

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

Prof. B.Messano

Anno accademico 2006-2007

1. Successioni di funzioni

Convergenza puntuale e convergenza uniforme di una successione di funzioni reali di una variabile reale. Una caratterizzazione delle successioni di funzioni convergenti uniformemente. Criteri di Cauchy per la convergenza puntuale e uniforme di una successione di funzioni. Teorema sull'inversione dei limiti. Continuità del limite di una successione di funzioni. Teorema sul passaggio al limite sotto il segno di derivata. Teoremi sul passaggio al limite sotto il segno d'integrale.

2. Serie di funzioni

Convergenza puntuale e convergenza uniforme di una serie di funzioni. Criteri di Cauchy per la convergenza puntuale e uniforme di una serie di funzioni. Serie assolutamente convergenti, equiassolutamente convergenti, totalmente convergenti. Relazione tra totale convergenza, equiassoluta convergenza e uniforme convergenza. Teorema sul passaggio al limite sotto il segno di sommatoria. Teorema sulla derivabilità termine a termine. Teorema sull'integrabilità termine a termine.

3. Funzioni implicite

Funzioni implicitamente definite da un'equazione. Teorema del Dini per le funzioni. Massimi e minimi relativi delle funzioni implicite. Teorema del Dini per i sistemi. Teorema sull'invertibilità locale di funzioni vettoriali. Teorema sull'invertibilità globale di funzioni vettoriali (s.d.). Massimi e minimi vincolati. Moltiplicatori di Lagrange. Condizione necessaria affinché un punto sia un estremo relativo vincolato per una funzione di più variabili.

4. Equazioni differenziali ordinarie

Problema di Cauchy per le equazioni differenziali e per i sistemi di equazioni differenziali. Teorema di esistenza e unicità locale per le equazioni differenziali. Teorema di esistenza e unicità locale e globale per i sistemi di equazioni differenziali del prim'ordine (s.d.). Teorema di Peano (s.d.). Intervallo di definizione e prolungamento delle soluzioni. Teorema di regolarità della soluzione di un'equazione differenziale (s.d.). Integrale generale di un sistema di equazioni. Equazione di Bernoulli. Equazione di Eulero. Sistemi di equazioni differenziali a coefficienti costanti.

5. Problemi ai limiti per le equazioni differenziali ordinarie

Problema di Sturm-Liouville. Autovalori e autofunzioni. Ortogonalità di autofunzioni relative ad autovalori distinti. Proprietà delle autofunzioni. Problemi ai limiti per equazioni differenziali non omogenee. Funzione di Green.

6. Equazioni differenziali alle derivate parziali

Equazioni differenziali del primo e del secondo ordine. Classificazione delle equazioni del secondo ordine in $\mathbf{R}^n$, equazioni di Laplace e di Poisson, equazione del calore, equazione delle onde.

7. Equazioni di Laplace e di Poisson

Problemi al contorno di Dirichlet e di Neumann. Funzioni armoniche. Teorema della media. Principio del massimo. Risoluzione del problema di Dirichlet per l'equazione di Laplace in un cerchio, formula integrale di Poisson. Risoluzione del problema di Neumann per l'equazione di Laplace in un cerchio, formula integrale di Dini (d.f.). Prima e seconda identità di Green. Unicità della soluzione per il problema di Dirichlet. Unicità a meno di una costante della soluzione per il problema di Neumann. Soluzione fondamentale dell'equazione di Laplace. Formula di rappresentazione di Green. Funzione di Green per un dominio Ω .

8. Equazione del calore

Problema misto nella semistriscia mediante separazione delle variabili. Soluzione fondamentale dell'equazione del calore.

9. Equazione delle onde

Problema di Cauchy nel semipiano, soluzione di D'Alembert.

10. Funzioni gamma e beta di Eulero

Definizione della funzione Γ . Proprietà principali. Formula di ricorrenza e prolungamento di Γ . Misura della sfera unitaria di $\mathbf{R}^n$. Definizione della funzione B , legame con la Γ .

11. Funzioni di Bessel

Equazione di Bessel di ordine n ottenuta partendo dall'equazione di Helmholtz. Equazione di Bessel di ordine α . Funzioni di Bessel di prima specie. Formule ricorrenti.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G.C.BAROZZI, *Matematica per l'ingegneria dell'informazione*, Zanichelli (2001).
- [2] L.C.EVANS, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society (1998).
- [3] N.FEDELE, *Corso di Analisi Matematica*, Volume secondo - Parte seconda, Liguori (2002).
- [4] R.FIORENZA e D.GRECO, *Lezioni di Analisi Matematica*, Vol.II, Liguori (1993).
- [5] N.FUSCO, P.MARCELLINI e C.SBORDONE, *Analisi Matematica due*, Vol.II, Liguori (1996).
- [6] D.GILGARD e N.S.TRUDINGER, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo (1983).
- [7] G.PROUSE, *Equazioni differenziali alle derivate parziali*, Masson (1994).
- [8] I.P.STAVROULAKIS e S.A.TERSIAN, *Partial Differential Equations*, World Scientific (2004).