L'istituto elettrotecnico nazionale "G. Ferraris" per i campioni riguardanti le unità di misura del tempo e delle frequenze e per le unità di misura impiegate nel campo dell'elettricità, della fotometria, dell'optometria e dell'acustica,
- Il Comitato nazionale per la ricerca e lo sviluppo dell'energia nucleare e delle energie alternative (ENEA) per i campioni delle unità di misura impiegate nel campo delle radiazioni ionizzanti.

La disseminazione delle unità di misura può essere effettuata direttamente dagli istituti metrologici primari o tramite i centri di taratura. Essi sono costituiti da laboratori di idonea valenza tecnica ed organizzativa convenzionati con gli istituti metrologici primari per l'effettuazione della taratura degli strumenti di misura sulla base di campioni secondari confrontati periodicamente con i campioni nazionali.

Questa rete di centri di taratura, di cui viene accertata, riconosciuta e costantemente verificata la capacità metrologica in ben definiti settori di misura, costituisce il Servizio Italiano di Taratura (SIT).

A tale scopo il SIT si avvale dell'operato tecnico degli esperti degli istituti metrologici primari, i quali, definiti i settori di misura per cui si richiede l'accreditamento, accertano le capacità operative del Centro e ne tengono costantemente sotto controllo le capacità metrologiche mediante l'esecuzione di verifiche periodiche e l'esame dei certificati di taratura emessi.

Come risultato, i certificati di taratura emessi dai Centri SIT hanno la stessa validità tecnica di quelli rilasciati dagli istituti metrologici primari.